B.A. VORONTSOV-VELIAMINOV

RECUEIL DE PROBLÈMES ET D'EXERCICES PRATIQUES D'ASTRONOMIE

B.A. VORONTSOV-VELIAMINOV

RECUEIL DE PROBLÈMES ET D'EXERCICES PRATIQUES D'ASTRONOMIE

INTRODUCTION

(Comment résoudre les problèmes astronomiques)

Les problèmes placés dans les chapitres du recueil sous le titre de « Premier cycle » nécessitent des connaissances au niveau de l'école secondaire. Sous le titre de « Deuxième cycle » sont placés des problèmes plus difficiles; toutefois, les renseignements de mathématiques et de physique nécessaires pour les résoudre dépassent rarement le cadre de la trigonométrie et de la physique élémentaires.

D'après leur caractère, les matières du recueil peuvent être classées suivant les problèmes d'« astuce » dans le domaine d'astronomie, les exercices et problèmes illustrant les méthodes ou les résultats astronomiques principaux et les exercices de calcul des grandeurs qui jouent un grand rôle dans la pratique astronomique.

Pour résoudre de nombreux problèmes d'« astuce » il est très commode d'utiliser un globe céleste (chapitre XI), en le remplaçant au besoin par un dessin. Un dessin fait ne serait-ce qu'à la main simplifie sensiblement les représentations spatiales. Dans les exercices du deuxième genre il faut s'efforcer que les mesures nécessaires (sur une photographie ou un dessin) soient réalisées le plus exactement et le plus soigneusement possible. La méthodologie des recherches astronomiques, basée sur la précision des mesures est d'autant mieux assimilée par celui qui résout le problème, que les résultats obtenus s'approchent plus des données tabulaires universellement adoptées. La plupart des problèmes numériques peuvent être résolus à trois chiffres significatifs près; il est donc très recommandé d'employer pour le calcul une règle logarithmique. L'utilisation d'une règle ou des tables des logarithmes est nécessaire pour la résolution de nombreux problèmes. La recherche de diverses grandeurs d'après les formules plus compliquées impose une succession rigoureuse des calculs. En général, ces exercices habituent à l'exactitude dans les calculs. Sous ce rapport, la meilleure pratique est celle de la transformation des coordonnées et du calcul des éphémérides. Dans ces cas, après avoir étudié les formules appropriées et la succession de leur application, il convient avant tout de composer une table de calcul. Cela signifie qu'il faut d'abord écrire en colonne les symboles des quantités

qui doivent être trouvées d'après les tables ou par calcul. Ces symboles doivent être placés l'un sous l'autre dans l'ordre du calcul; dans le schéma ainsi ébauché il faut porter ensuite les valeurs numériques des quantités correspondantes. Les chiffres doivent s'écrire l'un sous l'autre pour rendre facile leur addition ou soustraction ultérieure. Une telle écriture soignée des calculs rend facile la vérification et la recherche d'une erreur, tâche qu'un débutant aura à remplir assez souvent. L'exemple de la composition d'une telle table est donné à la page 28.

Quels que soient les calculs, il faut observer les règles des opérations sur des quantités approchées et ne pas pousser la précision au-delà de celle imposée par l'énoncé du problème; par exemple, si les données du problème comptent trois chiffres significatifs, aucun sens n'est d'employer pour le calcul les logarithmes à cinq chiffres significatifs. Il faut également tenir compte que, dans les cas courants, aux angles donnés à 0°, 1 près correspondent les logarithmes à trois chiffres; aux angles donnés à 0′, 1 près correspondent les logarithmes à quatre chiffres; aux angles donnés à 1″ près correspondent les logarithmes à cinq chiffres.

Dans les calculs on note à droite, en bas du logarithme, le signe n (*negativus*) si le nombre correspondant est négatif. Le logarithme d'un produit (d'un quotient) est une somme (une différence) des logarithmes, et c'est pourquoi si le nombre des logarithmes additionnés (ou retranchés) marqués par la lettre n est impair, le signe n est affecté à la somme (ou à la différence) des logarithmes, car le produit (ou le quotient) ainsi obtenu est négatif. Si le nombre de logarithmes additionnés ou retranchés affecté de signe n est pair, ce signe ne doit pas être reporté à la somme ou à la différence, car le résultat est positif. Il convient de faire le possible pour remplacer toujours la soustraction d'un logarithme par l'addition. Les erreurs sont alors moins fréquentes. Retrancher log a revient au même qu'ajouter log $\frac{1}{a}$ ou ajouter le complémentaire du log a jusqu'à zero (en abrégé com log a). Par exemple, log $(5:0{,}3) = \log 5 - \log 0{,}3 = 0{,}699 - (9{,}477 - 10)$, ou d'une autre façon, $\log(5:0{,}3) = 0{,}699 + 0{,}523$. Le nombre 0,523 est le complémentaire du logarithme $9{,}477 - 10$. Le complémentaire du logarithme $7{,}315 - 10$ est 2,685, et celui de 2,685 est $7{,}315 - 10$.

Certains énoncés ne contiennent pas de données numériques nécessaires et l'élève doit les trouver lui-même dans les tables placées en annexe. La plupart des problèmes types comportent des solutions détaillées.

Il ne faut pas se troubler en découvrant parfois dans divers problèmes une divergence entre les valeurs de la même quantité. Il y a trois facteurs qui peuvent produire cet effet. Parfois le problème consiste non pas à réaliser des calculs exacts, mais seulement à établir l'approche nécessaire; les données sont alors arrondies pour réduire les calculs. Dans d'autres cas, la différence entre les

données est due au fait que par le même nom on désigne des grandeurs légèrement différentes. Par exemple, on peut entendre par « an» une simple année de calendrier de 365 jours, une année bissextile de 366 jours ou la durée moyenne d'une année de calendrier de 365,25 jours, ou encore, la durée d'une année tropique de 365,24220... jours, qui en plus varie dans le temps bien que très lentement. Enfin, l'astronomie est une science qui se perfectionne sans cesse. Les valeurs numériques qu'elle étudie sont chaque fois précisées de nouveau. D'autre part, il arrive que différents savants obtiennent des résultats qui diffèrent légèrement, et l'auteur est en droit de faire plus de confiance à telles ou telles données numériques.

L'application du calcul différentiel aux problèmes du deuxième cycle n'est nécessaire que dans des cas exceptionnels et se borne à la recherche des dérivées premières ou logarithmiques.

Pour résoudre certains problèmes il faut avoir à sa disposition l'« Annuaire du Bureau des Longitudes » pour l'année en cours. Sa partie permanente est très utile pour les renseignements du fait qu'elle contient les données numériques et sa structure ne change pas d'une année à l'autre.

I. INTERPOLATION

II

En utilisant diverses tables il faut savoir trouver la valeur d'une variable (fonction) d'après son argument.

S'il existe deux grandeurs liées entre elles par une relation mathématique, par exemple, $y = 2x$, la deuxième grandeur (y) varie suivant la première (x). La grandeur que nous changeons arbitrairement s'appelle *argument*, et celle qui dépend de cet argument se nomme *fonction*. Dans notre exemple, x est un argument et y, une fonction. A la valeur de l'argument $x = 1$ correspond la valeur de la fonction $y = 2$, à la valeur $x = 3$ correspond la valeur $y = 6$, etc.

Dans les tables d'une fonction, on donne généralement les valeurs calculées pour une série des valeurs de l'argument se situant généralement à des intervalles égaux. Nous pourrions, par exemple, calculer pour notre fonction les valeurs de y qui correspondent à la série des valeurs de x dont chacune est de 5 unités plus grande que la précédente, et composer la table

x	y	a
$x_1 = 0$	$y_1 = 0$	$a_2 = 10$
$x_2 = 5$	$y_2 = 10$	$a_3 = 10$
$x_3 = 10$	$y_3 = 20$	$a_4 = 10$, etc.
$x_4 = 15$	$y_4 = 30$	

Il arrive souvent, voire presque toujours, qu'il faut trouver la valeur de la fonction qui correspond à un argument intermédiaire non contenu dans la table. Dans notre cas, par exemple, pour $x = 7$ ou 8. La résolution de ce problème s'appelle *interpolation*. On l'applique toujours, entre autres, à la recherche du logarithme d'après un nombre donné ou, inversement, du nombre d'après son logarithme. L'interpolation des données d'après le calendrier est d'un usage courant en astronomie.

Si les variations de la fonction sont directement proportionnelles à celles de l'argument, la résolution du problème est bien simple. Pour s'assurer que la fonction change proportionnellement

à l'argument, il faut écrire en colonne les différences entre deux valeurs consécutives de la fonction. Désignons ces différences premières ou linéaires par a. Elles doivent être constantes (égales entre elles). Dans notre exemple, ces différences valent dix. Le calcul des valeurs intermédiaires de la fonction y se ramène alors à résoudre une équation simple

$$y = y_3 + a_4 \frac{x - x_3}{x_4 - x_3},$$

si l'on suppose que, par exemple, nous cherchons y qui correspond à x contenu entre x_3 et x_4. Ainsi, pour y qui correspond à $x = 12$, on a

$$y = 20 + 10 \cdot \frac{12 - 10}{15 - 10} = 20 + 10 \cdot \frac{2}{5} = 24.$$

Autrement dit, une fonction est égale à la valeur donnée par la table, qui correspond à la valeur inférieure la plus proche de l'argument, plus la différence première (entre la valeur donnée de la fonction et sa valeur consécutive), multipliée par le quotient de l'accroissement de l'argument par la différence tabulaire des arguments voisins.

Si les différences premières sont inégales, en retranchant de chacune d'elles la différence précédente on obtient les différences secondes b (table 1). Si ces dernières ne sont pas constantes non

Table 1

x	y	a	b	c	d
x_1	y_1				
		a_2			
x_2	y_2		b_3		
		a_3		c_4	
x_3	y_3		b_4		d_5
		a_4		c_5	
x_4	y_4		b_5		
		a_5			
x_5	y_5				

plus, nous pouvons d'une façon analogue calculer les différences troisièmes c, etc., tant que nous n'aboutissons à des différences constantes ou très petites.

Dans la table 2 donnée à titre d'exemple, même les différences sixièmes ne sont pas constantes; toutefois, les différences quatrièmes changent déjà très peu, et c'est pourquoi à partir de la différence cinquième, l'interpolation peut les négliger.

Supposons qu'il faut calculer la valeur de y pour $x = x_1 + \theta h$, où x_1 est la valeur tabulaire inférieure la plus proche de l'argument;

Table 2

x	y		a	b	c	d	e	f
1,0	+19°19′,6	ou +1159′,6						
			−197′,4					
2,0	16 2 ,2	962 ,2		−51′,4				
			−248 ,8		−17′,9			
3,0	11 53 ,4	713 ,4		−33 ,5		+0′,3		
			−282 ,3		−17 ,6		+1′,2	
4,0	7 11 ,1	431 ,1		−15 ,9		+1 ,5		−0′,3
			−298 ,2		−16 ,1		+0 ,9	
5,0	+2 12 ,9	+132 ,9		+0 ,2		+2 ,4		−1 ,3
			−298 ,0		−13 ,7		−0 ,4	
6,0	−2 45 ,1	−165 ,1		+13 ,9		+2 ,0		
			−284 ,1		−11 ,7			
7,0	7 29 ,2	−449 ,2		+25 ,6				
			−258 ,5					
8,0	−11 47 ,7	−707 ,7						

h, la différence tabulaire des arguments voisins, et θ, une fonction propre. Alors, d'après la théorie de l'interpolation

$$y = y_1 + \theta\left\{a_2 + \frac{\theta-1}{2}\left[b_3 + \frac{\theta-2}{3}\left(c_4 + \frac{\theta-3}{4}d_5\right)\right]\right\},$$

où y_1 est la valeur de y qui correspond à $x = x_1$. Il est très rare qu'on recoure à des différences supérieures à la quatrième et cette formule suffit. Si en calculant on peut se borner aux différences secondes ou troisièmes, on admet que les autres différences sont nulles. Par exemple, en interpolant avec les différences troisièmes

$$y = y_1 + \theta\left[a_2 + \frac{\theta-1}{2}\left(b_3 + \frac{\theta-2}{3}c_4\right)\right],$$

en interpolant avec les différences secondes

$$y = y_1 + \theta\left[a_2 + \frac{\theta-1}{2}b_3\right].$$

Calculons, par exemple, d'après la table 2, la valeur de y qui correspond à $x = 1{,}2$. Dans notre cas, $h = 1{,}0$; $\theta = 0{,}2$; $y_1 = 1159'{,}6$. En interpolant avec les différences quatrièmes, on obtient

$$y = 1159{,}6 + 0{,}2\left\{-197{,}4 + \right.$$

$$\left. + \frac{0{,}2-1}{2}\left[-51{,}4 + \frac{0{,}2-2}{3}\left(-17{,}9 + \frac{0{,}2-3}{4}0{,}3\right)\right]\right\},$$

ou

$$y = 1159{,}6 + 0{,}2\{-197{,}4 - 0{,}4[-51{,}4 - 0{,}6(-17{,}9 - 0{,}7\cdot 0{,}3)]\} =$$
$$= 1159{,}6 + 0{,}2\{-197{,}4 - 0{,}4[-51{,}4 - 0{,}6 \quad -18{,}1)]\} =$$
$$= 1159{,}6 + 0{,}2\{-197{,}4 - 0{,}4 \cdot -40{,}54]\} =$$
$$= 1159{,}6 + 0{,}2\{-181{,}2\} = 1123{,}4\,;$$

$y = 1123',4.$

Si l'on ne tenait compte que des différences secondes, qui changent encore fortement, on aurait obtenu

$$y = 1159{,}6 + 0{,}2\left[-197{,}4 + \frac{0{,}2-1}{2}(-51{,}4)\right] = 1124',2.$$

Cette valeur est moins précise, mais elle ne se distingue que de 0',8 du résultat que nous avons obtenu précédemment. Cet exemple nous montre que plus l'ordre de la différence est élevé, plus son influence sur le résultat est faible, et dans chaque cas donné il n'est pas difficile de décider quelles différences suffisent pour l'interpolation.

Il arrive qu'une fonction dépend simultanément de deux arguments. Par exemple, dans la table 3 la fonction z dépend des variables x et y.

Table 3

x \ y	36	40	44
1	210	199	187
2	405	384	360
3	573	543	510
4	701	664	624

Supposons qu'il faut calculer z qui correspond à $x = 1\frac{1}{3}$ et $y = 37$. Trouvons d'abord la valeur de z pour $x = 1\frac{1}{3}$ ($\theta = \frac{1}{3}$) pour chaque colonne

		$y=36$					$y=40$		
x	y	a	b	c	x	y	a	b	c
1	210				1	199			
		+195					+185		
2	405		−27		2	384		−26	
		+168		−13			+159		−12
3	573		−40		3	543		−38	
		+128					+121		
4	701				4	664			

$y = 44$

x	y	a	b	c
1	187			
		+173		
2	360		--23	
		+150		—13
3	510		—36	
		+114		
4	624			

De là trouvons les valeurs de z pour $x = 1\frac{1}{3}$:

y	z	a	b
36	277		
		—14	
40	263		—3
		—17	
44	246		

En appliquant à cette table encore une fois notre règle ($\theta = \frac{1}{4}$), on trouve

$$z = 277 - \frac{1}{4}14 + \frac{3}{32}3 = 274.$$

Il arrive qu'il faut calculer une fonction pour un argument dont la valeur dépasse le cadre de la série des arguments de la table. La résolution de ce problème s'appelle *extrapolation*. Lorsque la fonction est proportionnelle à l'argument la formule d'extrapolation s'écrit:

$$y = y_1 - a_2 \frac{x_1 - x}{x_2 - x_1},$$

elle correspond au cas où, par exemple, on cherche y pour un x plus petit que le premier x des x contenus dans la table (extrapolation par défaut). Dans le tout premier exemple que nous avons examiné calculons y pour $x = -5$:

$$y = 0 - 10\frac{0-(-5)}{5-0} = -10.$$

La formule d'extrapolation par excès est de la forme

$$y = y_4 + a_4 \frac{x - x_4}{x_4 - x_3}.$$

D'après cette formule trouvons y pour $x = 27$.

$$y = 30 + 10\frac{27-15}{15-10} = 30 + 24 = 54.$$

Pour rendre plus facile l'interpolation, les annuaires astronomiques donnent souvent la variation horaire de la fonction, c'est-à-dire son changement d'heure en heure.

Les exemples qui suivent exercent dans la réalisation de l'interpolation ; il est sans importance que les élèves ne comprennent pas encore le sens de certains termes qu'on trouve dans les énoncés des problèmes ou la table II*).

La résolution de nombreux problèmes des chapitres qui suivent impose aux élèves d'être versés dans l'interpolation et l'extrapolation.

Deuxième cycle

1. Trouver par interpolation d'après la table II l'équation du temps le 20 juin à 6^h, temps de Greenwich.

2. Déterminer d'après la table II la déclinaison du Soleil le 29 juin à 18^h, temps de Greenwich *).

3. Trouver par interpolation d'après la table II l'ascension droite du Soleil le 6 juillet à 18^h, temps de Greenwich.

4. Interpoler l'ascension droite du Soleil le 13 juillet à $t = 1^h32^m\,44^s,3$, temps de Greenwich. Prendre les données de la table II.

5. Interpoler d'après la table II la déclinaison du Soleil le 10 juillet à $t = 17^h12^m\,30^s,4$, temps de Greenwich.

6. Trouver d'après la table II l'équation du temps le 2 juillet à $t = 4^h50^m\,19^s,1$, temps de Greenwich.

7. Déterminer d'après la table IX la valeur de la précession annuelle en ascension droite pour $\alpha = 1^h,8$; $\delta = +63°$.

8. Trouver la précession annuelle pour $\alpha = 5^h,2$; $\delta = +45°,9$.

9. Déterminer la précession annuelle d'après la table IX pour $\alpha = 17^h,9$; $\delta = +56°,9$.

10. Déterminer la précession annuelle d'après la table IX pour $\alpha = 19^h,8$; $\delta = -37°,9$.

II. SPHÈRE CÉLESTE

I

On appelle *sphère céleste* (sphère des fixes) la sphère imaginaire de rayon arbitraire et de centre à l'emplacement de l'observateur. Nous projetons sur cette sphère les positions de tous les astres. Sur la sphère céleste les distances ne peuvent être mesurées qu'en quantités angulaires, en degrés, par exemple. Il faut retenir que le diamètre angulaire apparent de la Lune et du Soleil valent environ 1/2°. On sait que la longueur d'un arc de 1° est égale à peu près à $\frac{1}{57}$ du rayon de circonférence. Par conséquent, les distances à la Lune et au Soleil sont 114 fois plus grandes que leur diamètre

*) La table II, comme toutes les tables numérotées par des chiffres romains, est donnée en annexe.

*) En résolvant les problèmes 2 et 5 ne pas utiliser la variation horaire de δ.

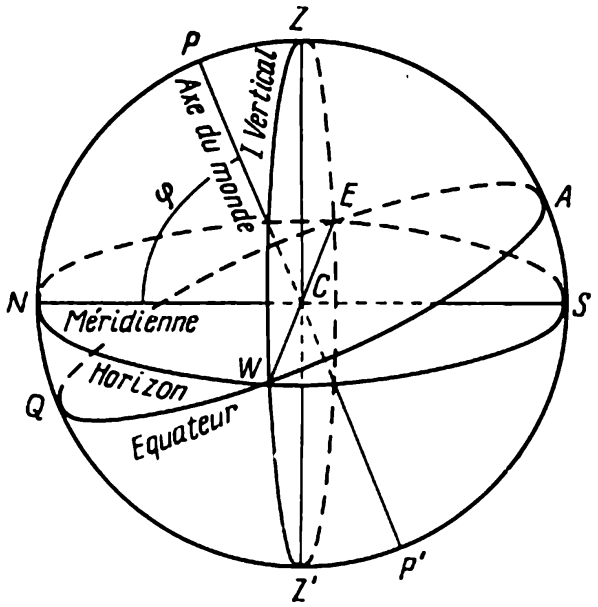


Fig. 1. Lignes et points principaux de la sphère céleste

linéaire. La longueur d'un arc de 1″ ou sin 1″ vaut 1 : 206 265 du rayon.

L'intersection de la verticale passant par le centre de la sphère céleste avec la sphère céleste (fig. 1) a lieu aux points du *zénith* (*Z*) et du *nadir* (*Z'*). Le zénith se trouve au-dessus de la tête de l'observateur. Le plan horizontal passant par le centre de la sphère la coupe suivant un grand cercle qui est l'*horizon mathématique*.

La rotation diurne de la sphère céleste (rotation apparente produite par la rotation de la Terre) s'effectue autour de l'axe du monde qui passe par le centre de la sphère et les points appelés *pôle* céleste *Nord* (*P*) et *pôle* céleste *Sud* (*P'*). Le plan perpendiculaire à l'axe du monde qui passe par le centre de la sphère la coupe suivant l'*équateur céleste*. Le plan passant par la verticale et l'axe du monde s'appelle *plan du méridien*; il coupe la sphère suivant le *méridien céleste*. L'intersection de l'horizon et du méridien a lieu aux points Sud (*S*) et Nord (*N*), alors que les plans de ces cercles se coupent suivant la *méridienne*. Le point Nord *N* repose sur l'horizon directement sous le pôle céleste Nord *P*. L'équateur est coupé par l'horizon aux points Est (*E*) et Ouest (*W*), et par le méridien, en deux points, dont celui qui se trouve au-dessus de l'horizon s'appelle point de l'équateur (*A*).

Le plan vertical perpendiculaire au plan du méridien et au plan de l'horizon coupe la sphère suivant le *premier vertical* qui passe par l'horizon aux points *E* et *W*.

L'angle que fait l'axe du monde avec le plan de l'horizon (ou, ce qui revient au même, la distance angulaire entre le pôle et l'horizon) donne la *latitude géographique* (φ) du lieu d'observation.

Les astres se lèvent au-dessus de l'horizon dans la partie orientale de ce dernier et descendent vers l'horizon dans sa partie oc-

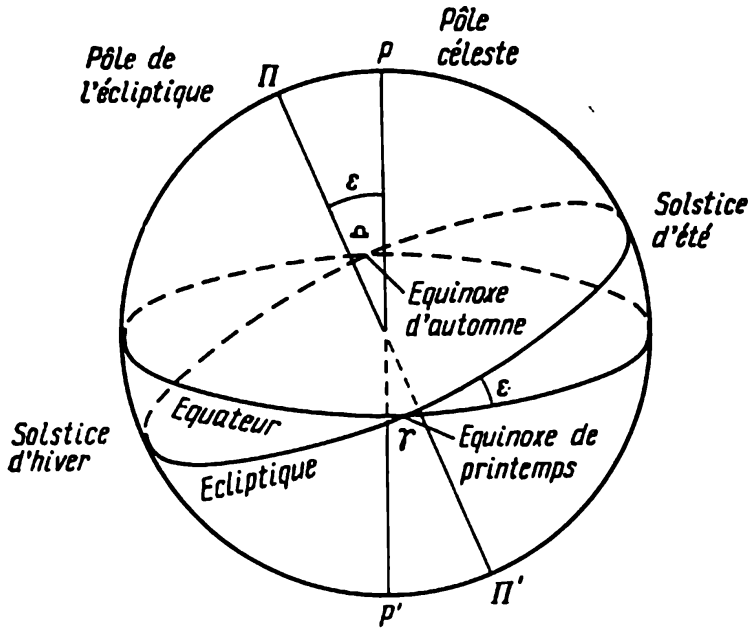


Fig. 2 Equateur et écliptique

cidentale. L'*Etoile Polaire* (α Petite Ourse) est distante seulement de 58′ du pôle celeste Nord. Certaines étoiles descendent pour un certain temps sous l'horizon qui sépare l'hémisphère visible du ciel de l'hémisphère invisible, d'autres se trouvent toujours au-dessus de l'horizon. L'équateur, lui, divise le ciel en hémisphères Nord et Sud. Chaque jour toute étoile passe par les parties Nord et Sud du méridien 4 minutes avant que le jour précédent (plus précisément, $3^m\ 56^s$ de temps solaire usuel). Il en est de même du lever et du coucher des étoiles qui descendent sous l'horizon. La trajectoire diurne des astres au-dessus de l'horizon est parallèle à l'équateur.

Le grand cercle de la sphère céleste suivant lequel le centre du Soleil semble se déplacer pendant l'année (sous l'effet de la révolution annuelle de la Terre autour du Soleil) s'appelle *écliptique*. L'écliptique coupe l'équateur (fig. 2) sous un angle $\varepsilon = 23°27'$. Lors de la rotation de la sphère céleste, la position de l'écliptique par rapport à l'horizon change, à la différence de toutes les autres lignes de la sphère céleste passées en revue. L'écliptique coupe l'équateur en deux points définis appelés *équinoxe de printemps* ou *point vernal* et *équinoxe d'automne*. Le point vernal noté ♈ ou γ se trouve dans la constellation des Poissons, le deuxième, noté ♎ repose dans la constellation de la Vierge.

Premier cycle

11. A quelle distance de l'œil faut-il placer une monnaie de 1,7 cm de diamètre pour qu'elle couvre exactement la Lune ou le Soleil ? (VV)

12. Le diamètre d'un ballon sphérique ordinaire est de 13 m. A quelle distance de l'observateur se trouve-t-il si son diamètre angulaire est deux fois inférieur au diamètre lunaire?

13. En observant une étoile on découvre qu'elle monte de plus en plus haut. De quel côté de la voûte céleste regarde l'observateur?

14. Dans quelles parties de la voûte céleste la hauteur des astres augmente de façon continue et dans quelles parties elle diminue?

15. De bon matin un chasseur s'enfonce dans un bois dans la direction de l'Etoile Polaire. Il reprend le chemin du retour après le lever du Soleil. Dans quelle direction doit-il revenir en se guidant par la position du Soleil?

16. Y a-t-il une différence entre le pôle céleste Nord et le point Nord?

17. Existe-t-il, sur la Terre, un point où un homme aux yeux bandés ne peut s'avancer que vers le Nord?

18. A quelle heure (à peu près) se lève l'étoile qui se levait il y a un mois à 10 heures du soir?

19. Tracer la projection de la sphère céleste:

1) sur le plan de l'horizon;
2) sur le plan de l'équateur;
3) sur le plan du méridien;
4) sur le plan du premier vertical. (VV)

20. Démontrer que l'équateur coupe l'horizon aux points distants de 90° des points Nord et Sud, c'est-à-dire aux points Est et Ouest.

21. Démontrer que l'horizon, l'équateur et le premier vertical se coupent aux mêmes deux points.

22. La latitude de Moscou est $\varphi = 55°45'$. Déterminer la distance angulaire entre le zénith à Moscou et le pôle céleste.

23. Les régions les plus méridionales de l'Union Soviétique s'étendent jusqu'à la latitude 35°. Quel angle forme dans ces régions le plan de l'équateur avec l'horizon?

24. Sous quel angle l'équateur céleste coupe l'horizon (aux points Est et Ouest) pour un observateur qui se trouve à 40° de latitude? Quel est cet angle si la latitude de l'observateur est 10°? 20°? 50°? 70°? —40°?

25. Dans quels deux cas la hauteur des astres au-dessus de l'horizon ne change pas pendant 24 heures?

26. Quels cercles importants de la sphère céleste n'ont pas d'analogues sur la Terre?

27. Quelle position prend l'écliptique par rapport à l'horizon au pôle Nord?

28. Quels sont les valeurs maximale et minimale des angles entre l'écliptique et l'horizon à Moscou ($\varphi = 55°45'$)?

29. Dans quelles conditions le pôle de l'écliptique se confond avec le zénith de l'observateur?

30. En quel lieu de la Terre l'écliptique peut se confondre avec l'horizon et quand cela arrive-t-il?

31. Quel angle forme l'écliptique avec l'horizon à l'instant du coucher du point vernal pour un observateur situé à 18° de latitude géographique?

32. Quel angle avec l'horizon forme l'écliptique à l'instant du lever du point vernal pour la latitude +55°? A l'instant du coucher de ce point? Même question pour la latitude $+66^1/_2$°?

33. Calculer la distance linéaire entre deux étoiles séparées de nous par des distances r_1 et r_2 et observées dans le ciel à une distance angulaire θ.

III. SYSTÈMES DE COORDONNÉES CÉLESTES

I

La position des points, en particulier des astres, sur la sphère céleste est déterminée par les coordonnées sphériques. Les plus usités sont quatre systèmes de coordonnées. Chacun de ces systèmes détermine la position d'un point par deux coordonnées, dont l'une donne la distance angulaire de ce point à partir du plan d'un certain cercle principal (tout comme pour la latitude géographique), et l'autre se compte le long de ce cercle principal à partir d'un point défini (d'une façon analogue à la longitude géographique).

Coordonnées horizontales (h et A) (fig. 3). La *hauteur* h se compte à partir de l'horizon jusqu'au point donné suivant le grand demi-cercle passant par le point et le zénith (le cercle de hauteur). L'azimut A se compte à partir du point Sud S dans le sens rétrograde (celui des aiguilles d'une montre) le long de l'horizon jusqu'à son intersection avec le cercle de hauteur passant par le point donné. Au lieu de la hauteur h on emploie souvent la *distance zénithale* z égale à $90° - h$, c'est-à-dire la distance angulaire entre le point et le zénith. h (ou z) et A dépendent de la latitude du lieu et de l'instant de l'observation. (En géodésie l'azimut se compte à partir du point Nord N).

Coordonnées équatoriales. Premier système (δ et α) (fig. 4). La *déclinaison* δ se compte à partir de l'équateur jusqu'au point donné suivant le grand demi-cercle passant par ce point et le pôle céleste (suivant le cercle de déclinaison). Dans l'hémisphère Nord du ciel la déclinaison est positive, dans l'hémisphère Sud, elle est négative. α est l'*ascension droite* qui se compte à partir du point vernal γ dans l'hémisphère Nord dans le sens direct (inverse de celui des aiguilles d'une montre) le long de l'équateur jusqu'à son intersection avec le cercle de déclinaison passant par le point donné. Dans les cas courants, elle s'exprime en heures, en partant du fait que $24^h = 360°$; $1^h = 15°$; $1^m = 15'$; $1^s = 15''$; $1° = 4^m$. Pour réaliser la conversion d'un arc en ces unités et inversement voir en annexe à la fin du livre les tables IV et V. Dans le système

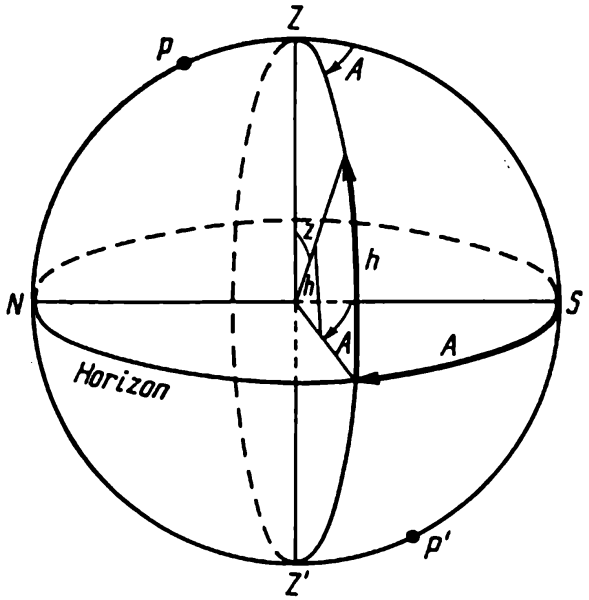


Fig. 3. Coordonnées horizontales (h et A)

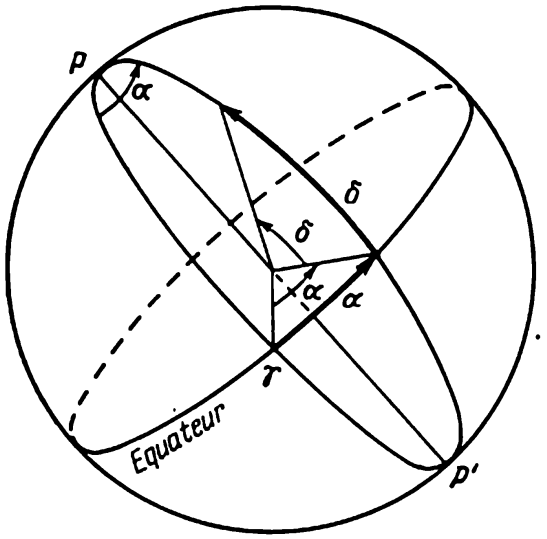


Fig. 4. Coordonnées équatoriales (δ et α)

équatorial (δ et α) la position de l'astre ne dépend ni de la rotation diurne de la sphère céleste ni du lieu d'observation.

Coordonnées équatoriales. D e u x i è m e s y s t è m e (δ et t) (fig. 5). δ est la même coordonnée que dans le cas précédent. t est l'*angle horaire* compté à partir du point d'intersection de l'équateur avec le méridien A dans le sens rétrograde (celui des aiguilles d'une montre) (vers l'Ouest) jusqu'à l'intersection de l'équateur avec le cercle de déclinaison passant par le point donné. Tout comme α, t s'exprime en heures et dépend du temps de l'observation.

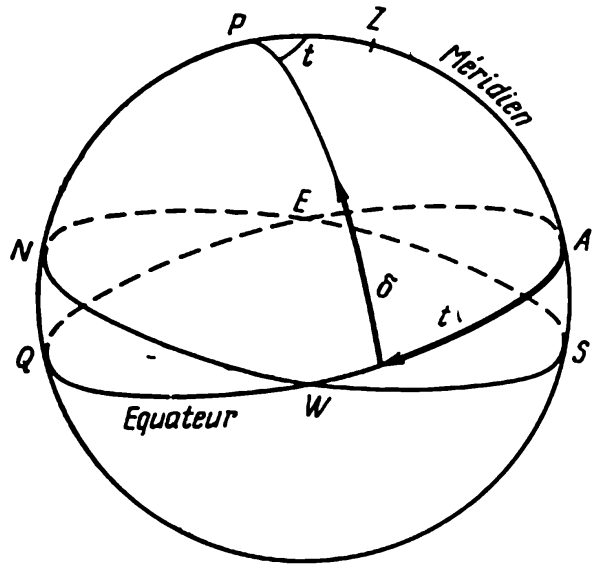


Fig. 5. Coordonnées équatoriales (δ et t)

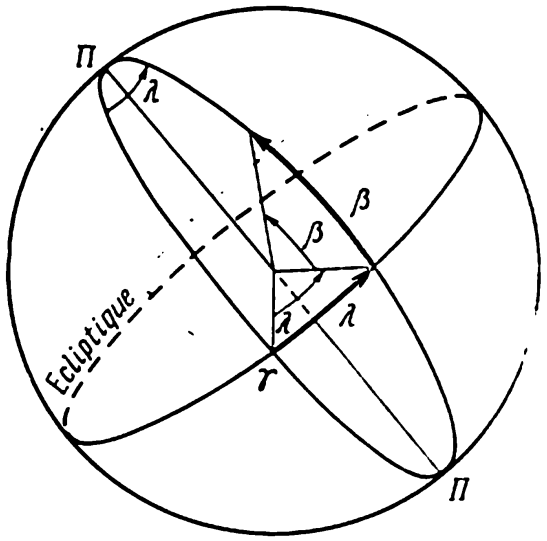


Fig. 6. Coordonnées écliptiques (β et λ)

Coordonnées écliptiques (β et λ) (fig. 6). La *latitude astronomique* β se compte à partir de l'écliptique jusqu'au point donné suivant le grand demi-cercle passant par le point donné et le pôle de l'écliptique Π (cercle de latitude). Au Nord de l'écliptique σ est positive, au Sud, elle est négative. La *longitude astronomique* λ est comptée à partir du point vernal ♈ dans le sens direct (inverse de celui des aiguilles d'une montre) le long de l'écliptique jusqu'à son intersection avec le cercle de la latitude passant par le point donné. Tout comme α et δ, λ et β ne dépendent ni du temps ni du lieu d'observation.

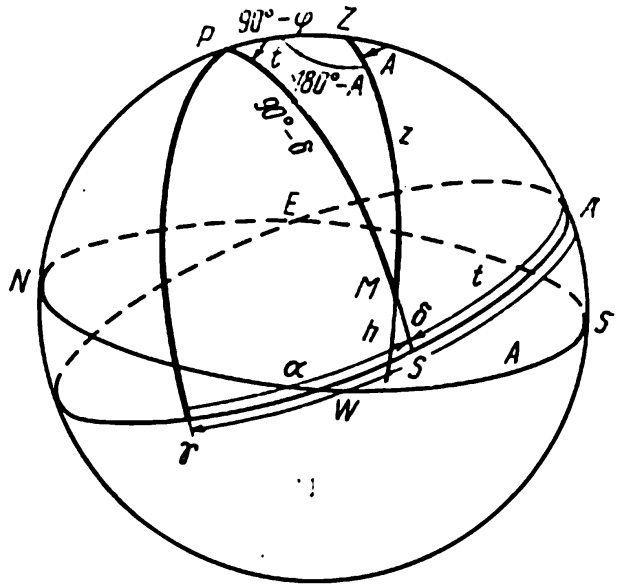


Fig. 7. Les coordonnées équatoriales et les coordonnées horizontales

A titre de comparaison, les trois premiers systèmes de coordonnées sont représentés simultanément sur la figure 7.

Sur les cartes et les globes célestes on représente toujours le réseau des coordonnées équatoriales α et δ et la ligne de l'écliptique. Les ouvrages de référence qui renseignent sur les coordonnées des astres donnent précisément leurs α et δ.

Le *temps sidéral* s est déterminé par l'angle horaire du point vernal. A l'instant s du temps sidéral l'angle horaire t d'un astre d'ascension droite α est déterminé par la formule

$$t = s - \alpha,$$

d'où l'on tire

$$s = t + \alpha,$$

c'est-à-dire qu'à l'instant donné le temps sidéral est égal numériquement à l'angle horaire d'un astre plus son ascension droite.

Le moment de l'intersection du méridien par un astre (lors de la rotation diurne de la sphère céleste) s'appelle *passage au méridien*. A l'instant du passage supérieur d'un astre, $t = 0^h$, au moment du passage inférieur, $t = 12^h$. Au moment du passage supérieur ou de la culmination,

$$s = \alpha,$$

c'est-à-dire qu'à ce moment le temps sidéral est égal numériquement à l'ascension droite de l'astre.

Le 22 mars à midi le temps sidéral est égal à peu près à 0^h. A midi (12^h) d'une date quelconque le temps sidéral est égal à 4^m (plus précisément, à $3^m\ 56^s$) multipliées par le nombre de jours passés en-

tre le 22 mars et la date donnée *). Par exemple, le temps sidéral à midi du 1er mai est égal à $(3^m\,56^s) \times 40 = 2^h\,37^m$. L'heure sidérale exacte à midi (12^h) ou à minuit (0^h) de Greenwich est donnée pour chaque jour par l'Annuaire astronomique de l'année en cours.

A une heure quelconque du temps solaire le temps sidéral est égal au temps sidéral du midi (12^h) de ce jour plus le nombre d'heures passées depuis midi jusqu'au moment donné du temps solaire. Pour un calcul plus précis il faut encore tenir compte que le temps sidéral va plus vite que le temps solaire, le dépassant de $3^m\,56^s$ par jour (par 24 heures). Par exemple, à 6 heures du soir du 1er mai le temps sidéral est $2^h37^m + 6^h + (3^m56^s)\,\frac{6}{24} = 8^h37^m\,59^s$.

II

Pour résoudre de nombreux problèmes astronomiques il faut connaître les trois formules principales d'un triangle sphérique obliquangle aux côtés, a, b, c (exprimés en degrés) et aux angles A, B, C. Les formules

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \qquad (1)$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A, \qquad (2)$$

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A \qquad (3)$$

permettent de trouver le côté et l'angle adjacent d'après deux côtés et l'angle entre eux.

Ces trois formules permettent d'effectuer les transformations des coordonnées celéstes. En traçant sur le dessin de la sphère céleste d'un lieu de latitude φ les coordonnées horizontales (z et A) et équatoriales (δ et t) du point M et en appliquant au triangle PZM ainsi obtenu (fig. 7) les trois formules précédentes, on déduit les formules qui déterminent z et A d'après t et δ données. (Si on donne α et δ, il faut indiquer aussi le moment du temps sidéral s; alors, $t = s - \alpha$, et ainsi le problème se ramène au précédent.) On a

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \qquad (4)$$

$$\sin z \cos A = -\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos t, \qquad (5)$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin t. \qquad (6)$$

Pour rendre commode le calcul de z et de A d'après la table des logarithmes, ces formules doivent être ramenées à la forme logarithmique (ne contenant pas de sommes ou de différences de fonctions

*) Comme dans les calculs approchés certains enseignants préfèrent rapporter le zéro du temps sidéral à midi du 21 et non du 22 mars ou admettre pour simplifier que la durée de chaque mois est de 30 jours, la différence entre les réponses approchées aux problèmes les plus simples que nous donnons peut aller jusqu'à $^1/_4$ d'heure suivant le mode de calcul.

trigonométriques). On pose:

$$m \sin M = \sin \delta, \tag{7}$$

$$m \cos M = \cos \delta \cos t, \tag{8}$$

où M est un angle auxiliaire, et $0 < m < 1$. Alors, on a

$$\cos z = m \cos (\varphi - M), \tag{9}$$

$$\sin z \cos A = m \sin (\varphi - M), \tag{10}$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin t. \tag{11}$$

La fonction déterminée d'après la tangente étant plus exacte que si on la calcule d'après le sinus ou le cosinus, divisons (7) par (8) pour obtenir

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} \delta \sec t, \tag{12}$$

d'où l'on trouve M. Le quadrant dans lequel repose l'angle M est déterminé d'après la formule (7). Puisque $m > 0$, le signe de $\sin M$ est le même que celui de $\sin \delta$. Si, par exemple, $\operatorname{tg} M$ est positif et $\sin M$ négatif, M repose dans le quadrant III. Ensuite, on calcule m d'après la formule

$$m = \sin \delta \operatorname{cosec} M. \tag{13}$$

Puis on trouve $\varphi - M$ pour calculer A d'après la formule

$$\operatorname{tg} A = \frac{\cos \delta \sin t}{m \sin (\varphi - M)}. \tag{14}$$

Le quadrant de A est défini d'après le signe de $\sin A$ qui est le même que le signe de $\sin t$ (puisque $\sin z$ et $\cos \delta$ sont toujours plus grands que zéro). Après avoir trouvé A, on détermine z d'après la formule

$$\operatorname{tg} z = \operatorname{tg} (\varphi - M) \sec A, \tag{15}$$

en cherchant le quadrant de z à partir de (9), d'après laquelle on voit que le signe de $\cos z$ est le même que celui de $\cos (\varphi - M)$, du fait que $m > 0$.

Ainsi, pour un tel calcul on emploie les formules (12)-(15).

Les formules de transformation des z et A en δ et t, des δ et α en λ et β, des λ et β en α et δ se déduisent d'une façon parfaitement analogue aux formules précédentes.

Pour les calculs de ce type il est de rigueur de composer à l'avance un schéma de calcul sous forme de colonne en y portant les symboles des grandeurs qu'il faut calculer ou trouver dans les tables. Pour abréger, nous n'écrirons pas le signe log devant les fonctions trigonométriques. La lettre n affectée au nombre représentatif de log signifie que le nombre représenté par le logarithme est négatif. La lettre ∂ signifie que le nombre est le complément à zéro.

Par exemple, pour résoudre le problème 84 il est commode d'appliquer le schéma suivant:

t^h	$2^h22^m36^s$	$\cos\delta$	9,62897
$t°$	35°39′00″	$\sin t$	9,76554
$\operatorname{tg}\delta$	0,32765	∂m	0,01378
$\partial\cos t$	0,09013	$\sin(\varphi-M)$	$0{,}79878_n$
$\operatorname{tg} M$	0,41778	$\operatorname{tg} A$	$0{,}20707_n$
M	69°5′,2	A	121°49′,9
$\gamma-M$	−9°8′,7	$\operatorname{tg}(\varphi-M)$	$9{,}20677_n$
$\sin\delta$	9,95662	$\partial\cos A$	$0{,}27784_n$
$\delta\sin M$	0,02960	$\operatorname{tg} z$	9,48461
m	9,98622	z	16°58′,4

Premier cycle

34. Quel est le point du ciel dont la déclinaison est égale à −90°?

35. L'Etoile Polaire se trouve à 58′ du pôle céleste. Quelle est sa déclinaison?

36. Quelle est la valeur des azimuts des points Nord, Sud, Est, Ouest?

37. Quelle est la déclinaison du zénith à la latitude géographique 42°?

38. Quelles sont les coordonnées horizontales du pôle céleste en un lieu où la latitude géographique est 23°27′?

39. Quelle est l'angle horaire et l'azimut du zénith?

40. Quelle est la valeur de l'angle horaire du point Ouest? du point Est?

41. Quelle est l'ascension droite (α) et la déclinaison (δ) du point vernal?

42. Pour quel point de la sphère céleste l'ascension droite ainsi que la déclinaison sont nulles? Quelles sont la latitude et la longitude astronomiques de ce point?

43. Quelles sont la latitude et la longitude astronomiques du pôle célestre Nord?

44. Déterminer l'ascension droite et la déclinaison du pôle Nord de l'écliptique.

45. Quelles sont la latitude et la longitude du pôle Nord de l'écliptique?

46. Déterminer la distance zénithale du Soleil quand la longueur de l'ombre d'un objet est égale à sa hauteur.

47. La déclinaison de l'astre est +30°, son ascension droite est 7 heures. Dans quelle constellation se trouve-t-il?

48. Trouver les étoiles suivantes d'après leurs coordonnées sur une carte stellaire (le mieux, sur une carte dite muette, c'est-à-dire

ne portant pas les noms des étoiles, comme, par exemple, le grand atlas du prof. Mikhaïlov):

α	β	m
$3^h21^m,0$	$+8°47'$	3,80
$9^h26^m,0$	$+63°22'$	3,75
$15^h13^m,2$	$-9°8'$	2,74
$18^h4^m,0$	$+9°33'$	3,73
$22^h26^m,5$	$+58°3'$	variable
$0^h37^m,3$	$+40°43'$	variable

La dernière colonne donne l'éclat des étoiles exprimé en magnitudes. Trouver d'après une liste quelconque des étoiles ou sur une carte stellaire α et δ exactes et la magnitude des étoiles: o Baleine; β Cygne; ε Lyre; γ Grand Chien; φ Sagittaire; $\varkappa$ Grande Ourse; α Petite Ourse.

49. Pourquoi il est commode de compter les azimuts dans le sens Sud-Ouest-Nord-Est?

50. Pourquoi les ascensions droites se comptent de l'Ouest à l'Est et non pas dans le sens inverse?

51. Exprimer en heures, minutes et secondes les ascensions droites des étoiles égales à 284°15′17″; 17°57′1″; 191°13′59″.

52. Exprimer en dergés les ascensions droites des étoiles: $3^h17^m9^s$, $19^h2^m\ 39^s$ et $21^h0^m\ 3^s$.

53. Exprimer en degrés l'angle entre les cercles de déclinaison de deux étoiles dont l'une a passé au méridien à 5^h12^m et l'autre à 5^h32^m, temps sidéral.

54. L'azumut de l'astre est 45°, son hauteur, 60°. De quel côté du ciel faut-il le chercher?

55. L'angle horaire d'un astre $t = 18$ heures. Dans quelle partie de la sphère célestre le voit-on?

56. Quel est l'angle horaire d'une étoile 6 heures après sa culmination?

57. Quel est l'angle horaire de l'étoile Déneb à 23^h17^m, temps sidéral si son ascension droite est 20^h38^m?

58. Sous quelle condition une étoile d'ascension droite α se trouvera à l'Est du méridien au moment donné du temps sidéral?

59. Le temps sidéral est 21^h14^m. L'ascension droite de l'étoile est 14^h30^m. Trouver son angle horaire.

60. L'angle horaire d'une étoile est 14^h22^m. Son ascension droite est 13^h2^m. Trouver le temps sidéral au moment de cette observation.

61. Quel est le temps sidéral si une étoile d'ascension droite $21^h9^m\ 23^s$ a un angle horaire 98°11′15″ Est?

62. Où se trouve Sirius ($\alpha = 6^h41^m$) le 21 mars une heure après le coucher du Soleil? le 23 septembre une heure après le lever du Soleil (pour les latitudes moyennes de l'hémisphère Nord)?

63. Quelle sera la position d'une étoile d'ascension droite 7^h et de déclinaison 40° le 21 mars une heure après le coucher du Soleil pour un observateur se trouvant à 40° de latitude?

64. Les deux étoiles les plus brillantes de l'hémisphère Nord sont Véga ($\alpha = 18^h34^m$) et Capella ($\alpha = 5^h10^m$). Dans quelle partie du ciel (orientale ou occidentale?) et sous quel angle horaire se trouvent-elles à l'instant de la culmination du point vernal? A l'instant du passage inférieur de ce point?

65. Quel intervalle de temps sidéral passe entre le passage inférieur de Capella et le passage supérieur de Véga (prendre les données du problème précédent)?

66. Quel est l'angle horaire de Capella au moment du passage supérieur de Véga? Au moment de son passage inférieur? (Cf. problème 64).

67. Quelle est la déclinaison des étoiles qui, dans tout lieu de la Terre, peuvent être vues à l'horizon?

68. Dans quelles conditions l'azimut d'une étoile ne change pas depuis son lever jusqu'à sa culmination (passage supérieur)?

69. Dans quelles conditions l'azimut d'une étoile est égal à $270° - \lambda$, où λ est la longitude astronomique de cette étoile?

70. Trouver le lieu géométrique des points de la sphère pour lesquels la longitude astronomique est égale à l'ascension droite.

71. Trouver le lieu géométrique des points de la sphère pour lesquels la latitude astronomique est égale à la déclinaison.

71. Trouver le lieu géométrique des points de la sphère pour lesquels la latitude astronomique est égale à la déclinaison.

72. Trouver les points de la sphère pour lesquels la latitude est égale à la déclinaison et la longitude est égale à l'ascension droite.

73. La ligne médiane de la Voie Lactée forme un grand cercle qui coupe l'équateur sous un angle de 62°. L'ascension droite d'un de ces points d'intersection est 18^h40^m. Déterminer les coordonnées équatoriales du pôle Nord de la Voie Lactée.

74. Quelles étoiles dans votre ville ne passent jamais au premier vertical?

Deuxième cycle

75. On connaît le côté $a = 57°22'12''$, le côté $b = 72°12'19''$ et l'angle $C = 94°1'49''$ d'un triangle sphérique. Calculer le côté c et les angles A et B.

76. Exprimer par une formule la distance angulaire l entre deux points d'une sphère dont les coordonnées sont données dans le système équatorial. (VV)

77. Déterminer sur l'arc du grand cercle (d'après la formule du problème 76) la distance entre les étoiles α et β Grande Ourse dont les coordonnées sont

$\alpha_1 = 10^h59^m$, $\delta_1 = +62°10'$, $\alpha_2 = 10^h57^m$, $\delta_2 = +56°47'$. (VV)

78. Le début et la fin de la trajectoire d'un météore dans le ciel stellaire se trouvent respectivement à 90° et à 136°19′0″ du pôle céleste Nord, alors que l'angle entre les cercles de déclinaison qui passent par ces points est de 62°20′42″. Déterminer la longueur de la trajectoire du météore en degrés et les angles sous lesquels sa trajectoire a coupé les deux cercles de déclinaison susmentionnés.

79. Déduire trois formules de transformation des coordonnées horizontales A et z en coordonnées équatoriales t et δ pour un lieu de latitude φ. Les ramener à la forme logarithmique.

80. Déduire trois formules de transformation des coordonnées équatoriales α et δ en coordonnées écliptiques λ et β. Appliquer ces formules aux coordonnées du Soleil. *Indication*: Faire un dessin; désigner par ε l'obliquité de l'écliptique.

81. Déduire les formules de transformation des coordonnées écliptiques λ et β en coordonnées équatoriales α et δ en désignant par ε l'obliquité de l'écliptique (son inclinaison à l'équateur). Comment les formules déduites se simplifieraient-elles si on les appliquait au Soleil se déplaçant sur l'écliptique?

82. Ramener à la forme logarithmique les formules de changement des coordonnées équatoriales α et δ en coordonnées écliptiques β et λ.

83. Déduire trois formules générales de changement des coordonnées sphériques x et y en x' et y', si les premières sont déterminées par rapport à un grand cercle de la sphère s, et les secondes, par rapport à un grand cercle de la sphère s', qui forment entre eux un angle i. Dans le premier système les coordonnées de l'un des points d'intersection de s' et s sont θ, 0 et dans le deuxième système, θ', 0.

84. Trouver la distance zénithale et l'azimut de α Dragon ($\alpha = 14^h1^m\,57^s$; $\delta = 64°48',8$) à Léningrad ($\varphi = 59°56',6$) à $16^h24^m\,33^s$, temps sidéral. *Indication*: Voir le schéma de calcul de la p. 28. (5

85. Calculer la distance zénithale et l'azimut de α Lion ($\alpha = 10^h4^m\,7$; $\delta = +12°18'$) à Moscou ($\varphi = 55°45'$) à $s = 5^h23^m,8$, temps sidéral.

86. Calculer la distance zénithale et l'azimut d'Arcturus ($\alpha = 14^h11^m\,58^s$; $\delta = +19°36'6''$) pour Saratov ($\varphi = 51°32'0''$) à $13^h34^m\,54^s$, temps sidéral.

87. Calculer α et δ d'une étoile qui à Moscou à l'heure sidérale $s = 11^h11^m\,36^s$ avait les coordonnées $z = 49°15'10''$ et $A = 298°28'50''$. *Indication*: Utiliser les formules données par la réponse au problème 79.

88. Les coordonnées équatoriales d'une comète sont: $\alpha = 81°48'7$; $\delta = +68°28'$. Quelles sont ses coordonnées écliptiques λ et β ($\varepsilon = 23°27'26''$)? *Indication*: Utiliser les formules données par la réponse au problème 82.

89. Trouver la latitude β et la longitude λ de α Orion de coordonnées $\alpha = 5^h49^m$; $\delta = +7°23'$. *Indication*: Utiliser les formules données par la réponse au problème 82.

90. Le 9 mai l'ascension droite du Soleil était 45°30′. Déterminer la déclinaison du Soleil si l'on connaît l'obliquité de l'écliptique (23°27′). *Indication*: Utiliser la réponse au problème 81.

91. La longitude du Soleil est 71°11′7. Calculer ses coordonnées équatoriales ($\varepsilon = 23°27',2$). *Indication*: Utiliser la réponse au problème 81.

92. La longitude du Soleil est 43°,6. Trouver sa déclinaison et son ascension droite. Faire le même calcul pour l'instant où la longitude du Soleil est 143°,6 (le 15 août). *Indication*: Procédér à une vérification approchée de l'exactitude du calcul en comparant les données obtenues avec celles d'un annuaire astronomique.

93. Déterminer la longitude du Soleil le 2 janvier et le 5 juillet, si d'après l'annuaire astronomique ces jours-ci δ et α du Soleil sont $-23°,0$; 18^h49^m et $+22°,8$; 6^h55^m. *Indication*: Utiliser la réponse au problème 82. Vérifier l'exactitude du résultat en calculant la longitude du Soleil, son mouvement diurne moyen suivant l'écliptique étant connu. (VV).

94. Le lieu d'observation se trouve à $\varphi = 52°30'$ de latitude Nord. 3^h40^m après le passage supérieur du Soleil, il se trouve à la hauteur $h = 33°8'$. Quels sont l'azimut A et la déclinaison δ du Soleil ce jour-là au moment de l'observation?

95. Dans combien de temps après son passage supérieur le 13 juin à Kiev ($\varphi = 50°27'$ de latitude Nord) le Soleil se trouvera à la hauteur $h = 35°$, si sa déclinaison $\delta = +23°12'$?

96. Lors de l'observation des planètes il importe parfois de connaître la position de leurs axes par rapport au cercle de déclinaison qui passe par le centre du disque apparent. Pourtant, il est plus facile pour un observateur d'établir comment passe par le disque de la planète le cercle de hauteur et de le tracer sur un dessin. Alors, pour marquer sur le dessin la position de l'axe de la planète, il faut connaître l'angle, au centre de la planète entre les cercles de déclinaison et de hauteur qui passent par ce centre. Déduire la formule de cet angle p, si les coordonnées de la planète α et δ à l'instant d'observation s du temps sidéral sont connues. Trouver trois formules qui déterminent cet angle et la distance zénithale z de l'astre. Les ramener à la forme logarithmique en introduisant les grandeurs auxiliaires m et M.

97. Pour déterminer les conditions de visibilité des astres voisins de l'écliptique il faut connaître l'angle entre l'écliptique et l'horizon du lieu de latitude φ. Déterminer cet angle en fonction du temps sidéral et déduire les conditions de son maximum et de son minimum. (VV).

98. Soient x, y, z les coordonnées équatoriales héliocentriques d'un astre (l'axe des x est aligné sur le point vernal; l'axe des y repose dans le plan de l'équateur). Soient X, Y, Z les coordonnées rectangulaires d'origine au centre du Soleil, l'axe des X étant aligné sur le point vernal et l'axe Y reposant dans le plan de l'écliptique (coordonnées rectangulaires écliptiques héliocentriques). Démon-

trer que $x=X$; $y=Y\cos\varepsilon-Z\sin\varepsilon$; $z=Y\sin\varepsilon+Z\cos\varepsilon$, où ε est l'obliquité de l'écliptique). (VV)

99. Un astre se trouve à la distance ρ à la Terre et ses coordonnées équatoriales géocentriques sont α et δ. Les coordonnées équatoriales géocentriques (par rapport à la Terre) du Soleil sont X_0, Y_0, Z_0 (l'axe des X_0 est aligné sur le point vernal, l'axe des Y_0 repose dans le plan de l'équateur). Soient x, y, z les coordonnées rectangulaires équatoriales héliocentriques de l'astre (voir le problème précédent). Démontrer que pour déterminer ρ, α et δ il faut appliquer les formules

$$\rho\cos\alpha\cos\delta = x + X_0,$$
$$\rho\sin\alpha\cos\delta = y + Y_0,$$
$$\rho\sin\delta = z + Z_0.$$

100. Soient R la distance entre la Terre et le Soleil et L, la longitude héliocentrique de la Terre. Supposons qu'à la distance ρ à la Terre les coordonnées écliptiques géocentriques de l'astre sont β et λ. Démontrer que

$$\rho\cos\beta\cos\lambda = x - R\cos L,$$
$$\rho\cos\beta\sin\lambda = y - R\sin L,$$
$$\rho\sin\beta = z,$$

où x, y, z sont les coordonnées rectangulaires écliptiques héliocentriques de l'astre. (VV)

IV. PASSAGE DES ASTRES AU MÉRIDIEN. DÉTERMINATION DE LA LATITUDE GÉOGRAPHIQUE ET DES COORDONNÉES DES ASTRES CÉLESTES

I

Lorsqu'un astre culmine (passe au méridien supérieur) et se trouve à cet instant le plus haut au-dessus de l'horizon, son angle horaire $t = 0$ et le temps sidéral s est égal à l'ascension droite α de l'astre.

A son passage inférieur, l'étoile se trouve le plus loin du zénith, son angle horaire $t = 12^h$ et à cet instant le temps sidéral $s = \alpha + 12^h$. Comme le montre la figure 8 qui est une projection de la sphère céleste sur le plan du méridien, à l'instant du passage supérieur, la déclinaison δ de l'astre, la distance zénithale z et la latitude du lieu d'observation φ sont liées par la formule $z = \pm(\varphi - \delta)$. Le signe « + » est pris si l'étoile culmine au Sud du zénith, et le signe « — », si elle culmine entre le zénith et le pôle céleste.

Si l'on connaît deux de ces grandeurs, on peut trouver la troisième. Dans les cas courants z est déterminée par observation, alors que δ et φ par calcul. Pour de nombreuses villes on trouve φ dans

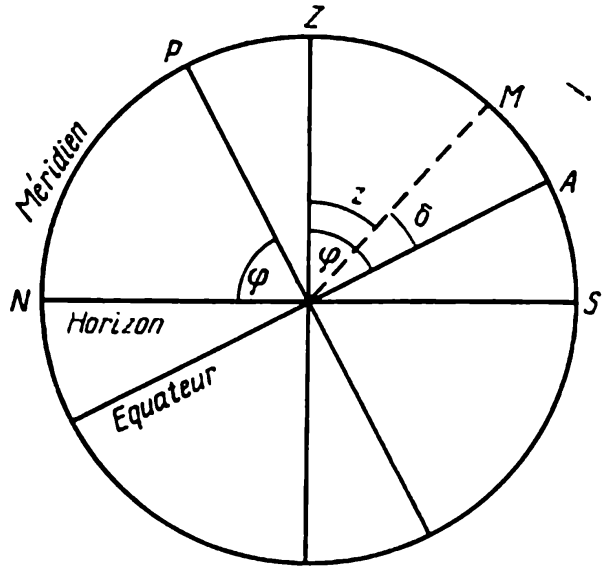


Fig. 8. Projection de la sphère céleste sur le plan du méridien

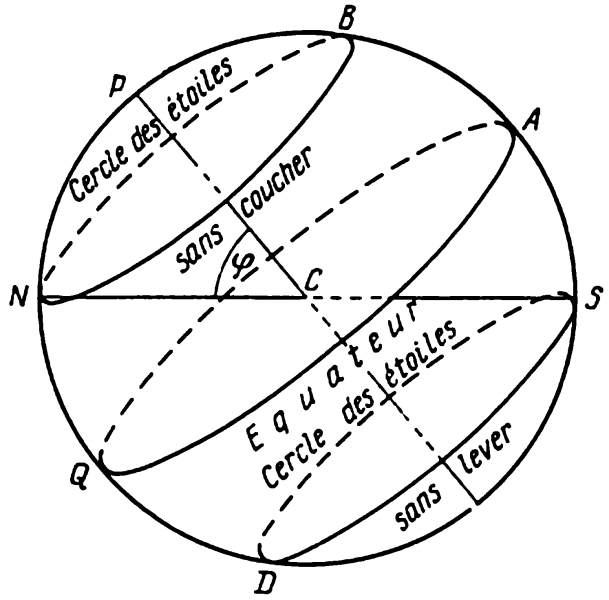


Fig. 9. Cercles des étoiles sans coucher (circumpolaires Nord) et sans lever (circumpolaires Sud)

des ouvrages de référence ou sur une carte géographique. Lorsque la latitude géographique est connue (d'après la formule ci-dessus), δ de nombreuses étoiles est donnée par les mesures des distances zénithales à l'instant des passages au méridien ou peut être également trouvée dans des ouvrages de référence ou dans des catalogues des coordonnées stellaires. Le problème 135 montre qu'on peut trouver simultanément φ et δ en mesurant la distance zénithale de l'étoile pour les deux passages.

La figure 9 représente la sphère céleste vue par un observateur qui se trouve à la latitude φ. Pour lui, les trajectoires diurnes des

étoiles sans coucher (circumpolaires Nord) se situent entre le cercle des étoiles sans coucher et le pôle. Les trajectoires diurnes des étoiles sans lever (circumpolaires Sud) sont comprises entre le cercle correspondant et l'autre pôle, alors que celles des étoiles à lever et à coucher, entre ces deux cercles. Les formules qui expriment l'appartenance à tel ou tel groupe se déduisent aisément des figures 8 et 9.

II

Les problèmes du deuxième cycle n'imposent aucune explication supplémentaire.

Premier cycle

101. Quel est l'azimut d'une étoile à l'instant de son passage supérieur pour un lieu de latitude φ? Est-il le même pour toutes les étoiles?

102. Dans votre ville, quels sont les astres pour lesquels l'azimut n'est jamais nul?

103. Quelle est l'inclinaison d'une étoile dont l'azimut à l'instant du passage supérieur est égal à 0°? à 180°?

104. Moscou et Addis-Abeba, la capitale de l'Ethiopie, reposent sur le même méridien. La latitude de Moscou est +56°, celle d'Addis-Abeba, +9°. Quelle est la différence entre les hauteurs auxquelles deux observateurs voient, dans ces villes, l'étoile Sirius à l'instant de son passage supérieur?

105. Comparer les hauteurs et les azimuts d'un même astre à l'instant de son passage inférieur pour les observateurs se trouvant aux latitudes φ et $\varphi + 30°$. (VV)

106. Démontrer que la hauteur d'une étoile à l'instant du passage inférieur est donnée par la formule $h = \varphi + \delta - 90°$.

107. Quelle est la distance zénithale de Véga ($\delta = +38°42'$) à l'instant de son passage supérieur à Moscou ($\varphi = 55°45'$)?

108. A quelle distance zénithale a lieu le passage supérieur de l'étoile Capella ($\delta = +45°54'$) à Léningrad ($\varphi = 59°57'$)? à Tachkent ($\varphi = 41°20'$)?

109. Une étoile se trouve à 15° du pôle céleste Nord. La voit-on toujours au-dessus de l'horizon de Léningrad ($\varphi = 59°57'$)?

110. Une même étoile peut-elle passer au méridien céleste de la ville d'Irkoutsk ($\varphi = 52°16'$) au point Nord et au point Sud? Ce phénomène peut-il avoir lieu en d'autres points de la Terre?

111. La distance polaire d'une étoile est de 20°15'. Quelle est sa distance zénithale lors de son passage inférieur à Vologda ($\varphi = 59°13'$)?

112. Une étoile se trouve à 48° du pôle céleste. Peut-on la voir toujours au-dessus de l'horizon d'Odessa ($\varphi = 46°29'$), de Moscou $\varphi = 55°45'$), de Kiev ($\varphi = 50°27'$) et de Tbilissi ($\varphi = 41°43'$)?

113. Fomalhaut (α Poisson Austral) dont la déclinaison est — 30°5′ se lève-t-il à Arkhangelsk?

114. Déterminer quels sont les points de la Terre où commence à être visible la Croix du Sud, constellation qui repose entre les déclinaisons Sud —55° et —64°, et établir, sur un globe ou une carte des hémisphères terrestres, dans quels pays se trouvent ces points.

115. Une personne affirmait qu'une de ses connaissances qui vivait à Saratov (φ = 51°32′) a vu l'étoile Capella (δ = 45°54′) à la lumière du jour à partir d'un puits profond. Des considérations géométriques autorisent-elles ce phénomène? (On sait qu'en général il est impossible de voir à partir d'un puits les étoiles à la lumière du jour.)

116. Une étoile qui du lever au coucher décrit au-dessus de l'horizon un arc de 180° se trouve à l'instant de son passage supérieur à 55° du zénith. Quel angle en ce lieu forme l'équateur avec l'horizon?

117. Quelle est la déclinaison d'une étoile observée à Arkhangelsk (φ = 64°35′) pendant son passage inférieur à la hauteur de 10°?

118. A Odessa (φ = 46°29′) on a observé le passage supérieur de Sirius à une distance zénithale de 63°5′. Quelle est sa déclinaison?

119. Quelle est la déclinaison des étoiles qui en un lieu de latitude de φ culminent au point Nord?

120. Quelle est la déclinaison des étoiles qui culminent au zénith d'un lieu de latitude φ?

121. A quelle condition doit satisfaire la déclinaison δ d'une étoile pour que, sous la latitude φ, elle soit sans coucher? pour qu'elle soit sans lever?

122. Quelle est la déclinaison des étoiles qui culminent au zénith de Moscou, de Kiev et de Tbilissi? (Leurs latitudes sont données par le problème 112).

123. Quelle doit être la déclinaison limite des étoiles de l'hémisphère Sud pour qu'elles soient visibles à Léningrad (φ = 59°57′) et à Tachkent (φ = 41°20′)?

124. A Moscou (φ=55°45′), à midi, la hauteur du Soleil s'était avérée égale à 57°17′. Utiliser l'annuaire astronomique pour déterminer la date de cette mesure.

125. Les appareils de la station soviétique «Pôle Nord» en dérive permettaient, à 250 m près, de déterminer par observation des étoiles la position de la station sur le globe terrestre. Cette précision a rendu possible l'observation de la dérive de la banquise. Quelle était la précision avec laquelle était déterminée la latitude géographique (la longueur d'un dergé de méridien est égale à 111 km). (VV)

126. β Petite Ourse (δ= +74°31′) était observée à Tbilissi pendant son passage inférieur à une distance zénithale de 63°46′. Quelle est la latitude de Tbilissi?

127. A l'instant du passage inférieur l'étoile α Cocher (δ = = +45°54′) est visible à l'horizon. Quelle est la hauteur du pôle céleste au-dessus de l'horizon du point d'observation?

128. La hauteur d'une étoile qui se trouve à l'équateur céleste à l'instant de son passage supérieur est égale à 30°. Quelle est la hauteur du pôle au lieu d'observation?

129. On demande de déterminer la latitude géographique d'un lieu en observant la hauteur d'un astre pendant son passage au méridien. Où faut-il choisir l'astre pour obtenir un résultat plus précis, plus près du zénith ou plus loin, et pourquoi en est-il ainsi (cf. chapitre V)? (VV)

130. Un homme ayant planté un bâton de 1 m de long dans le sol a mesuré la longueur de son ombre à midi. Il a trouvé dans un annuaire la déclinaison du Soleil relative à ce jour pour déterminer la latitude du lieu et a obtenu un résultat incorrect, bien que ses calculs étaient exacts. Quelle est la cause de cette erreur? (VV)

131. Au Sud du zénith la hauteur du bord inférieur du Soleil au méridien, mesurée à l'aide d'un sextant à partir du bord d'un navire, était 84°21′, la déclinaison du centre du Soleil, +18°39′. Déterminer la latitude du lieu d'observation compte tenu du diamètre angulaire du Soleil égal à 32′.

132. La hauteur à midi du centre du Soleil mesurée par le navigateur d'un paquebot s'est avérée égale à 30°15′ (compte tenu de toutes les corrections nécessaires). La déclinaison du Soleil à cet instant $\delta = -19°25'$. Calculer la latitude.

133. La distance zénithale du bord inférieur du Soleil observée à l'instant de son passage supérieur, compte tenu de toutes les corrections, était 55°42′19″, le rayon angulaire du Soleil, 16′10″, la déclinaison du centre du Soleil, —14°34′56″. Déterminer la latitude du lieu.

134. Déterminer la latitude du lieu, si à minuit le Soleil était observé à la hauteur 4°11′ et si sa déclinaison était +22°8′.

135. La hauteur d'une étoile sans coucher était 20° à l'instant du passage inférieur et 50° à celui du passage supérieur. Trouver la déclinaison de cette étoile et la latitude du lieu d'observation. *Indication*: Faire un dessin.

136. Une étoile sans coucher était observée pendant son passage supérieur au Nord du zénith à une distance zénithale de 29°47′, et pendant son passage inférieur, à une distance zénithale de 41°49′. Déterminer la latitude géographique du lieu d'observation.

137. Quel est le lieu de la Terre où tout cercle de déclinaison peut se confondre avec l'horizon?

---

138. L'angle horaire d'une étoile est 20^h et sa distance zénithale est 40°. Quel sera son angle horaire à la même hauteur de l'autre côté du méridien?

139. A quelle heure du temps sidéral a lieu le passage inférieur d'une étoile dont l'ascension droite est 158°27′?

140. A l'instant donné le temps sidéral $s = 6^h38^m$. Calculer l'ascension droite des astres dont le passage supérieur aura lieu dans 2^h10^m

141. L'ascension droite de la première étoile est 5^h29^m, et de la deuxième, 10^h31^m. Dans combien de temps la deuxième étoile culminera après la première, et la première après la deuxième?

142. Si une étoile a culminé aujourd'hui à 8^h0^m du soir, à quelle heure culminera-t-elle dans 10 jours?

143. A quelle heure du temps solaire *) l'étoile Arcturus ($\alpha = 14^h12^m$) culmine le 10 février?

144. A quelle heure du temps solaire culmine Arcturus le 1er août si son ascension droite est 14^h12^m?

145. A quelle heure du temps solaire culmine α Cygne ($\alpha = 20^h39^m$) le 1er octobre?

146. Quelles étoiles passent au méridien le 3 octobre à 10^h30^m du soir? Quelles constellations ont déjà passé au méridien et sont visibles au Sud-Ouest et lesquelles sont visibles au Sud-Est? Utiliser la carte stellaire.

147. Faire le calcul approché des étoiles qui passent au méridien supérieur à 10 heures du soir le 28 juillet.

148. Quelles constellations se trouveront aujourd'hui à 8 heures du soir dans les limites de deux heures de deux côtés du méridien? Les trouver dans le ciel.

149. Calculer dans quelle saison près de 9 heures du soir la queue de la Grande Ourse sera tournée en bas, si l'on sait que cette constellation se situe entre $8^1/_2$ et $12^1/_2$ heures d'ascension droite. (VV)

150. A quelle date Sirius, la plus brillante étoile du ciel ($\alpha = 6^h42^m$), culmine à minuit?

151. Si une étoile dont l'ascension droite est 18^h se trouve au méridien à 8 heures du soir, quelle est à peu près la date?

152. A quelle heure de la nuit du 10 octobre l'étoile Mizar ($\alpha = 13^h20^m$) se trouvera exactement sous le pôle céleste Nord?

153. L'étoile δ Orion se lève le 14 novembre à 8 heures du soir. A quelle date elle se lèvera à 5^h30^m du soir? Quelle est son ascension droite approchée si sa déclinaison est nulle?

---

154. Quelles devraient être α et δ de deux étoiles qui à 7^h30^m, temps sidéral culminent à Moscou ($\varphi = 55°45'$) à la distance zénithale $z = 40°$ l'une au Sud et l'autre au Nord du zénith?

155. En un lieu de latitude $\varphi = 55°20'$ on attend le passage de α Grande Ourse ($\alpha = 10^h57^m\,34^s$; $\delta = +62°8'$) et à cet effet la lunette d'un théodolite est placée dans le plan du méridien. Déterminer: 1) l'angle auquel il faut incliner la lunette par rapport au zénith; 2) le moment du passage supérieur suivant un chronomètre réglé en temps sidéral dont la correction $u = -2^m\,3^s$.

---

*) Dans ce problème et dans ceux qui suivent il s'agit du temps solaire moyen.

156. A Kiev ($\varphi = 50°27'$) on a observé la culmination d'une comète qui venait d'apparaître. D'après le limbe vertical d'un théodolite la distance zénithale (au Sud du zénith) s'est avérée égale à $3°52'$, et d'après un chronomètre réglé en temps sidéral, la culmination a eu lieu à $15^h15^m\ 10^s$. Calculer α et β de la comète.

157. Un astronome a observé à $7^h35^m\ 15^s,4$ à l'aide d'une horloge sidérale le passage supérieur d'un astre et a déterminé que sa distance zénithale était $44°15'$. La correction de l'horloge s'est avérée le soir du même jour égale à $+0^m\ 33^s,4$. Quelles sont les coordonnées de l'astre si la latitude de l'observatoire est $56°20'$?

158. Une planète a passé au méridien $2^m\ 19^s$ avant l'étoile de coordonnées $\alpha = 0^h19^m\ 4^s$; $\delta = +\ 0°13'2$. A cet instant la distance zénithale de la planète était de $19'4$ plus grande que celle de l'étoile à l'instant de sa culmination. Quelles sont les coordonnées de la planète? (VV)

159. En voulant déterminer les coordonnées d'une comète qui venait d'apparaître, un astronome a pris la mesure avec un micromètre à réticule pour établir que la comète se trouvait à $3'51''$ au Nord d'une étoile de coordonnées $\alpha = 19^h10^m\ 14^s$; $\delta = -18°14'9''$. La lunette étant bloquée et le fil établi suivant le cercle de déclinaison, la comète a passé par le fil $1^m\ 1^s$ avant l'étoile. Quelles sont les coordonnées de la planète? (VV)

Deuxième cycle

160. Dans quelle partie du ciel les variations par unité de temps de la distance zénithale d'un astre sont maximales et où elles sont minimales? (VV)

161. Dans quelle partie du ciel les azimuts d'un astre changent le plus vite et dans quelle le moins vite? (VV)

162. Le temps du passage d'une étoile au méridien sera-t-il plus exact si on note l'instant où sa distance zénithale est minimale ou bien l'instant de son passage par le fil vertical d'un télescope placé dans le plan du méridien? (VV)

163. Pourquoi en déterminant d'après la position du Soleil la latitude à l'aide d'un instrument universel on mesure sa hauteur près du midi, alors que pour trouver la correction d'une horloge on détermine la hauteur du Soleil près du premier vertical? (VV)

164. Où sur la Terre et pour quelle étoile la variation de sa distance zénithale au cours de 24 heures est toujours proportionnelle à la variation de son angle horaire?

165. De la première formule de transformation des coordonnées équatoriales α et δ en coordonnées horizontales

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t,$$

déduire la formule de la distance zénithale des astres au moment du passage supérieur. (VV).

166. En un point de l'hémisphère Nord dont il faut déterminer la latitude est plantée verticalement une tige de 2,5 m de longueur. 3^h40^m (temps sidéral) après le passage supérieur du Soleil la tige projette sur le plan horizontal une ombre de $l = 3{,}831$ m. Quelle est la latitude géographique du lieu si, le jour de l'observation, la déclinaison du Soleil $\delta = +15°20'$?

167. Trouver la latitude du lieu si l'on connaît la déclinaison de l'étoile et ses angles horaires aux instants où la différence entre les azimuts est égale à 180° (Kazakov). *Indication* : Utiliser les formules (4)-(6) du chapitre III.

168. Démontrer que pendant 24 heures les valeurs limites de l'azimut d'une étoile (à l'Est ou à l'Ouest du méridien) de déclinaison δ plus grande que la latitude φ du lieu d'observation, sont déterminées par la formule

$$\sin A = \mp \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}.$$

Indication : Faire le dessin et appliquer les trois formules principales de la trigonométrie sphérique.

169. A 45° de latitude Nord l'azimut maximal d'une certaine étoile voisine du pôle est 225°. Démontrer que la déclinaison de cette étoile est +60°. *Indication* : Utiliser la formule du problème précédent.

V. RÉFRACTION

II

En pénétrant dans l'atmosphère terrestre à partir du vide interplanétaire le rayon de lumière émis par tout astre céleste subit une déviation appelée *réfraction*. Cette dernière l'incurve en le faisant parvenir à l'observateur dans une direction plus proche de la verticale que ce ne serait en l'absence d'atmosphère. Autrement dit, le phénomène décrit diminue les distances zénithales des astres et augmente leurs hauteurs au-dessus de l'horizon. Les distances zénithales mesurées pendant les observations doivent être corrigées avant tout de l'action perturbatrice de la réfraction. La valeur de la réfraction, nulle au zénith, croît rapidement en s'approchant de l'horizon pour atteindre 35′. A la température de l'air de +10 °C et sous la pression de 760 mm de mercure la réfraction est exprimée approximativement par la formule $r = 58'',2 \operatorname{tg} z$, qui devient de plus en plus inexacte avec z croissante. Avec $z = 70°$, l'erreur de la formule atteint 1″ ; pour des valeurs plus grandes de z elle est en général inapplicable. Pour assurer une précision plus grande en évaluant la réfraction, il faut tenir compte de la température de l'air et de la pression atmosphérique. La valeur de la réfraction moyenne donnée dans la table VIII en fonction de la distance zénithale correspond à la température de +10 °C et à la pression de 760 mm de mercure. L'in-

fluence de la température et de la pression est relativement faible.

Le présent chapitre contient des problèmes dans lesquels il faut corriger les hauteurs observées des astres de l'influence de la réfraction, ainsi que des problèmes relatifs à la réfraction en général. Les problèmes sur le calcul du lever et du coucher des astres compte tenu de la réfraction sont donnés dans le chapitre IX.

Deuxième cycle

170. La réfraction influe-t-elle sur les deux coordonnées équatoriales ou seulement sur l'une et en est-il toujours ainsi?

171. Les deux coordonnées écliptiques subissent-elles toutes les deux l'influence de la réfraction et en est-iltoujours ainsi?

172. A 55°45′20″ de latitude à l'instant du passage supérieur la mesure de la distance zénithale d'une étoile a donné 50°0′0″. Utiliser la table des réfractions pour déterminer sa déclinaison.

173. Un observatoire de 55°45′20″ de latitude a obtenu par mesure que la distance zénithale d'une étoile au passage supérieur était de 47°59′48″. Quelle est la déclinaison de l'étoile compte tenu de la réfraction?

174. Mesurée à partir d'un brise-glace soviétique, la hauteur du bord inférieur du Soleil était 14°11′5″. La déclinaison du Soleil à cette date, +21°19′34″, le rayon angulaire du Soleil, 15′47″.

Calculer, compte tenu de la réfraction, la latitude du navire dont le navigateur a fait ces observations.

175. La distance zénithale de β Petite Ourse au passage supérieur était 24°2′8″, et au passage inférieur, 53°51′51″. Trouver la latitude du lieu d'observation et la déclinaison de l'étoile compte tenu de la réfraction.

176. Le navigateur d'un navire a trouvé qu'à minuit la distance zénithale du centre du Soleil était 80°. Où et en quelle saison pouvait se trouver le navire et quelle serait en kilomètres l'erreur approchée de la détermination de sa latitude, si le navigateur ne tenait pas compte de la réfraction? (VV)

177. De combien est prolongé le jour à l'équateur de la Terre sous l'effet de la réfraction?(VV)

178. Peut-on voir simultanément au-dessus de l'horizon le Soleil et la Pleine Lune? (VV)

179. Près de l'horizon la réfraction augmente-t-elle ou diminue-t-elle les dimensions apparentes du Soleil et de la Lune? (VV)

180. La réfraction augmente-t-elle l'aire apparente du disque solaire lorsque l'astre du jour se trouve près de l'horizon?

181. La position apparente de Jupiter parmi les étoiles change-t-elle sous l'effet de la réfraction de la lumière solaire dans l'atmosphère de Jupiter lui-même? (VV)

182. Faut-il tenir pratiquement, compte, de l'influence de la réfraction sur la distance angulaire entre les composantes d'une étoi-

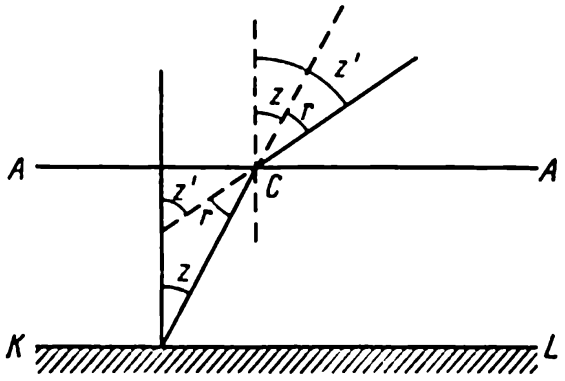


Fig. 10

le double séparées par une distance de l'ordre de 1″ et pourquoi en est-il ainsi? (VV)

183. A un certain moment on a mesuré la différence entre les azimuts de deux étoiles dont les ascensions droites sont 8^h50^m et 9^h46^m. La réfraction augmentera-t-elle ou diminuera cette différence? (VV)

184. Les observations sur le cercle du méridien des passages supérieur et inférieur de β Petite Ourse ont donné les valeurs suivantes de la hauteur: 55°48′6″ et 24°58′56″. Déterminer la déclinaison de l'étoile et la latitude du lieu compte tenu de la réfraction.

185. Ayant appris la découverte d'une nouvelle petite planète, un astronome s'est donné pour tâche de déterminer le soir-même ses coordonnées équatoriales exactes. En l'observant sur le cercle du méridien il a trouvé que le passage supérieur de la planète a eu lieu à la hauteur 37°19′55″ à $5^h18^m\ 14^s$ selon un chronomètre dont la correction était $-3^m\ 19^s$. Dans ces conditions, la correction de réfraction était de 1′3″. Quelles sont α et δ de la planète? L'observatoire se trouve à 43°19′1″ de latitude. (VV)

186. Utiliser la deuxième formule donnée dans la réponse au problème 215 pour déduire l'expression de la dérivée de la déclinaison du Soleil par rapport au temps et l'employer pour déterminer comment la réfraction (35′) prolonge au pôle le jour polaire. *Indication*: Tenir compte du fait que pendant le jour la longitude du Soleil L change environ de 1°, et que $\sin \varepsilon = 0{,}4$. (Parénago.)

187. D'après les tables de Radau, la réfraction se calcule suivant la formule $\rho = \rho_0 + \rho_0 (A + B)$. Les tables donnent de 10′ en 10′ de la distance zénithale z (de 42° à 80°), le facteur thermique A en fonction de l'argument t (en degrés Celsius) et le facteur barométrique B par rapport à l'argument b (en millimètres). Corriger d'après cette formule la distance zénithale mesurée $z = 53°48'33'',5$ de l'action de la réfraction pour $t = +18°,4$ et $b = 746{,}7$. Pour $z = 53°40'$ les tables donnent $\rho = 1'25'',55$; l'accroissement de la réfraction pour 8′33″,5 est de 0″,42. $A = -0{,}0660$; $B = -0{,}0175$.

188. Déduire la formule de la réfraction $r = 58'',2 \text{ tg } z$ en supposant qu'une Terre plate soit couverte d'une atmosphère d'épaisseur et de densité constantes. Utiliser la figure 10 sur laquelle KL est la surface terrestre; AA, la frontière de l'atmosphère et z, la distance zénithale de l'astre S. Le coefficient de réfraction de l'air $n = 1{,}0002825$ (à la température $+10$ °C et à la pression atmosphérique normale); $\sin 1'' = 1 : 206\,265$.

VI. MOUVEMENT APPARENT DU SOLEIL

I

Au cours de l'année, le Soleil se déplace sur l'écliptique inclinée à l'équateur céleste sous un angle $\varepsilon = 23°27'$. L'attraction de la Terre par les autres planètes fait que cet angle change avec le temps bien que très lentement et dans de faibles limites.

Le 22 mars le Soleil coupe l'équateur céleste et monte dans l'hémisphère Nord. A cet instant son centre se trouve au point vernal ou équinoxe de printemps (fig. 2, p. 20). Environ trois mois plus tard, plus précisément, le 22 juin, le Soleil monte le plus haut possible au-dessus de l'équateur : c'est le jour du solstice d'été. Le 23 septembre le Soleil atteint l'équinoxe d'automne, et le 22 décembre il se trouve le plus bas sous l'équateur céleste (dans l'hémisphère céleste Sud) : c'est le jour du solstice d'hiver.

Premier cycle

189. Quand la distance zénithale du Soleil est égale à 90° ? Quand son azimut est nul ?

190. Combien de temps faut-il pour que le Soleil dans son mouvement annuel sur l'écliptique, parcoure une distance égale à son diamètre ?

191. Quelles sont la longitude et la latitude du Soleil le 22 juin et le 22 décembre ?

192. Quelle est la longitude du Soleil le 22 septembre ? le 1er octobre ? le 1er janvier ?

193. Indiquer sur une carte stellaire portant le tracé de l'écliptique le point approximatif où se trouve aujourd'hui le Soleil et celui où il se trouvera dans un mois.

194. Quelles sont l'ascension droite et la déclinaison du Soleil le 22 mars et le 23 septembre ?

195. Quelles sont l'ascension droite et la déclinaison du Soleil le 22 juin ? Quelle est leur valeur le 22 décembre ?

196. Quelles sont la longitude et la latitude du Soleil au moment où son ascension droite est 6 et 12 heures ?

197. Quelles sont les dates approximatives où l'ascension droite du Soleil se traduit par un nombre pair d'heures (2 heures, 4 heures, etc.) ?

198. Quelle est la hauteur du Soleil à Moscou ($\varphi = 55°45'$) à midi du jour du solstice d'été?

199. Dans la région de l'embouchure du canal mer Blanche-mer Baltique la hauteur du pôle céleste est 64°33′. Quelle est la hauteur du Soleil dans ces parages à midi du 22 décembre?

200. Quelle est la hauteur du Soleil au méridien le jour du solstice d'été à Léningrad ($\varphi = 59°57'$); à Tachkent ($\varphi = 41°20'$); à + 23°27′ de latidude; à + 66°33′ de latitude? Même question pour le solstice d'hiver. Qu'ont de remarquable et comment s'appellent les deux derniers cercles de latitude?

201. Déterminer la plus grande hauteur à midi à laquelle monte le Soleil en été dans votre ville. *Indication*: La déclinaison du Soleil est donnée par un annuaire astronomique.

202. Dans l'hypothèse que la réfraction n'existe pas, quelle est la hauteur du pôle céléste là sur la Terre où le 22 juin le centre du Soleil se trouve exactement à l'horizon à minuit?

203. A quelle distance descend le Soleil sous l'horizon à Arkhangelsk ($\varphi = 64°35'$) à minuit du 22 juin?

204. A quelle hauteur voit-on le Soleil au pôle Sud le 22 décembre?

205. Quelle est la hauteur du pôle là sur la Terre où la hauteur du centre du Soleil à midi du 22 juin est de 69°38′? Quelle est en ce lieu la hauteur du Soleil le 22 décembre?

206. A midi du 23 septembre l'ombre d'une tige verticale à midi a été de 0,731 de son hauteur. Déterminer la latitude géographique du lieu sans recourir à l'annuaire astronomique. (VV)

207. A Moscou ($\varphi = 55°45'$) à midi l'ombre d'un poteau a été égale à 0,854, de son hauteur. Quelle est la date de cette observation? *Indication*: Trouver d'après l'énoncé du problème la déclinaison du Soleil, puis utiliser un annuaire astronomique, une carte stellaire ou un globe céleste pour déterminer la longitude correspondante qui permettra d'établir la date. (VV)

208. A quelle heure sidérale et à quelle hauteur culmine le Soleil à Simféropol' ($\varphi = 45°$) le 23 septembre? (VV)

209. Quand au tropique du Capricorne un poteau vertical ne projette pas d'ombre? (VV)

210. Aux environs de l'an 1100 avant notre ère, les astronomes chinois ont trouvé que pendant le solstice d'été la hauteur du Soleil à midi était de 79°7′, et pendant le solstice d'hiver, 31°19′ (au Sud du zénith).

Sous quelle latitude a été faite cette observation? Quelle était à l'époque l'obliquité de l'écliptique?

211. Quand la variation de l'ascension droite et celle de la déclinaison du Soleil sont les plus rapides et quand elles sont les plus lentes?

212. Quelles sont les longitudes astronomiques approchées du Soleil en périgée et en apogée, si l'on admet que son mouvement suivant l'écliptique soit uniforme? *Indication*: Le Soleil passe par le

périgée et l'apogée le 3 janvier et le 3 juillet respectivement.

213. Le Soleil passe-t-il chaque année en mars le même jour par le point vernal ? Si la réponse est négative, dire pourquoi et dans quelles limites cette date peut varier. *Indication* : Se rappeler l'organisation d'un calendrier.

214. Une éphéméride du Soleil reste-t-elle chaque année la même ? Dans quelles limites peut-elle être incorrecte ? (Dans notre cas par éphémérides on entend la table composée de valeurs calculées de l'ascension droite et de la déclinaison du Soleil à midi (ou à minuit) de Greenwich pour chaque jour d'une année donnée.)

215. Déduire en utilisant la formule des cosinus des côtés d'un triangle sphérique la formule qui associerait la longitude du Soleil L à son ascension droite α et à sa déclinaison δ. Faire au préalable un dessin. Déduire la même expression de la formule des sinus.

216. Démontrer que les coordonnées équatoriales du Soleil sont toujours associées par la relation $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \varepsilon \sin \alpha$, où ε est l'obliquité de l'écliptique (angle entre l'écliptique et l'équateur).

217. Les coordonnées du pôle Nord de la ligne médiane de la Voie Lactée considérée comme un grand cercle d'une sphère sont $\alpha = 12^h40^m$; $\delta = \pm 28°$. Quand et en quel point de son mouvement annuel suivant l'écliptique, le Soleil coupe la Voie Lactée ? *Indication* : Chercher les coordonnées écliptiques du pôle de la Voie Lactée, puis déterminer les points de son intersection avec l'écliptique.

VII. DÉTERMINATION DU TEMPS ET DE LA LONGITUDE

I

Les angles entre les méridiens et la direction d'un astre n'étant pas les mêmes pour des lieux qui se trouvent aux méridiens géographiques différents, les angles horaires de l'astre diffèrent eux aussi. L'heure solaire est définie par l'angle horaire du Soleil. Par conséquent, l'heure du jour ou le temps varient suivant les lieux. C'est pourquoi le temps solaire déterminé par l'angle horaire du Soleil est dit temps solaire local.

La différence des longitudes géographiques de deux points sur la Terre est égale à la différence de leurs heures locales. La longitude se compte généralement à partir du méridien de Greenwich, elle s'exprime en heures. Si la longitude est ouest, elle est notée W, si elle est orientale, on la désigne par la lettre E.

Tout garde-temps montre à tout instant l'heure qui rigoureusement parlant, n'est pas exacte. La détermination du temps exact se ramène donc à établir la « correction de l'horloge ». La correction de l'horloge est une quantité qu'il faut ajouter avec son signe à la lecture de l'horloge pour obtenir le temps exact. La variation de la correction de l'horloge par jour (une correction moins la correction

précédente) s'appelle *marche diurne* ω d'une horloge. Si cette marche est suffisamment constante, la correction de l'horloge à un certain moment t se calcule d'après la formule

$$u = u_0 + \omega (t - t_0),$$

u_0 est la correction de l'horloge à l'instant t_0 précédant immédiatement l'instant t. Si l'horloge possède un pendule, la période de ses oscillations T est donnée par la formule

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

où l est ce qu'on appelle la longueur réduite du pendule, et g, l'accélération de la pesanteur en lieu donné.

La différence des longitudes géographiques est établie en comparant les garde-temps réglés suivant l'heure locale de chacun des deux méridiens. Autrefois, la longitude était déterminée en notant, par exemple, l'heure locale d'une phase de l'éclipse lunaire en tous les points de la Terre où elle est visible simultanément et dont le moment était calculé à l'avance par rapport au temps de Greenwich. De nos jours, la longitude s'établit à l'aide des signaux horaires diffusés par des postes radiotélégraphiques.

On appelle *jour sidéral* l'intervalle de temps entre deux passages successifs homologues (par exemple, supérieurs) du point vernal. L'instant de son passage supérieur est adopté comme le début du jour sidéral. Le temps sidéral est mesuré par l'angle horaire du point vernal.

On appelle *jour solaire vrai* l'intervalle de temps entre deux passages supérieurs ou inférieurs consécutifs du centre du Soleil. L'heure solaire vraie est mesurée par l'angle horaire du centre du Soleil. Il serait commode de prendre midi comme début du jour, bien que le début du jour universellement adopté est minuit. Dans ce cas, le temps solaire est égal à l'angle horaire du Soleil plus 12^h.

Au cours de l'année la durée du jour solaire vrai change par suite de la vitesse irrégulière du déplacement du Soleil sur l'écliptique et de l'obliquité de l'écliptique. Celle-ci fait que la projection sur l'équateur du déplacement diurne du Soleil sur l'écliptique diffère d'une saison de l'année à l'autre.

Pour pallier à ces inconvénients, on introduit la notion du *Soleil moyen*, c'est-à-dire d'un point imaginaire qui se déplace uniformément suivant l'équateur et qui boucle un tour complet de ce dernier en une année tropique.

On appelle *jour solaire moyen* l'intervalle de temps entre deux passages supérieurs ou inférieurs consécutifs du Soleil moyen. La durée d'un tel jour est constante. Le temps solaire moyen est mesuré par l'angle horaire du Soleil moyen.

L'équation du temps est la différence entre le temps moyen et le temps vrai. La valeur approchée de l'équation du temps est visualisée

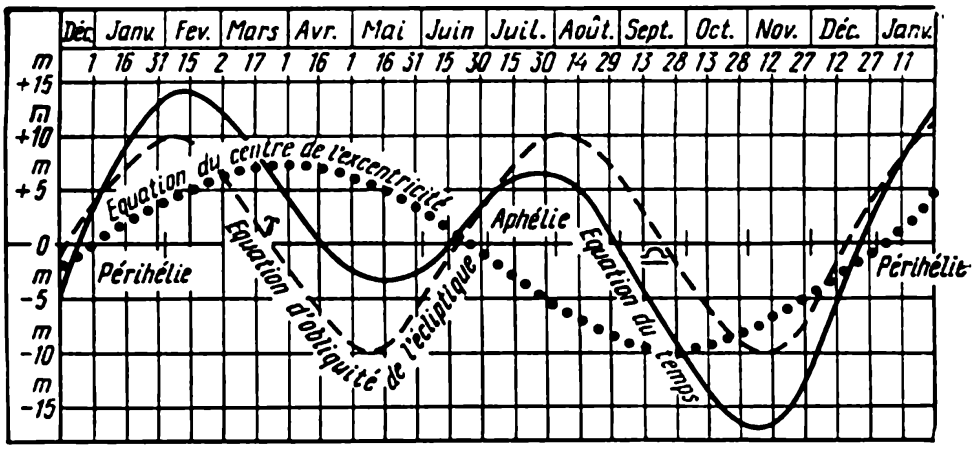


Fig. 11. Variation annuelle de l'équation du temps

sur la figure 11. Sa valeur exacte est donnée pour chaque jour dans un annuaire astronomique de l'année en cours.

L'équation du temps est la différence entre α du Soleil vrai et α du Soleil moyen. Il est clair que le temps sidéral à midi moyen est égal à l'ascension droite du Soleil à midi moyen.

La conversion du temps sidéral s en temps solaire moyen m a été décrite au chapitre III. Elle peut se faire également d'après la formule

$$m = s - s_0 - (3^m 56^s)\frac{m}{24},$$

alors que la conversion du temps solaire en temps sidéral se fait selon la relation :

$$s = s_0 + m + (3^m 56^s)\frac{m}{24},$$

où s_0 est le temps sidéral à midi moyen (ou à minuit, si le compte m se fait à partir de minuit), et m est exprimé en heures. La conversion d'un intervalle de temps sidéral en un intervalle de temps solaire moyen et inversement est donnée avec une précision plus élevée par les tables VI et VII de l'Annexe. Ces tables fournissent justement les valeurs de $m + (3^m 56^s)\frac{m}{24}$ d'après $(s - s_0)$ donnés, et inversement.

Tous les temps définis ci-dessus sont des temps locaux.

On appelle *temps universel* (T.U.) le temps moyen de Greenwich compté à partir de minuit.

Le *temps d'un fuseau* est un temps conventionnel. Le globe terrestre est divisé en 24 fuseaux horaires, dont les frontières, sauf certaines exceptions, passent par les méridiens espacés de 15° en 15°. Le milieu du fuseau origine coïncide avec le méridien de Greenwich. Le milieu du premier fuseau se trouve à 15° (1^h) de longitude à l'Est du méridien de Greenwich, le milieu du deuxième fuseau, à 30° (2^h)

à l'Est, etc. Partout à l'intérieur d'un fuseau on compte l'heure en ajoutant à l'heure moyenne de Greenwich le nombre des heures complètes indiquées par le numéro du fuseau. Autrement dit, le temps du fuseau d'un lieu est égal au temps moyen local du méridien central du fuseau donné.

Le temps local moyen (temps civil) est égal au temps du fuseau, plus la longitude du lieu à partir de Greenwich, moins le nombre d'heures donné par le numéro du fuseau n, c'est-à-dire

$$m = T_n + \lambda - n.$$

L'heure d'été ou l'heure décrétée est égale au temps du fuseau plus une heure.

Cette heure est adoptée actuellement partout en U.R.S.S. jusqu'à une ordonnance spéciale du gouvernement.

La ligne de changement de date passe dans l'Océan Pacifique à 180° de longitude de Greenwich (par l'antiméridien) entre Kamtchatka et Alaska. La nouvelle date, par exemple, le 1er janvier 1980, commence tout d'abord sur cette ligne pour se propager vers l'Ouest. Si l'on franchit cette ligne en se déplaçant vers l'Ouest, pour établir la date on saute un jour ; par exemple, le jour qui suit le 5 mars est considéré comme le 7 mars. Alors qu'en se déplaçant vers l'Est, le quantième doit être diminué de 1.

La correction de l'horloge est établie de diverses façons. Par exemple, si l'on connaît l'ascension droite α d'un astre, on observe sa culmination pour noter d'après un chronomètre (ou une montre) l'instant où elle se produit. A cet instant un garde-temps réglé correctement en temps sidéral montrerait $s = \alpha$. Si le garde-temps est réglé en temps moyen, celui du fuseau ou le temps d'été (décreté) il faut calculer quand d'après ce temps doit avoir lieu la culmination et comparer le résultat obtenu avec la lecture réelle du garde-temps.

II

Le mode le plus simple de vérification d'un garde-temps sur le Soleil est celui de l'*anneau solaire*, dû au professeur S. Glazenap. On note d'après un garde-temps des moments avant et après midi, lorsque l'image du Soleil produite par le trou de l'anneau tombe sur le même trait de la graduation à l'intérieur de l'anneau. La demi-somme de ces moments donne le moment du midi vrai d'après le garde-temps. Un garde-temps exact devrait montrer à cet instant 12^h + équation du temps. Une définition plus exacte de la correction d'un garde-temps impose de prendre en considération la variation de la déclinaison du Soleil pendant l'intervalle de temps entre les observations.

Une *horloge* ou *cadran solaire* montre toujours le temps solaire vrai. Son style est une tige placée parallèlement à l'axe du monde (c'est-à-dire dans le plan du méridien sous un angle à l'horizon égal à la latitude du lieu). Dans une horloge équatoriale l'ombre projetée

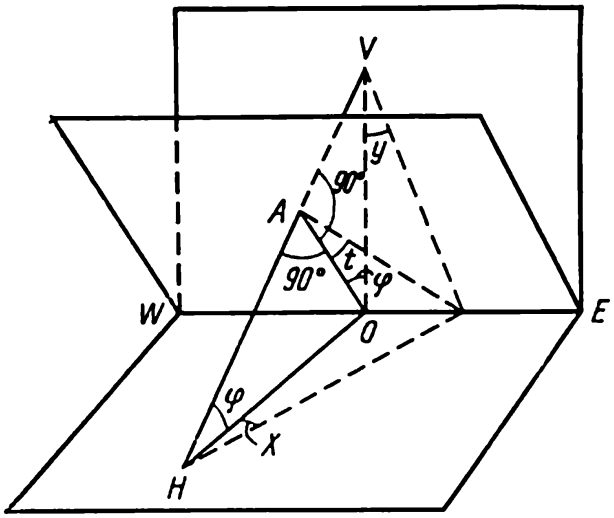


Fig. 12. Horloge solaire combinée. H, cadran solaire horizontal; V, cadran solaire vertical ; A, cadran solaire équatorial; HAV, style de l'horloge solaire

par le style tombe sur une surface perpendiculaire à celui-ci ; dans une horloge horizontale l'ombre tombe sur une surface horizontale, et dans une horloge verticale, sur un plan vertical. Chacun de ces cadrans est gradué à l'avance par des traits radiaux (fig. 12) avec lesquels doit coïncider l'ombre du style aux heures déterminées du temps vrai. Les traits horaires d'une horloge équatoriale forment avec la direction de l'ombre à midi des angles $\pm n \cdot 15°$, où n est un nombre entier. Pour une horloge horizontale, ces angles x se calculent d'après la formule

$$\operatorname{tg} x = \sin \varphi \operatorname{tg} t,$$

et pour une horloge verticale, d'après la formule

$$\operatorname{tg} y = \cos \varphi \operatorname{tg} t,$$

où t est l'heure correspondante du temps vrai.

Pour avoir une heure sidérale exacte il faut se référer au calendrier où le temps sidéral est donné pour minuit de Greenwich. Si la longitude du lieu à l'Est de Greenwich est λ (en heures), l'heure sidérale à midi local est égale à l'heure sidérale à midi de Greenwich $-(3^m56^s)\frac{\lambda}{24}$. L'équation du temps à midi local se distingue également de l'équation du temps de Greenwich de la valeur égale à sa variation horaire multipliée par la longitude Est du lieu (en heures).

Premier cycle

218. Comment faudrait-il déterminer le temps si le ciel était toujours couvert de nuages?

219. Quelle serait la relation entre le temps solaire et le temps sidéral si la Terre tournait dans le sens rétrograde par rapport à celui dans lequel elle tourne réellement?

220. La différence entre les longitudes de deux lieux est égale à la différence de quels temps, de temps solaires ou de temps sidéraux?

221. Autrefois on considérait comme méridien origine le méridien de l'archipel Féroé et sur certaines cartes les longitudes sont comptées à partir de cet archipel, qui se trouve à 17°40′ à l'Ouest de Greenwich. Quelle est la longitude comptée à partir du méridien de Greenwich d'un lieu qui repose sur la carte à 50° à l'Est de Féroé? Exprimer cette longitude en heures.

222. Par rapport à Léningrad, la longitude de Novotcherkassk est 9°48′. Quelle est la différence entre les heures locales de ces deux villes?

223. Quand à Greenwich il est $10^h17^m14^s$, en un certain lieu il est $12^h43^m21^s$. Quelle est la longitude de ce lieu?

224. Un chronomètre réglé en temps moyen mis correctement à l'heure locale d'Alma-Ata est apporté à Kharkov. Quelle sera sa correction par rapport au temps moyen de Kharkov si la longitude d'Alma-Ata est $5^h7^m46^s$ et celle de Kharkov, $2^h24^m56^s$?

225. Lorsque, à Kharkov, il est midi, à Kazan il est 12^h46^m. Quelle est la longitude de Kazan par rapport à Greenwich? (La longitude de Kharkov par rapport à Greenwich est 2^h25^m.)

226. Le premier lieu se trouve à 37°34′ de longitude Est de Greenwich. A quelle longitude de Greenwich se trouve le deuxième lieu où l'horloge indique 8^h45^m de temps sidéral lorsque, en premier lieu, il est 2^h30^m?

227. On a transmis par télégraphe de Moscou à Gorki un signal à $9^h8^m3^s2$ (temps sidéral local). A Gorki le signal a été reçu à $9^h34^m32^s$ (également temps sidéral local). Quelle est la différence des longitudes de ces lieux en degrés?

228. A Orel, une horloge mise à l'heure sidérale de Kiev a indiqué que Capella ($\alpha = 5^h10^m$) culminait à 4^h48^m. Quelle est la différence entre les longitudes de ces villes?

229. En un lieu de l'Asie Centrale le passage supérieur de Capella (α Cocher) a été observé à 2^h56^m sur un chronomètre qui montrait le temps sidéral de Poulkovo. L'ascension droite de Capella est 5^h10^m. Quelle est la longitude du lieu d'observation?

230. A l'instant de la culmination de α Orion ($\alpha = 5^h51^m$) une horloge réglée exactement sur le temps sidéral de Greenwich montre 15^h9^m; déterminer la longitude de Greenwich par rapport au lieu considéré.

231. A l'instant de la culmination de α Bouvier ($\alpha = 14^h12^m$) une montre sidérale ramenée de Poulkovo et réglée exactement sur son méridien montrait en un lieu donné 6^h25^m. Quelle est la longitude du lieu d'observation par rapport à Poulkovo?

232. Des voyageurs ont noté que l'éclipse de la Lune a commencé à 5^h13^m, temps local, alors que d'après l'annuaire astronomique cette éclipse devait avoir lieu à 3^h51^m, temps de Greenwich. Quelle était leur longitude?

233. Le 2 avril 1950 l'éclipse de la Lune a commencé à 19^h3^m, temps universel. A quelle heure du fuseau a-t-elle commencé à Alma-Ata ; Quelle heure d'été (décrétée) était-ce ? Et quelle heure locale ? *Indication* : La longitude d'Alma-Ata est 5^h8^m à l'Est de Greenwich. Alma-Ata se trouve dans le fuseau V.

234. Le 13 février 1934 l'expédition d'Otto Schmidt débarquait sur une banquise en quittant « Tchéliuskine » qui allait foncer. Le 15 février Krenkel a envoyé le radiogramme : « Ceux de « Tchéliuskine » vivent le deuxième jour sur une banquise. La nuit, le temps est devenu plus clair. Nous avons établi notre position d'après les étoiles : 67°17′ de latitude Nord ; 172°51′ de longitude Ouest... » Quelle heure devait montrer la montre du camp (heure locale) lorsque Krenkel recevait les signaux horaires de Moscou transmis à 12^h suivant l'heure du fuseau III ? Quelle était la distance zénithale du pôle ? (Nabokov et Vorontsov-Véliaminov.)

235. D'après les observations réalisées le 14 juin à partir d'un navire avec un sextant le Soleil culminait à 8^h23^m que montrait un chronomètre réglé sur le temps sidéral de Greenwich. A l'instant de la culmination, la distance zénithale était 22°2′ (compte tenu de la réfraction). Déterminer la longitude et la latitude du navire, si, d'après l'annuaire astronomique marin, à cette date et heure les coordonnées du Soleil étaient $\alpha = 5^h26^m$ et $\delta = +18°25'$.

236. Le capitaine d'un navire a mesuré à midi vrai du 22 décembre la distance zénithale du Soleil et l'a trouvée égale à 66°33′. Le chronomètre réglé sur le temps de Greenwich montrait à l'instant de l'observation 11^h54^m du matin. A cette date l'équation du temps était -9^m. Montrer sur un globe terrestre le point où se trouvait le navire.

237. Un voyageur arrivé en un lieu désert d'Extrême-Nord avait à sa disposition les tables de coordonnées des étoiles (α et δ), les tables des éclipses des satellites de Jupiter calculées pour le temps de Greenwich de l'année en cours, un théodolite et une montre réglée en temps sidéral en bon état arrêtée accidentellement en route. Décrire l'ordre des observations et des calculs qui s'imposaient au voyageur pour déterminer sa latitude et sa longitude. (Chtcherbakov.)

238. Le diamètre d'une ville est de 20 km. Combien le midi vrai à sa limite Est devance le midi vrai à sa limite Ouest si sa latitude est 55°45′ ? (VV)

239. A midi du 3 octobre la correction de l'horloge était $u = -26^m34^s,67$. La marche diurne moyenne de l'horloge était $-1^s,61$. Trouver la correction de l'horloge pour 18^h et 6^h de la même date.

240. Le 5 janvier une horloge montrait $9^h18^m13^s,4$ du matin ; à midi du 1er janvier sa correction était $-2^m\ 6^s,5$ et sa marche diurne, $+2^s,9$. Trouver l'heure exacte du moment considéré du 5 janvier.

241. A midi du 3 février la correction de l'horloge était $+6^m14^s$. La marche diurne de l'horloge était -11^s. Déterminer la correction de l'horloge à midi du 1er et à midi du 6 février. (VV).

242. La correction de l'horloge établie à l'aide d'un anneau solaire était

9^m1^s	le 15	juillet	à 12^h;
8^m40^s	le 18	juillet	à 12^h;
8^m24^s	le 20	juillet	à 12^h.

Déterminer la marche diurne moyenne de l'horloge dans la période du 15 au 20 juillet. (VV)

243. Le journal horaire porte enregistrées les corrections de l'horloge déterminées d'après les signaux horaires du temps exact:

le 9 septembre à 6^h:	-2^m14^s;
le 10 septembre à 6^h:	-2^m21^s;
le 14 septembre à 6^h:	-2^m49^s.

Déterminer la correction de l'horloge pour 6^h du 12 septembre; pour 18^h du 12 septembre et pour 6^h du 16 septembre. (VV)

244. Quel serait en minutes et secondes le retard à l'équateur d'une horloge munie d'un pendule à secondes qui marchait correctement à Moscou? L'accélération de la pesanteur à Moscou $g = 9{,}8156$ m/s^2; à l'équateur, $g_0 = 9{,}7810$ m/s^2.

---

245. Quelle avance enregistrerait une horloge sidérale en 10^h30^m de temps solaire moyen par rapport à une horloge réglée en temps solaire moyen?

246. Quelle sera la durée du jour sidéral exprimée en temps solaire moyen?

247. Convertir l'intervalle de $15^h11^m50^s{,}8$ de temps sidéral en un intervalle de temps moyen à l'aide de la table VII ou sans table.

248. Convertir suivant la table l'intervalle de $5^h32^m15^s{,}43$ de temps sidéral en un intervalle de temps solaire.

249. Exprimer en utilisant les tables l'intervalle de $10^h12^m5^s{,}32$ de temps moyen en temps sidéral. Faire la même conversion pour un intervalle de $21^h22^m43^s{,}76$ de temps moyen.

250. Convertir l'intervalle de $2^h23^m24^s{,}92$ de temps solaire moyen en un intervalle de temps sidéral.

251. Exprimer 1465 jours sidéraux en jours solaires moyens.

252. A quelle heure du temps local moyen commence le jour sidéral du 1er juillet? du 20 août? du 5 novembre? (Faire le calcul approximatif.)

253. Faire un calcul approximatif de l'heure sidérale à minuit moyen du 1er mai et du 19 juillet.

254. Trouver l'heure sidérale le 7 juin à 10^h0^m du matin (temps local moyen).

255. Trouver l'heure sidérale le 27 décembre à 3^h0^m du soir, temps local moyen.

256. Trouver l'heure sidérale le 10 mai à 10^h0^m du soir (temps local moyen).

257. Trouver l'heure du fuseau à Kharkov ($\lambda = 2^h24^m56^s$, fuseau II) pour l'instant $18^h24^m30^s$, temps local moyen.

258. Trouver l'heure de Greenwich qui correspond à Alma-Ata à l'heure du fuseau de $12^h10^m30^s$. (Alma-Ata se trouve dans le fuseau V.)

259. Quelle est l'heure du fuseau à Omsk (fuseau V) et l'heure d'été (décrétée) à Yakoutsk (fuseau IX) à $18^h46^m23^s$, temps universel, du 1er mai.

260. A Kazan une horloge réglée sur l'heure du fuseau montre 4^h25^m. Quelle heure doit marquer à cet instant une horloge réglée sur le temps de Greenwich? Quelle heure du temps local moyen de Kazan est-il? Kazan se situe à 3^h16^m de longitude Est de Greenwich (Kazan se trouve dans le fuseau III).

261. En utilisant une carte géographique ou un globe terrestre établir quelle heure doit être à midi de Greenwich sur une horloge réglée sur l'heure du fuseau et sur une horloge réglée sur l'heure locale moyenne à Léningrad, Moscou, Irkoutsk, Kazan, Kiev, Omsk, Kouïbychev, Vladivostok.

262. Déterminez à l'aide d'une carte géographique dans quel fuseau se trouve votre ville. Etablissez l'heure que montrerait dans votre ville aujourd'hui à midi de Greenwich une horloge d'après l'heure du fuseau; l'heure moyenne et le temps solaire vrai.

263. A quelle heure du fuseau, le 22 juin, à Kazan (fuseau III; longitude $3^h16^m29^s$) aura lieu la culmination du Soleil si ce jour-là l'équation du temps est $+1^m20^s$? (VV)

264. Le 15 juillet un cadran solaire montre 4 heures de l'après-midi. Quelle heure doit être à cet instant sur une horloge réglée sur le temps local moyen? le temps sidéral?

265. Trouver le temps local vrai qui correspond à $13^h15^m28^s,5$, temps local moyen, à Moscou le 21 janvier 1931. L'équation du temps à cet instant était $+11^m13^s,97$.

266. Le 8 octobre à Kharkov un cadran solaire montrait 3^h0^m de l'après-midi. Ce jour-là l'équation du temps était -12^m. Quelle heure d'été (décrétée) était-elle à cet instant à Kharkov?

267. Une éclipse totale du Soleil devait se produire en un lieu de longitude $\lambda = 2^h30^m$ à 9^h27^m, temps de Greenwich (universel). L'équation du temps ce jour-là était -9^m. L'éclipse a-t-elle eu lieu avant l'instant du midi vrai? (VV)

268. Le 15 août à l'instant où culminait Arcturus ($\alpha = 14^h12^m$) l'horloge sidérale d'un observatoire montrait 15^h18^m. Etait-ce possible, et si la réponse est négative, quelle doit être l'explication de l'écart entre l'observation et la théorie? (VV)

269. L'étoile γ Petite Ourse était observée au passage inférieur alors qu'une horloge sidérale montrait $3^h39^m33^s$. Quelle était la correction de cette horloge?

270. A l'instant de la culmination de β Grande Ourse ($\alpha = 10^h55^m48^s$), une horloge sidérale montrait $10^h55^m32^s$. Calculer la correction de l'horloge. Indiquer quand sur cette horloge non réglée aura lieu la culmination de α Grande Ourse ($\alpha = 10^h57^m34^s$).

271. La culmination du Procyon ($\alpha = 7^h36^m$) en un lieu de longitude $\lambda = 2^h30^m$ s'est produite dans la nuit du 30 au 31 décembre à 1^h15^m d'après une horloge supposée réglée sur l'heure d'été (décrétée) du point donné. Quelle est sa correction? (VV)

272. Le 26 septembre, en un lieu de longitude $\lambda = 2^h30^m$, le Soleil se lève à 5^h51^m du matin et se couche à 5^h51^m du soir, temps local moyen. Quelle est pour ce jour-là l'équation du temps?

273. Quelle est le 1er novembre lorsque l'équation du temps est -16^m la différence entre l'intervalle de temps compté du lever du Soleil jusqu'à midi, temps moyen et celui compté de midi, temps moyen jusqu'au coucher du Soleil?

274. Quelle est à peu près l'ascension droite du Soleil le 7 novembre, si ce jour-là l'équation du temps est -16^m?

---

275. Si pendant un voyage circumterrestre dans le sens de l'Ouest on perd un jour solaire, perd-on également un jour sidéral?

276. Quel est le nombre maximal possible de dimanches en février, pour qui et dans quelles conditions?

277. Ayant quitté Vladivostok, samedi le 6 novembre, un navire est arrivé à San-Francisco, mardi le 23 novembre. Combien de jours a-t-il été en route?

278. Un navire a quitté San-Francisco le matin du mercredi 12 octobre pour arriver à Vladivostok exactement dans 16 jours. Quelle a été la date et le jour de la semaine de son arrivée à Vladivostok?

Deuxième cycle

279. De combien le jour sidéral sur Jupiter est plus court que le jour solaire si la période sidérale de rotation de Jupiter sur son axe est de $9^h50^m30^s$, alors que la durée de sa révolution autour du Soleil est de 4332,6 jours solaires moyens? Exprimer la différence en temps sidéral jovien en adoptant pour son jour la division en 24 heures. (VV)

280. Quelle est la fréquence suivant laquelle coïncident les battements d'un chronomètre réglé en temps sidéral et d'un autre réglé en temps solaire qui battent les demi-secondes?

281. Combien de fois pendant un jour solaire moyen coïncident les battements d'un chronomètre réglé en temps sidéral avec ceux d'un chronomètre réglé en temps solaire moyen, si ces battements coïncidaient au début du jour?

282. Un chronomètre réglé en temps moyen est comparé à un chronomètre réglé en temps sidéral dont la correction est $+0^m18^s,4$. Déterminer la correction du chronomètre moyen si aux instants où

les battements coïncidaient, les chronomètres marquaient:

sidéral	moyen
$5^h5^m33^s,5$	$12^h36^m50^s,0$
5 8 34, 0	12 39 50, 0

et si à minuit le temps sidéral était $16^h25^m50^s,48$.

283. Combien de temps mettrait une horloge sidérale pour devancer d'une seconde une horloge de temps moyen?

284. Démontrer que quel que soit le lieu, on vérifie la relation

$$s - \alpha + \eta - t = 0,$$

où s est le temps sidéral; α, l'ascension droite du Soleil; η, l'équation du temps et t, le temps moyen compté à partir du midi.

285. Trouver à l'aide de la table II le temps solaire moyen local exact qui le 2 juillet correspond à $15^h33^m15^s,71$, temps sidéral au méridien $\lambda = 2^h20^m39^s,60$.

286. Déterminer à l'aide d'un annuaire astronomique le temps sidéral le 15 juillet de l'année en cours à $3^h15^m4^s$, temps moyen à Moscou.

287. D'après l'heure du fuseau le Soleil s'est levé le 11 février à 7^h6^m et s'est couché à 16^h24^m. Quelle est la différence entre l'heure du fuseau et l'heure moyenne locale du lieu donné? *Indication*: Le 11 février le maximum de l'équation du temps est de $+14^m$.

288. L'horloge d'un observatoire à 22°,75 de longitude Est montre le temps moyen de Greenwich. Quelle est la lecture de cette horloge à l'instant du passage au méridien du bord occidental du Soleil si à cet instant l'équation du temps est égale à $+6^m2^s,88$ et le passage au méridien du diamètre solaire dure $2^m21^s,24$? (VV)

289. D'après les mesures tenant compte de toutes les corrections, la distance zénithale du centre du Soleil à Moscou ($\varphi = 55°45'18''$) le 15 mai était 65°13′20″, et à cet instant un chronomètre moyen réglé sur le temps moyen marquait $16^h51^m7^s$; la déclinaison du centre du Soleil était +18°50′33″. Calculer la correction du chronomètre par rapport au temps local moyen en appliquant la formule $\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$. L'équation du temps était $-3^m47^s,5$.

290. Le 29 juin l'image du Soleil a passé par le même trait de l'anneau solaire de Glazenap à $9^h35^m5^s$ et à $14^h29^m41^s$ marquées sur une horloge réglée sur le temps local. Trouver la correction de l'horloge si l'équation du temps était $+3^m10^s$.

291. En un certain lieu, le Soleil était observé le 15 mars 1935 passant par le même trait de l'anneau solaire de Glazenap avant et après midi à $9^h55^m26^s$ et à $16^h18^m40^s$. A midi local moyen, l'équation du temps était $+9^m34^s$. Déterminer la correction de l'horloge par rapport au temps solaire local moyen. La déterminer par rapport à l'heure du fuseau (le lieu se trouve dans le fuseau II; adopter $\lambda = 2^h1^m29^s$). La déterminer par rapport à l'heure d'été (décrétée). (VV)

292. En un lieu de $\lambda = 2^h1^m1^s$ (fuseau II) on a procédé le 1er octobre 1928 à des observations avec l'anneau solaire de Glazenap. On a repéré avec une horloge les instants avant et après midi, où l'image solaire passait par le même trait de la graduation

n° du trait		
20	$9^h13^m12^s$	$4^h27^m22^s$
20-21	16 30	24 16
21	19 52	20 33
21-22	23 51	16 50

A midi l'équation du temps était -10^m17^s. Déterminer la correction de l'horloge par rapport au temps local moyen et au temps du fuseau.

293. Le 5 juillet 1935 près de Léningrad ($\varphi = 59°40',0$) on a observé le Soleil avec l'anneau solaire de Glazenap:

n° du trait	Avant midi	Après midi
33-34	$51^m34^s,0$	$17^h\ 2^m\ 8^s,0$
34	53 56 ,4	9 45 ,2
34-35	56 18 ,4	7 26 ,0
35	58 36 ,0	5 7 ,2
35-36	9^h 0 48 ,4	2 51 ,6
36	3 18 ,0	17 0 26 ,8
36-37	5 30 ,8	16 58 4 ,8
37	7 50 ,0	55 40 ,0
37-38	9 10 21 ,2	16 53 20 ,8

L'équation du temps était $+4^m8^s,0$. L'instant du midi obtenu doit être corrigé des variations de déclinaison du Soleil pendant les observations, égale à:

$$\Delta M = -A\theta \operatorname{tg} \varphi + B\theta \operatorname{tg} \delta, \quad \log \operatorname{tg} \delta = 9{,}6249.$$

La variation horaire de la déclinaison était égale à θ. D'après le calendrier, ce jour-là $\log \theta = 1{,}1259_n$; $\log A = 9{,}4891$; $\log B = 9{,}1850$. Calculer la correction de l'horloge sur le temps moyen local; le temps du fuseau et le temps d'été (décrété).

294. Un annuaire astronomique porte:

21 mars. Temps sidéral à midi moyen: $23^h56^m5^s,87$; 22 mars. Temps sidéral à midi moyen: $0^h0^m2^s,42$.

Calculer approximativement l'instant du temps moyen où le Soleil moyen a passé par le point vernal.

295. Pourquoi les heures de l'après-midi en temps moyen commencent à s'allonger à peu près à partir du 8 décembre, deux semaines avant le solstice d'hiver?

296. Comment changerait (qualitativement) l'amplitude de l'équation du temps si l'obliquité de l'écliptique augmentait jusqu'à 30°? Et jusqu'à 90°? Admettre que l'excentricité de l'orbite terrestre est nulle. (VV)

297. Quelles sont les limites de variation de l'équation du temps pour Mars, sont-elles plus grandes ou plus petites que pour la Terre? L'inclinaison de Mars au plan de son orbite est de 65°, l'excentricité de l'orbite est de 0,093 (l'excentricité de l'orbite terrestre est de 0,017). (VV)

298. En partant des données connues sur l'orbite de Mars, dites s'il est nécessaire d'introduire pour Mars le temps solaire moyen. (VV).

299. Calculer le cadran d'une horloge solaire horizontale pour Arkhangelsk ($\varphi = 64°35'$) et Samarkand ($\varphi = 39°40'$) et comparer les résultats. (VV)

300. Calculer le cadran d'une horloge solaire horizontale pour votre ville et trouver les angles que doit faire l'ombre du style avec la méridienne à 1 heure, 2 heures, 3 heures de l'après-midi, à 11 heures, 10 heures, 9 heures, etc. du matin.

301. Démontrer que le cadran d'une horloge solaire verticale est la projection du cadran d'une horloge équatoriale sur un plan vertical. (VV)

302. Calculer le cadran d'une horloge solaire verticale pour Irkoutsk ($\varphi = 52°16'$) et Yalta ($\varphi = 44°30'$). (VV)

VIII. CALENDRIER

I

Les calendriers peuvent être *solaires*, *lunaires* et *luni-solaires*. Ils ont à leur base les durées suivantes:

Année tropique $= 365^{j}5^{h}48^{m}36^{s}, \ldots = 365{,}24220 \ldots$ jours solaires moyens.

Mois synodique $= 29^{j}12^{h}44^{m}3^{s}, \ldots = 29{,}53059 \ldots$ jours solaires moyens.

Or, chaque mois et chaque année du calendrier doivent se composer d'un nombre entier de jours. Pour assurer l'accord avec les périodes susmentionnées, les calendriers solaire et lunaire ajoutent à certaines années un jour intercalaire, ou complémentaire, et le calendrier luni-solaire, des jours et des mois complémentaires.

Le calendrier de l'Egypte ancienne comptait sans exception 365 jours chaque année.

Le *calendrier julien* adopte que trois années de suite ont une durée de 365 jours (années communes), alors que la quatrième année (dont le millésime se divise sans reste par quatre) compte 366 jours (*année bissextile*). Ce calendrier a été introduit en 45 avant notre ère.

Le *calendrier grégorien*, introduit en 1582 est de même système bissextile que le calendrier julien, il y a seulement les années séculaires dont le nombre de siècles n'est pas divisible sans reste par quatre (par exemple, 1900) qui sont considérées comme des années simples, non bissextiles.

En 1582, d'après ce calendrier qui était plus exact le jeudi 4 octobre fut immédiatement suivi du vendredi 15 octobre du fait que vers

cette époque le calendrier retardait de 10 jours sur le nouveau compte du temps. Par la suite, la différence entre le vieux et le nouveau calendrier ne cessait de croître pour atteindre aujourd'hui 13 jours.

En Russie le nouveau calendrier a été introduit le 1er février 1918, après la Grande Révolution d'Octobre.

Même lorsqu'on utilise le même calendrier, le début du compte des ans (ère) peut différer suivant les pays; en fait, il est arbitraire.

Pour résoudre les problèmes du présent chapitre il est utile de faire appel à la table III placée en annexe.

Premier cycle

303. Pourquoi l'arrêté du Conseil des Commissaires du Peuple (1918) sur l'introduction, dans la République Socialiste Fédérative Soviétique de Russie, du calendrier grégorien parle seulement du changement des quantièmes, et ne dit rien sur les jours de semaine? (Kamenchtchikov.) *Indication*: Expliquer pourquoi malgré la différence des dates, les calendriers julien et grégorien ne diffèrent pas et ne différaient jamais suivant les noms des jours de semaine?

304. Combien de jours comptait l'an 1918 dans la République Socialiste Fédérative Soviétique de Russie? (Kamenchtchikov.)

305. Est-il possible de concevoir un calendrier absolument exact pour un intervalle de temps illimité?

306. Pourquoi le jour de l'équinoxe de printemps ne tombe pas toujours exactement le 22 mars?

307. Une certaine année, l'équinoxe de printemps a eu lieu le 21 mars à 18^h58^m (temps de Greenwich). Indiquer les dates et l'instant de l'équinoxe de printemps aux années qui suivirent. (VV)

308. Quelle est l'erreur du calendrier égyptien qui comptait 365 jours? A quelle date d'après ce calendrier aura lieu l'équinoxe de printemps dans 100 ans? Quand (approximativement) l'équinoxe de printemps surviendra en automne?

309. Quelle était la date d'après le nouveau calendrier lorsque d'après l'ancien il était 15 février 1900? 25 février 1900? 5 mars 1900?

310. Quand d'après le calendrier actuel a eu lieu le centenaire de l'insurrection des Décembristes (le 14 décembre 1825 d'après l'ancien calendrier russe *))?

311. Newton est né le 25 décembre 1642 d'après le calendrier julien. Quelle date était-ce d'après le nouveau calendrier?

312. Quelle date dans le nouveau calendrier correspond au 28 février 2445 du calendrier julien?

313. Dans combien d'années le solstice d'été tombera le 21 mars du calendrier julien?

314. Quelle est la durée moyenne d'une « année grégorienne » et quelle est son inexactitude?

---

*) Le décret de 1918 a substitué le calendrier grégorien à l'ancien calendrier orthodoxe russe, en ajoutant 13 au quantième.

315. Quelle sera l'erreur du calendrier grégorien dans 100, 500 et 1000 ans? Quand aura lieu l'équinoxe de printemps à ces époques-là?

316. L'astronome Médler (1794-1874) de Tartou (Dorpat) a proposé d'introduire un calendrier d'après lequel chaque 128 ans comptaient 31 années bissextiles, c'est-à-dire de sauter chaque 128 ans une année bissextile. Calculer la durée d'une année médlerienne et l'erreur de la chronologie qui en résulterait.

317. Quelle est l'erreur dont est entaché le calendrier lunaire musulman qui chaque 30 ans compte 19 ans de 354 jours et 11 ans de 355 jours?

318. Au XIe siècle la Perse a introduit un calendrier qui avait à sa base un cycle de 33 ans comptant 25 années communes et 8 années bissextiles. Calculer la durée de l'année et l'erreur qui entache ce calendrier.

319. Méton, un astronome des Athènes anciennes (Ve siècle avant notre ère), a découvert la période du retour de la Nouvelle et de la Pleine Lune aux mêmes époques de l'année solaire. Déterminer quelle est la durée de ce qu'on appelle le « cycle de Méton » ou « cercle de Lune », si l'on connaît la durée moyenne d'un mois synodique et d'une année tropique.

320. Etablir la chronologie à partir de la Grande Révolution Socialiste d'Octobre, dire quel numéro aura l'année en cours de 1er novembre 1979. (VV)

321. Si les années sont numérotées à partir de la Grande Révolution Socialiste d'Octobre, en quelle année êtes-vous né? En quelle année d'après un tel calendier est né votre père? (VV)

322. En 1920, le mois de février comptait 5 dimanches. Quand auparavant s'est présenté un cas analogue?

323. L'an 1353 de l'ère musulmane a commencé le 16 avril 1934. D'après cette ère et le calendrier musulman quelle année avait-on le 16 avril 1974? (VV)

324. On sait que l'an 1227 de l'ère musulmane a commencé le 20 juillet 1860 et que 34 années lunaires musulmanes valent 33 années grégoriennes. Quand le millésime du calendrier grégorien coïncidera avec le millésime du calendrier musulman?

IX. LEVER ET COUCHER DES ASTRES

I

Les problèmes du premier cycle n'imposent aucune explication.

II

En un lieu de latitude φ la distance zénithale z d'un astre d'angle horaire t et de déclinaison δ est définie par la formule

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t. \qquad (1)$$

A l'instant du lever et du coucher d'un astre son $z = 90°$ et $\cos z = 0$, ce qui permet de tirer de la formule précédente

$$\cos z = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta, \tag{2}$$

d'où l'on trouve l'angle horaire t qui pour le lever est pris avec le signe « moins » et pour le coucher, avec le signe « plus » [l'équation (2) possède deux racines: $+t$ et $-t$]. Le temps sidéral du lever et du coucher $s = t + \alpha$, où α est l'ascension droite de l'astre. Il est évident que dans le cas du Soleil, t représente directement le temps solaire vrai local (compté à partir du midi) du lever et du coucher. Pour obtenir le temps moyen local il faut ajouter à t l'équation du temps pour le jour donné.

La formule de transformation des coordonnées horizontales en coordonnées équatoriales

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A \tag{3}$$

donne pour $z = 90°$

$$\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi}, \tag{4}$$

ce qui fournit l'azimut des points du lever et du coucher. Pour le lever $A > 180°$ [l'équation (4) possède deux solutions].

La réfraction relève l'astre au-dessus de l'horizon. Puisque près de l'horizon la réfraction est égale à 35′, à l'instant du lever et du coucher apparents de l'astre la distance zénithale vraie de ce dernier est égale non pas à 90°, mais à 90°35′. Les formules (2) et (4) se compliquent respectivement et, par exemple, la formule (1) conduit à

$$\cos t = \cos 90°35' \sec \varphi \sec \delta - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta.$$

Pour la Lune et le Soleil on adopte que l'instant du lever et du coucher est celui du lever et du coucher de leur bord supérieur. Le rayon angulaire de la Lune et du Soleil valant 16′, à ces instants la distance zénithale du centre de ces astres (à laquelle se rapporte également la valeur de δ donnée par les annuaires astronomiques) est égale à $90°35' + 16' = 90°51'$ (compte tenu de la réfraction). En remplaçant $\cos 90°51'$ par sa valeur $(-0{,}0148)$, on obtient

$$\cos t = -(0{,}0148 \sec \varphi \sec \delta + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta). \tag{5}$$

En posant dans la formule (3) $z = 90°51'$, on a

$$\cos A = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{cotg} 90°51' - \frac{\sin \delta}{\cos \varphi \sin 90°51'}$$

ou

$$\cos A = -0{,}0148 \operatorname{tg} \varphi - \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}. \tag{6}$$

Les instants du lever et du coucher subissent encore l'influence de ce qu'on appelle *parallaxe diurne*. Toutefois, dans les calculs, cela n'impose pour le Soleil qu'une diminution de 9″ de sa distance zéni-

thale. Il n'est donc pas rationnel dans le cas du Soleil de tenir compte de ce phénomène, puisque près de l'horizon la réfraction est connue avec moins de précision. Quant à la Lune, si on tient compte de la parallaxe, sa distance zénithale doit être diminuée encore de 57′. Pourtant, nous ne donnons pas de problèmes sur le calcul du lever de la Lune parce que son déplacement rapide fait que sa déclinaison doit être interpolée d'après les tables du calendrier séparément pour le lever et pour le coucher, et, dans l'ensemble, ce problème est trop difficile pour les débutants.

Premier cycle

325. Quand pendant le jour de 24 heures la distance zénithale du Soleil est égale à 90°?

326. Une étoile peut-elle se lever au Nord-Est et se coucher au Nord-Ouest? et se coucher au Sud-Ouest?

327. La déclinaison d'un astre est 0°. Déterminer ses azimuts aux instants du lever et du coucher.

328. Si une étoile s'est levée au point Nord-Est, en quel point de l'horizon elle se couchera? Quels sont les azimuts de son lever et de son coucher?

329. Entre quels points de l'horizon se lèvent et se couchent les étoiles visibles au-dessus de l'horizon moins de 12 heures? plus de 12 heures?

330. A quelle heure du 21 septembre se lève la comète dont l'ascension droite est 4^h et la déclinaison 0°?

331. Quel est l'azimut du Soleil à l'instant de son lever à l'équateur terrestre le 22 mars? le 22 juin? le 23 septembre? le 22 décembre?

332. Sous quelles latitudes le Soleil ne se lève pas si sa distance polaire est de 108°?

333. A partir de quelle parallèle géographique les crépuscules astronomiques du matin et du soir ne se confondent pas la nuit? *Indication*: Le crépuscule astronomique se termine avec le Soleil descendu sous l'horizon à 18°.Le crépuscule civil se termine lorsque le Soleil descend sous l'horizon à 6°.

334. Depuis quelle latitude géographique commencent les nuits blanches (c'est-à-dire pendant lesquelles le crépuscule civil du soir se transforme en crépuscule du matin)?

335. Soient deux étoiles de déclinaisons égales de signes opposés; démontrer que le point du lever de l'une d'elles est diamétralement opposé au point du coucher de l'autre. (Kazakov.)

Deuxième cycle

336. Etablir d'après un annuaire astronomique combien de jours dure la nuit polaire privée de lumière du crépuscule (civil) au pôle Nord. *Indication*: Ne pas tenir compte de la réfraction. (VV)

337. Où le jour est plus long le 27 août, à Greenwich ou à Irkoutsk, si leurs latitudes sont les mêmes, mais Irkoutsk se trouve à 7^h de longitude plus à l'Est? (VV)

338. Une certaine année le Soleil est passé par le point vernal le 21 mars à 6 heures, temps de Greenwich. Est-ce que le 21 mars le Soleil s'est levé au même instant à Londres et à Irkoutsk? *Indication*: Tenir compte de la variation de la déclinaison du Soleil. (VV)

339. Quels sont à peu près l'angle horaire et l'azimut des points du lever et du coucher de l'étoile δ Orion à Mourmansk ($\varphi = 68°58'$) et à Tachkent ($\varphi = 41°20'$) si sa déclinaison est $-0°21'$?

340. Déterminer, sans tenir compte de la réfraction, le temps sidéral et les azimuts du lever et du coucher de l'étoile ε Gémeaux ($\alpha = 6^h39^m,7$; $\delta = +25°12'$) à Moscou ($\varphi = 55°45'$).

341. Déterminer, pour Poulkovo ($\varphi = 59°46',3$), le temps sidéral et l'azimut du point du lever de Véga ($\alpha = 18^h34^m36^s$); $\delta = +38°43',6$).

342. Calculer l'heure du fuseau du lever de Sirius ($\alpha = 6^h42^m$; $\delta = -16°37'$) à Moscou ($\varphi = 55°45'$) le 22 octobre 1949 (sans tenir compte de la réfraction).

343. Calculer le temps sidéral et le temps moyen local du lever et du coucher de l'étoile α Petit Chien ($\alpha = 7^h34^m29^s$; $\delta = 5°27',5$) à Léningrad ($\varphi = 59°56',6$) le 3 avril (sans tenir compte de la réfraction).

344. Calculer sans tenir compte de la réfraction l'angle horaire et l'azimut des points du lever et du coucher à Poulkovo ($\varphi = 59°46',3$) de l'étoile Régulus ($\alpha = 10^h4^m42^s$; $\delta = +12°18',3$). Combien de temps l'étoile reste-t-elle au-dessus de l'horizon? A quelle heure du temps solaire moyen auraient lieu son lever et son coucher le 20 avril, si à minuit de cette date le temps sidéral sera $13^h48^m8^s$?

345. Une étoile se trouve 16 heures au-dessous de l'horizon de Moscou ($\varphi = 55°45'$) et 8 heures au-dessus de l'horizon. Déterminer l'azimut approché du point de son coucher et sa déclinaison. (VV)

346. L'azimut d'une étoile à l'instant de son coucher est égal à 30°. Calculer sa déclinaison, la durée de sa visibilité au-dessus de l'horizon et la hauteur de sa culmination pour un observateur se trouvant à Voronej ($\varphi = 51°,7$). (VV)

347. Démontrer que si le parallèle diurne d'une étoile forme au lever avec l'horizon un angle ψ, alors,

$$\cos\psi = \sin\varphi \sec\delta,$$

où φ est la latitude du lieu et δ, la déclinaison de l'étoile.

348. Montrer que l'analyse de la formule $\cos t = -\operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}\varphi$ permet de tirer les conclusions sur la trajectoire diurne du Soleil aux saisons différentes aux pôles, aux cercles polaires, sous des latitudes moyennes et à l'équateur de la Terre. (VV)

349. Le 21 juin la déclinaison du Soleil $\delta = 23°27'$. Sous quelle latitude à cette date le jour ne dure que 3 heures?

350. Calculer pour le 24 mai, d'après les formules exactes, la durée du jour et le temps moyen local du lever et du coucher du bord supérieur du Soleil pour le lieu de coordonnées $\varphi = 47°13',0$; $\lambda = 2^h38^m,9$, si à cette date la déclinaison du Soleil est $\delta = 20°37',2$. *Indication* : Tenir compte de la réfraction.

351. Calculer la durée du jour le plus long et le plus court à Léningrad ($\varphi = 59°57'$), à Moscou ($\varphi = 55°45'$), à Duchanbé ($\varphi = 38°35'$). Quelle relation lie, dans un lieu donné, la durée du jour le plus long à celle du jour le plus court (sans tenir compte de la réfraction) ?

352. Calculer le temps local exact du lever et du coucher du bord supérieur du Soleil et les jours le plus court et le plus long à Léningrad, Moscou et Samarkand.

353. Le 4 mai la déclinaison du Soleil δ était égale à $+15°0',7$. Les observations ont montré que ce jour-là le Soleil s'est couché 7^h25^m, temps sidéral, après sa culmination. Quelle est la latitude géographique du lieu d'observation ?

354. Quand le Soleil descend sous l'horizon plus bas qu'à 18° survient la nuit complète (fin du crépuscule astronomique). Dans combien de temps (environ) après le coucher du Soleil tombera la nuit pendant l'équinoxe à l'équateur terrestre ? sous 45° de latitude ? sous 60° de latitude ?

355. Calculer, compte tenu de la réfraction, la durée du crépuscule astronomique à Léningrad ($\varphi = 59°56',6$) le 25 mars, lorsque la déclinaison du Soleil est $+2°1',9$.

356. Trouver la latitude Nord sous laquelle, lorsque la déclinaison du Soleil est 0°, la réfraction allonge le jour de 16 minutes.

357. Démontrer qu'au cercle polaire Nord la variation diurne absolue de l'azimut du point du coucher du Soleil est égale à la variation de sa longitude en 24 heures.

358. Comment doivent se situer deux lieux sur la Terre pour que, quelles que soient la date et l'heure, le Soleil soit au-dessus de l'horizon ou sur l'horizon ne serait-ce que dans l'un de ces lieux ?

359. Au cercle polaire Nord ($\varphi = 66°33'$) pendant six mois le lever du Soleil a lieu à la même heure du temps sidéral, pendant les six autres mois il en est de même pour le coucher. Le démontrer sans recourir aux calculs trigonométriques et élucider les détails du phénomène. Quelle est cette heure sidérale fixe du lever (du coucher) solaire ? Quelle est la position de l'écliptique à cet instant ? A quelle date et de quelle manière la constance du temps sidéral du lever du Soleil est remplacée par celle du coucher ? Comment change pendant l'année au cercle polaire la durée du jour et de la nuit ?

360. Démontrer qu'à 45° de latitude l'intervalle de temps entre l'instant où l'azimut d'une étoile est égal à —90° et l'instant de son coucher est une constante pour toutes les étoiles.

361. Déduire de la formule qui détermine le cosinus de la distance zénithale d'après les δ, t et φ connues, la formule qui donne l'augmentation de l'angle horaire du Soleil en fonction de la variation de

sa distance zénithale au lever ou au coucher. *Indication* : Différentier la formule. (VV)

362. Déduire des formules de transformation des coordonnées équatoriales en coordonnées horizontales et inversement

$$\sin\delta = \sin\varphi\cos z - \cos\varphi\sin z\cos A,$$

$$\sin z\cos A = -\cos\varphi\sin\delta + \sin\varphi\cos\delta\cos t$$

les formules qui déterminent la distance zénithale et l'instant (temps sidéral) du passage de l'astre par le premier vertical. (VV)

363. Calculer la hauteur de l'étoile Déneb ($\alpha = 20^h39^m,5$; $\delta = +45°2',0$) et le temps sidéral à l'instant de son passage par le premier vertical à Poulkovo ($\varphi = 59°46',3$) d'après les formules données par la réponse au problème précédent. Calculer ces mêmes grandeurs pour les étoiles η Bouvier ($\alpha = 13^h51^m,4$; $\delta = +18°45'$) et ι Cocher ($\alpha = 4^h52^m,5$; $\delta = +33°4'$) pour Moscou ($\varphi = 55°45'$).

X. PRÉCESSION

II

L'attraction par la Lune et le Soleil de l'excès de masse formant le renflement équatorial terrestre (produit par l'aplatissement de la Terre aux pôles) fait que l'axe de la Terre, sans que son inclinaison à l'écliptique change, décrit dans l'espace avec une période de 26 000 ans une surface conique. Ce phénomène s'appelle *précession des équinoxes*. Il en résulte que sur la sphère céleste le pôle céleste Nord se déplace parmi les étoiles suivant un cercle de rayon de 23°27′ de centre au pôle de l'écliptique, qui se trouve dans la constellation du Dragon ($\alpha = 18^h$; $\delta = 66°33'$). C'est pourquoi le point vernal se déplace suivant l'écliptique à 50″,26 par an à la rencontre du Soleil (vers l'Ouest). Le nom de précession des équinoxes traduit le fait que les équinoxes surviennent avant qu'il ne le serait si l'axe terrestre était fixe.

La période entre deux passages du Soleil par le point vernal s'appelle *année tropique* (365,2422 jours). La période complète de la révolution de la Terre autour du Soleil par rapport aux étoiles s'appelle *année sidérale*; la précession des équinoxes fait que cette dernière est plus longue que l'année tropique (365,2564 jours).

La période entre deux passages de la Terre par le périhélie s'appelle *année anomalistique* (365,2596 jours). Elle n'est pas égale à l'année sidérale parce que le grand axe lui-même de l'orbite terrestre tourne, bien que lentement, dans l'espace par rapport aux étoiles.

La précession fait que les longitudes de toutes les étoiles augmentent chaque année de 50″,26, alors que les latitudes ne changent pas. La précession change aussi les coordonnées équatoriales α et δ des étoiles. Pour tenir compte de ces variations on a établi des tables. Une telle table (IX) est donnée en annexe.

Deuxième cycle

364. Combien d'années faut-il pour que sous l'effet de la précession le pôle céleste décrive un arc de 5°?

365. A notre époque, les dénominations « tropique du Cancer » et « tropique du Capricorne » sont-elles heureuses?

366. Dans quelle constellation se trouvera dans 13 000 ans le point vernal? (VV)

367. Quelles deux conditions sont séparément nécessaires et suffisantes pour faire cesser le phénomène de précession? (VV)

368. Les coordonnées approchées de la constellation de la Couronne du Sud sont: $\alpha = 18^h$; $\delta = -40°$; de la constellation d'Orion: $\alpha = 6^h$; $\delta = 0°$. Quelles sont à l'époque actuelle les conditions de visibilité de ces constellations à Moscou? Quelles seront leurs coordonnées et les conditions de leur visibilité dans 13 000 ans?

369. Etablir quelles constellations visibles actuellement à Tachkent y deviendront invisibles dans 13 000 ans.

370. Etablir à l'aide d'un globe céleste quelles constellations étaient invisibles à Léningrad actuel il y a 6000 ans, lorsque ont débuté, dans la Babylone ancienne, les premières observations systématiques des mouvements planétaires. (VV)

371. La précession serait-elle plus rapide ou plus lente si la Terre était plus aplatie? Si la Lune se trouvait plus près? Si la Terre était plus dense? Si elle tournait plus vite?

372. Une année sidérale dure 365,25636 jours. Trouver la durée de l'année tropique si l'on sait que la précession déplace sur l'écliptique le point vernal à 50″,2 par an à la rencontre du Soleil.

373. La précession influe-t-elle sur le climat solarisé comparatif (c'est-à-dire déterminé seulement par les causes astronomiques) des hémisphères Nord et Sud de la Terre? (VV)

374. A un certain instant les coordonnées écliptiques d'une étoile étaient $\lambda = 359°17'44''$; $\beta = -17°35'37''$. Calculer ses coordonnées pour l'instant qui précédait de 10, de 100 ans l'instant donné; pour l'instant qui viendra dans 100 ans. (VV)

375. Quelle action qualitative exerce le phénomène de précession sur la variation des coordonnées équatoriales des étoiles (ascension droite et déclinaison)? (VV)

376. Pour quelles étoiles de la sphère céleste les variations de l'ascension droite sont rendues plus rapides par l'effet de précession? (VV)

377. Le catalogue stellaire donne pour l'équinoxe de 1855 les coordonnées d'une étoile de magnitude 6,4: $\alpha = 22^h7^m0^s$; $\delta = +27°53',7$. Utiliser la table IX de la précession annuelle et déterminer les coordonnées de cette étoile pour l'équinoxe de 1810 et 1900. (VV)

Comparer la différence des coordonnées obtenues avec le diamètre angulaire de la Lune (32′).

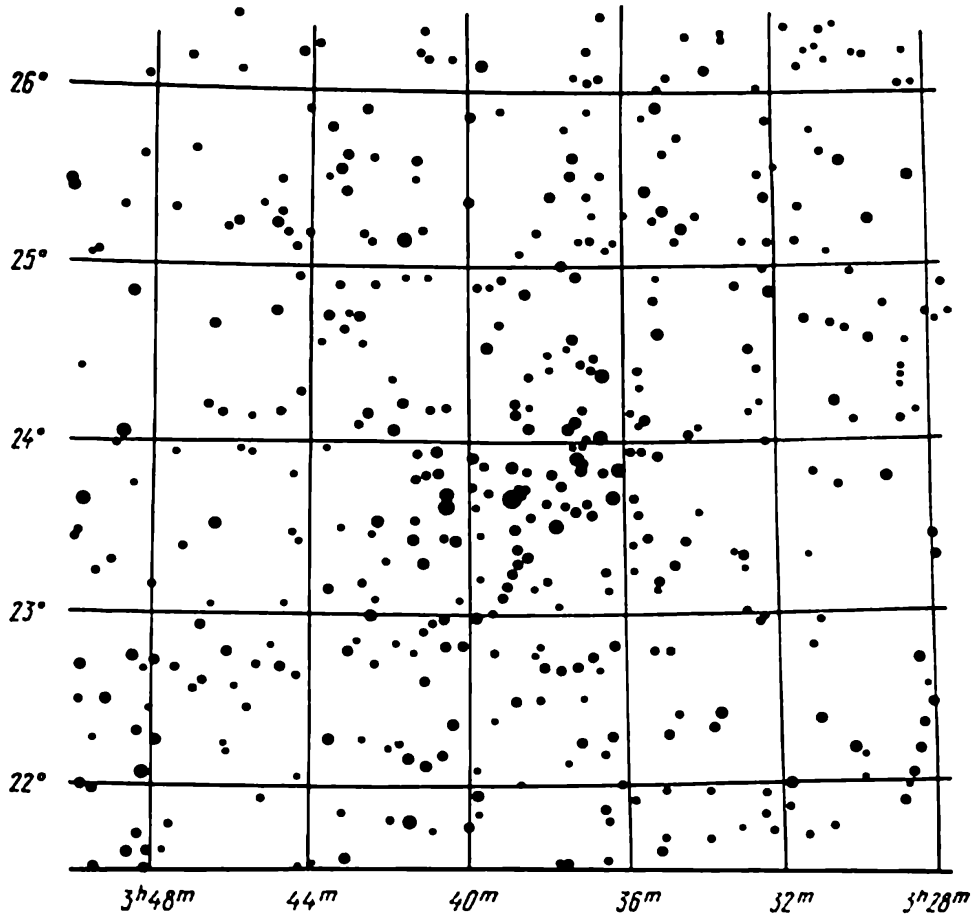


Fig. 13. Carte de l'amas stellaire des Pléiades. Réseau des coordonnées établi pour 1855

378. Soient les coordonnées des étoiles pour 1855 :

Etoile de magnitude 5,2 :	$\alpha = 10^h54^m27^s$;	$\delta = -1°42',1$
Etoile de magnitude 4,5 :	$\alpha = 3^h37^m43^s$;	$\delta = +23°29',5$
δ Céphée :	$\alpha = 22^h23^m48^s$;	$\delta = +57°40',4$
o Baleine :	$\alpha = 2^h12^m\ 1^s$;	$\delta = -3°38',5$

Déterminer d'après la table de précession leurs coordonnées pour l'époque de l'atlas stellaire dont vous pouvez disposer.

379. Au début de 1950, les coordonnées de trois étoiles de l'amas des Pléiades étaient $\alpha = 3^h44^m34^s$; $\delta = +24°08'(7,0)$; $\alpha = 3^h44^m35^s$; $\delta = +23°57'(3,2)$; $\alpha = 3^h46^m21^s$; $\delta = +24°14'$ (8,0). Entre parenthèses est donné l'éclat des étoiles en magnitudes. Après avoir trouvé ces étoiles sur la carte des Pléiades de « Bonner Durchmusterung » (fig. 13), où le réseau des coordonnées est tracé pour 1855, établir leur précession d'après la table IX.

380. Soient les durées de

l'année tropique	365,2422 jours solaires moyens
l'année sidérale	365,2564 jours solaires moyens
l'année anomalistique	365,2596 jours solaires moyens

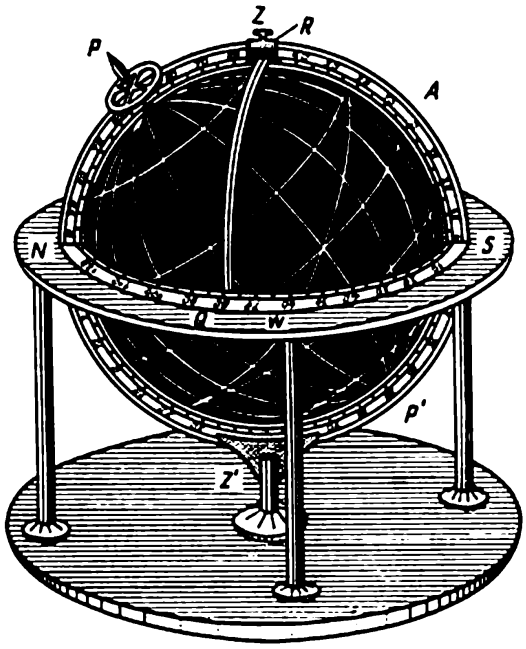


Fig. 14. Globe céleste

Déterminer d'après ces données la grandeur et la direction de la précession et du déplacement séculaire du périhélie par rapport aux étoiles.

XI. PROBLÈMES RÉSOLUBLES À L'AIDE D'UN GLOBE CÉLESTE

Un globe céleste permet de résoudre directement de nombreux problèmes. Cependant, à cet effet, le globe doit être placé à l'intérieur d'une sphère armillaire mobile (fig. 14). Si l'exécution du globe est soignée, il donne des réponses au moins à 1° près.

Le globe tourne sur l'axe PP' à l'intérieur de l'anneau PZS qui matérialise le méridien et qui est soutenu d'en bas par la butée Z' matérialisant le nadir. Z est le zénith, NWS, le cercle de l'horizon gradué en degrés ; sur ce cercle dans la direction du point S vers le point W on lit les azimuts. Les hauteurs sont comptées à partir du cercle de l'horizon suivant l'arc ZQ gradué en degrés qui tourne sur l'axe perpendiculaire à la surface du globe et fixé par la pince R. (S'il n'y a pas d'arc, on peut le remplacer par une bande de papier graduée en degrés.) Le cercle du méridien est également gradué en degrés (0° sur la ligne de l'équateur céleste tracée sur le globe). La pince R peut être fixée en un point quelconque du cercle du méridien. Si la pince R est fixée en un point du cercle du méridien distant de 90° des points S et N, Z sera alors le zénith, et l'arc ZQ, le cercle de hauteur. Si la pince est fixée au-dessus du point P, l'arc RQ matérialise le cercle de déclinaison (cercle horaire) permettant de comp-

ter les déclinaisons. D'ailleurs, les déclinaisons et les ascensions droites des astres sont lues directement sur le réseau des coordonnées porté sur le globe. Sur l'horizon, les points N et S matérialisent les points Nord et Sud, les points W et E (E est invisible sur le dessin), les points Ouest et Est. Sur le globe, le cercle WA est l'équateur, et A, le point de l'équateur. Les angles horaires des astres se comptent sur le réseau des coordonnées du globe comme des angles compris entre la partie sud PZS du méridien $NZAS$ et l'arc mobile RQ (cercle de déclinaison) fixé alors au-dessus du point P et positionné de façon qu'il passe par l'astre. L'angle horaire peut se lire également à partir du point A vers le point W suivant l'équateur jusqu'à son intersection avec l'arc susmentionné.

La mise au point du globe de façon qu'il représente la disposition du ciel stellaire et de la sphère céleste par rapport à l'horizon de l'observateur qui se trouve à la latitude φ se fait en tournant le cercle du méridien avec le globe dans son plan tant que l'arc NP ne soit rendu égal à φ. Appelons ce procédé *ajustage du globe en latitude.*

Types de problèmes résolubles à l'aide d'un globe céleste

I. *Etablir la disposition des constellations par rapport à l'horizon et au méridien de l'observateur à l'heure donnée du temps sidéral s.* Après avoir mis le globe à la latitude, tournons-le à l'intérieur du cercle du méridien tant que le cercle de déclinaison tracé sur le globe et passant par le point de l'équateur dont l'ascension droite est $\alpha = s$ ne se confond avec l'arc du méridien PAS. (Si s n'est pas égal au nombre entier d'heures, le cercle de déclinaison est tracé en pensée en utilisant les graduations de l'équateur.)

II. *Résoudre le même problème pour un instant du temps solaire t du jour donné.* Calculons d'abord le temps sidéral s qui correspond au temps solaire t du jour donné et procédons de la même façon que dans le problème I.

III. *Déterminer la hauteur des astres lors des passages supérieur et inférieur.* Mettons le globe à la latitude donnée. Tournons-le sur l'axe PP' tant que l'astre ne s'arrête sous l'arc PZS (passage supérieur) ou sous l'arc PN (passage inférieur). Comptons sur le cercle du méridien la hauteur pour cette position à partir de l'horizon jusqu'à l'astre.

IV. *Déterminer la déclinaison limite des étoiles sans coucher et sans lever.* Mettons le globe à la latitude. La déclinaison minimale des étoiles sans coucher se compte sur le cercle du méridien à partir de l'équateur jusqu'au point N. La déclinaison maximale des étoiles sans lever se compte sur le cercle du méridien à partir de l'équateur jusqu'au point S.

V. *Etablir si l'astre donné est visible dans un lieu donné.* Mettons le globe à la latitude. Après avoir trouvé sur le globe l'astre, tournons

le globe pour voir si cet astre monte à un moment quelconque au-dessus de l'horizon.

VI. *Déterminer la latitude du lieu où l'astre devient visible ou invisible.* Après avoir trouvé l'astre sur le globe, amenons-le sous le cercle du méridien et tournons le cercle du méridien avec le globe tant que l'astre ne se confond avec le point S. Alors, la hauteur du pôle P donne la latitude nécessaire.

VII. *Etudier le caractère du mouvement diurne des astres différents sous la latitude géographique donnée.* Mettons le globe à la latitude et tournons-le sur son axe en observant comment tel ou tel astre se déplace par rapport à l'horizon, au zénith, etc.

VIII. *Trouver le point de la sphère céleste où se trouve le Soleil le jour donné.* Cherchons les coordonnées α et δ du Soleil dans le calendrier et établissons, d'après ces coordonnées, ce point parmi les constellations en utilisant le réseau des coordonnées du globe. Si nous ne disposons pas de calendrier, multiplions 59′ (déplacement diurne moyen du Soleil sur l'écliptique) par le nombre de jours entre le 22 mars et la date donnée. Comptons sur le globe le nombre de degrés obtenu à partir du point vernal ♈ le long de l'écliptique dans le sens direct (contraire de celui des aiguilles d'une montre). Le Soleil se trouve à l'emplacement du point ainsi obtenu.

IX. *Transformer les coordonnées équatoriales d'un astre en coordonnées horizontales pour la latitude donnée à l'instant donné* (ou trouver h et A de l'astre à l'instant donné sous la latitude φ). Mettons le globe à la latitude comme le demandent le problème I ou II ; après avoir positionné la pince R en Z (sans déplacer le globe!) tournons l'arc RQ de façon qu'il passe par l'astre et comptons directement ses h et A.

X. *Déterminer l'angle horaire, le temps solaire et l'azimut des points du lever et du coucher d'un astre.* Mettons le globe à la latitude. Cherchons sur le globe l'astre et en tournant le globe sur l'axe faisons coïncider l'astre avec le cercle de l'horizon (en positions du lever et du coucher). L'azimut de ce point se compte sur le cercle de l'horizon. L'angle horaire est compté sut l'équateur à partir du point A jusqu'à son intersection avec l'arc RQ, établi à cet effet de façon qu'il passe par le point du lever (coucher) et qu'il soit bloqué par la pince au-dessus du pôle céleste P. L'angle horaire obtenu ajouté à l'ascension droite α de l'astre concerné donne le temps sidéral s du lever (coucher) qui est transformé en temps solaire par calcul usuel. Si on sait où sur la sphère céleste se trouve le Soleil à la date donnée, on peut aussi trouver ce point sur le globe, compter comme précédemment l'angle horaire du Soleil (en maintenant l'astre en position du lever ou du coucher) et obtenir ainsi le temps solaire (local ou vrai) du lever ou du coucher de l'astre. Le temps local vrai du lever ou du coucher du Soleil lui-même est mesuré par l'angle horaire des points de son lever ou de son coucher, compté comme on l'a décrit dans ce qui précède.

XI. *Transformation de α et δ d'un astre en ses λ et β* (longitude et latitude). Quelle que soit la position du globe, plaçons le pôle de l'écliptique (tracée sur le globe) sous le cercle du méridien. Fixons la pince R au-dessus de ce point; tournons l'arc RQ de façon qu'il passe par notre astre que nous avons trouvé au préalable sur le globe d'après ses α et δ données. Sans toucher au globe comptons à partir de l'écliptique suivant l'arc RQ la distance jusqu'à l'astre (c'est-à-dire sa β), λ est comptée à partir du point vernal dans le sens direct (contraire de celui des aiguilles d'une montre) suivant l'écliptique jusqu'à son intersection avec l'arc RQ. (Ne pas oublier que la pince de l'arc RQ doit se trouver toujours au-dessus du pôle de l'écliptique.) Ceci rend clair comment on procède pour résoudre également le problème inverse de la recherche de α et δ d'après λ et β.

XII. *Déterminer pour le jour donné l'instant du passage d'un astre au méridien.* En tournant le globe plaçons l'astre donné sous le cercle du méridien. Si le passage est supérieur, il a lieu à l'instant du temps sidéral $s = \alpha$, où α est l'ascension droite de l'astre, donnée ou comptée d'après le réseau du globe; s est converti en temps solaire de façon ordinaire. Pourtant, si l'on connaît où, le jour donné, se trouve sur le globe le Soleil, son angle horaire compté sur le globe sera précisément le temps solaire du passage de l'astre.

XIII. *Trouver le temps sidéral qui correspond au temps moyen donné.* Marquons sur l'équateur le point distant de 59′ du point vernal ♈; multiplions 59′ par le nombre de jours passés du 22 mars à la date donnée. En tournant le globe sur l'axe amenons ce point en position dans laquelle son angle horaire serait égal au temps moyen donné. Le temps sidéral correspondant s'obtient en comptant suivant l'équateur dans cette position du globe l'arc A♈ (angle horaire du point vernal).

XIV. *Déterminer la date à laquelle, sous une latitude donnée, le Soleil se lève à une heure donnée.* Mettons le globe à la latitude. Fixons la pince R au-dessus du pôle P, l'arc RQ est positionné suivant l'angle horaire donné. Le point d'intersection de l'arc RQ avec l'horizon sera le point du lever du Soleil. En tournant le globe, trouvons le point de l'écliptique où elle coupe l'horizon au point trouvé du lever du Soleil. La date cherchée est le 22 mars plus le nombre des jours égal à l'arc de l'écliptique compris entre le point ♈ et le point obtenu du lever du Soleil (le compte se fait dans le sens direct, c'est-à-dire contraire à celui des aiguilles d'une montre) divisé par 59′. L'autre jour qui satisfait au problème s'obtient en faisant tourner le globe sur l'axe tant que dans la position décrite se trouve à l'horizon l'autre point de l'écliptique.

En plus des problèmes décrits, un globe céleste permet de résoudre de nombreux autres problèmes, dont font partie les problèmes 368, 369 et 370 du chapitre relatif à la précession.

Au lieu d'un globe on peut faire appel aux divers procédés graphiques, et entre autres, au réseau de Wolf, aux réseaux de Kavraïski, etc. Les plus simples de ces procédes, ceux de la rotation des cercles

et celui du planisphère céleste, sont décrits par Kamenchtchikov dans son « Recueil de problèmes astronomiques »; pourtant, les réponses qu'on y trouve sont peu précises.

Résoudre en se servant d'un globe céleste les problèmes suivants donnés dans ce qui précède (en retenant que les réponses fournies par un globe sont peu précises):

II. Sphère céleste: 14, 20, 24, 25, 27-32.

III. Systèmes de coordonnées célestes: 36-45, 47, 54-74, 84-95.

IV. Passage des astres au méridien: 101-124, 126-128, 137-154, 161.

IX. Lever et coucher des astres: 325-335, 339-346, 349-355.

XII. MOUVEMENT DES PLANÈTES

I

Les planètes se déplacent autour du Soleil sur des orbites elliptiques. Les allongements de ces orbites et les inclinaisons de leurs plans à l'écliptique sont ordinairement si petits que pour résoudre de nombreux problèmes on peut admettre que les orbites planétaires sont circulaires et qu'elles reposent dans le plan de l'écliptique. Les orbites de Mercure et Vénus se trouvent à l'intérieur de l'orbite terrestre: ce sont les *planètes inférieures*. Les autres planètes sont dites *supérieures*, elles sont plus éloignées du Soleil que la Terre. La Terre se trouve à 149 600 000 km du Soleil; cette distance s'appelle *unité astronomique* (u.a.). Mercure n'est jamais visible à plus de 27° du Soleil, et Vénus, à plus de 48°. C'est pourquoi ces planètes apparaissent tantôt comme des étoiles du matin, tantôt comme des étoiles du soir à l'Est avant le lever du Soleil, ou à l'Ouest, après son coucher. Les positions caractéristiques relatives des planètes par rapport à la Terre et au Soleil (configurations planétaires) sont visualisées par la figure 15, où la Terre est marquée par la lettre T, et qui porte inscrites les dénominations des configurations.

Si on mène à partir du Soleil une droite $S\gamma$ (fig. 16) dans la direction du point vernal, l'angle γSP entre la droite $S\gamma$ et la direction Soleil — planète (SP) compté à partir de $S\gamma$ dans le sens direct (contraire de celui des aiguilles d'une montre) s'appelle *longitude héliocentrique de la planète* et se note l.

Si on désigne par L la longitude héliocentrique de la Terre T, on a pour une planète inférieure (fig. 15)

en conjonction inférieure	$l-L=0°$;
en conjonction supérieure	$l-L=180°$;
en élongation occidentale	$l-L=90°-\theta$;
en élongation orientale	$l-L=270°+\theta$,

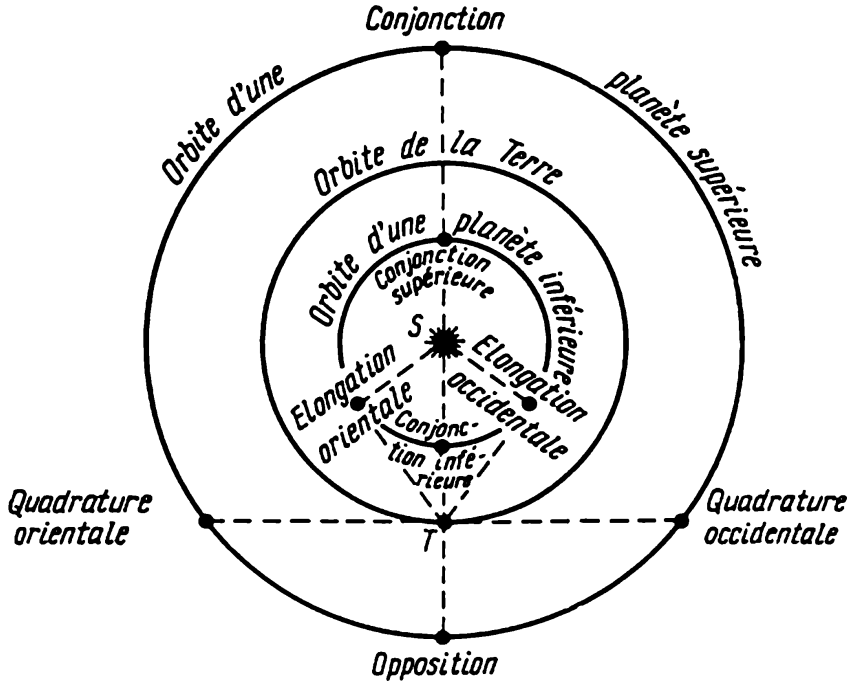


Fig. 15. Configurations des planètes

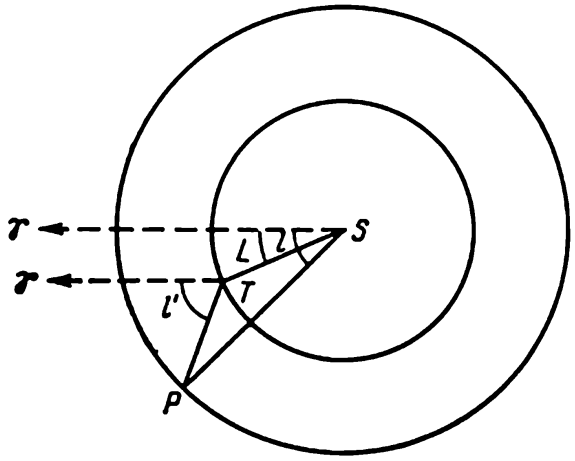


Fig. 16. Longitudes héliocentriques et géocentriques des planètes

où θ est l'éloignement angulaire apparent maximal de la planète par rapport au Soleil. Pour une planète supérieure

en opposition $l - L = 0°$;

en conjonction $l - L = 180°$.

L'angle ΥTP entre les directions de la Terre vers le point vernal Υ (parallèle à $S\Upsilon$) et de la Terre vers la planète P, compté dans le sens direct (contraire de celui des aiguilles d'une montre) s'appelle *longitude géocentrique* l' de la planète (fig. 16). Dans les problèmes de ce chapitre, l'angle l' est déterminé graphiquement de la façon

suivante. l et L étant connues, on note les positions de la planète et de la Terre sur leurs orbites, en menant arbitrairement la ligne $S\Upsilon$. Les rayons des cercles figuratifs des orbites doivent être pris à la même échelle. A partir de la Terre on mène la droite $T\Upsilon$ parallèle à $S\Upsilon$ et en reliant T à P, on mesure avec un rapporteur l'angle l'.

Les longitudes héliocentriques des planètes sont publiées chaque année pour des jours définis dans un annuaire astronomique.

Si S est la période de révolution d'une planète autour du Soleil (période sidérale) et T, la durée de l'année, alors, P, l'intervalle de temps entre deux configurations homologues de la planète (période synodique), est lié à ces quantités par l'équation du mouvement synodique

pour une planète inférieure $\frac{1}{S}-\frac{1}{T}=\frac{1}{P}$;

pour une planète supérieure $\frac{1}{T}-\frac{1}{S}=\frac{1}{P}$.

P (par exemple, l'intervalle de temps entre deux conjonctions supérieures) peut s'obtenir à partir des observations.

Les vitesses héliocentriques angulaires moyennes des planètes diminuent à mesure que la distance du Soleil augmente et sont égales à 360° : S. Les mouvements diurnes moyens (vitesses angulaires diurnes moyennes) des planètes sont pour

Mercure :	245′,5 ;	la Terre :	59′,1 ;	Jupiter :	5′ ;
Vénus :	96′,1 ;	Mars :	31′,4 ;	Saturne :	2′.

Les calculs réalisés d'après ces données ne sont pas exacts du fait qu'en réalité le déplacement des planètes sur les orbites n'est pas régulier et les plans de leurs orbites sont légèrement inclinés à l'écliptique.

Les mouvements des planètes sont régis par les lois de Kepler.

1° *Chaque planète décrit une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers.*

2° *Le rayon vecteur allant du Soleil à la planète balaye des aires égales en des temps égaux.*

3° *Les carrés des durées des révolutions des planètes sont proportionnels aux cubes des demi-grands axes des orbites* (*aux cubes de leurs distances moyennes du Soleil*), c'est-à-dire

$$\frac{a_1^3}{a_2^3}=\frac{T_1^2}{T_2^2} \quad \text{ou} \quad \frac{a_1^3}{T_1^2}=\frac{a_2^3}{T_2^2}=\text{const.}$$

Ces lois sont observées également par les satellites dans leur mouvement autour des planètes. On appelle *ellipse* une courbe fermée dont la somme des distances de chaque point jusqu'aux deux points appelés *foyers* (S et F de la fig. 18) est constante. L'allongement d'une ellipse est caractérisé par son excentricité e. Si $e = 0$, l'orbite est un cercle (cas particulier d'une ellipse). Si $e = 1$, l'orbite est une ellipse éten-

due à l'infini, c'est-à-dire une parabole. Sur la figure 18, la distance $O\Pi = OA = a$ s'appelle *demi-grand axe* de l'orbite (O est le centre de l'ellipse). Par définition,

$$e = \frac{OS}{OA} = \frac{c}{a}.$$

La distance minimale entre la planète et le Soleil $S\Pi = a(1 - e)$; la distance maximale, $SA = a(1 + e)$. Le point Π, le plus proche du Soleil, s'appelle *périhélie*; le point A, le plus éloigné du Soleil, s'appelle *aphélie*. Les grandeurs a et T sont données pour toutes les planètes dans la table X.

II

D'après la théorie, la longueur d'un arc de mouvement rétrograde d'une planète (en admettant que son orbite est circulaire)

$$\psi = (360° - 2\theta_0) - 2n\tau,$$

où n est le mouvement diurne de la planète; 2τ, la durée du mouvement rétrograde en jours, et θ_0, l'élongation de la planète au point de sa *station*, c'est-à-dire l'angle entre les directions de la planète et du Soleil vus de la Terre.

θ_0 est donné par la formule

$$\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{a\sin\varphi_0}{a\cos\varphi_0 + 1}, \quad \theta_0 < 180°,$$

où a est le rayon de l'orbite en unités astronomiques. L'angle φ_0 se trouve d'après la formule

$$\cos\varphi_0 = \frac{na^2 + n_1^2}{na + n_1 a} = -\frac{na^2 + n_1^2}{a(n + n_1)},$$

où n_1 est le mouvement diurne moyen de la Terre.

Une orbite elliptique est caractérisée par les éléments dont le sens est rendu clair par les figures 17 et 18. Les éléments des orbites des planètes du Système solaire sont donnés dans la table X.

Le sixième élément T est un des instants du passage du corps céleste par le périhélie. Pour une orbite parabolique suivant laquelle se déplacent certaines comètes, $e = 1$, $a = \infty$. Dans ce cas, on donne q, la distance périhélique (la distance du sommet de la parabole à son foyer où se trouve le Soleil).

Calcul des éphémérides. Pour calculer à l'avance la table appelée *éphémérides* qui donne pour une série des instants t la distance de l'astre au Soleil r, à la Terre ρ et, d'après les éléments connus de l'orbite, ses coordonnées α et δ (ou λ et β) visibles de la Terre, on procède de la façon suivante.

On trouve d'abord le rayon vecteur r et l'anomalie vraie de l'astre v qui détermine sa position sur l'orbite à l'instant t (fig. 18). Ensuite, en connaissant les coordonnées de la Terre par rapport au Soleil, on trouve pour le même instant à l'aide des transformations succes-

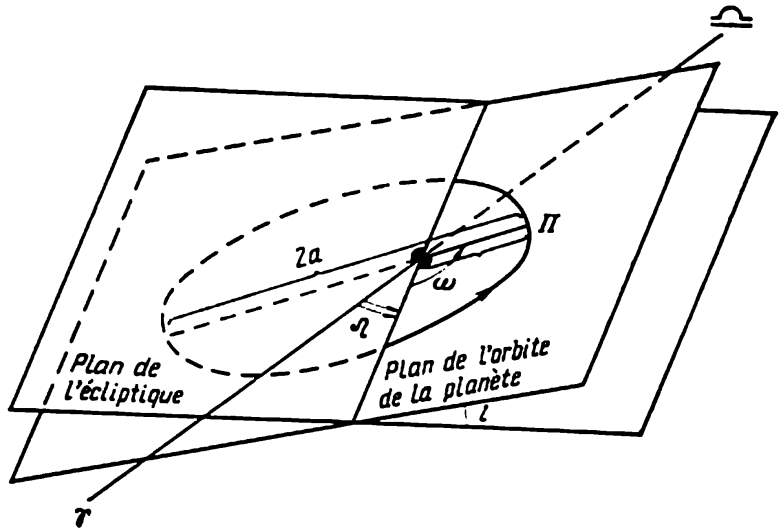


Fig. 17. Eléments des orbites planétaires

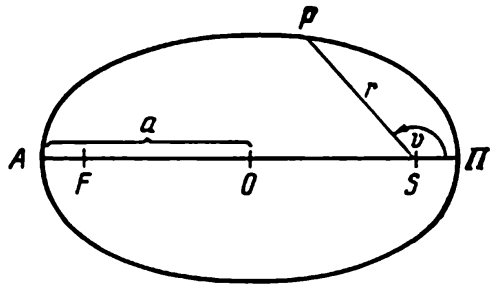


Fig. 18. Anomalie vraie v et rayon vecteur r d'une planète

sives des coordonnées, les coordonnées de l'astre (α, β et ρ) par rapport à la Terre. Ce problème est le même pour toutes les formes des orbites. Par contre, le calcul de r et de v diffère suivant qu'il s'agit d'une parabole ou d'une ellipse.

Orbite parabolique. r et v sont déterminés par les formules

$$\operatorname{tg}\frac{v}{2}+\frac{1}{3}\operatorname{tg}^3\frac{v}{2}=\frac{k}{\sqrt{2}\,q^{3/2}}(t-T),\quad r=q\sec^2\frac{v}{2},$$

où k est la constante de Gauss ($k = 0{,}0172$) et T, l'instant de passage par le périhélie. v est donnée par les tables spéciales en fonction de la quantité $M = q^{-3/2}(t - T)$ (ou en fonction de $\log M$).

Orbite elliptique. v se calcule d'après l'anomalie excentrique E déterminée par l'équation de Kepler

$$E - e\sin E = M,$$

où l'anomalie moyenne $M = n(t - T)$, et le mouvement diurne moyen $n = ka^{-3/2}$.

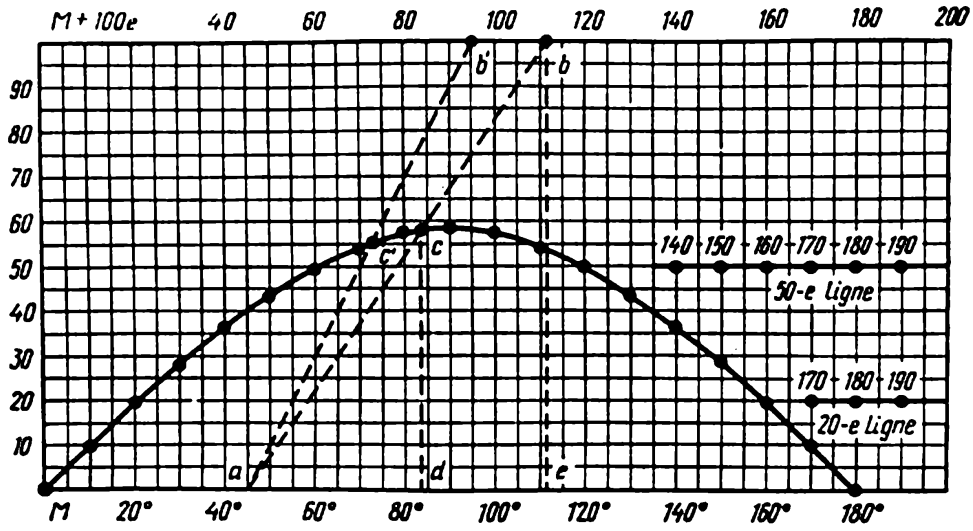


Fig. 19. Abaque pour la résolution approchée de l'équation de Kepler

Si e est voisin de 0, E peut s'obtenir par des approximations successives en calculant consécutivement

$$E_0 = M + e \sin M,$$
$$E_1 = M + e \sin E_0,$$
$$E_2 = M + e \sin E_1,$$

etc., tant que E_n ne devient égal à E_{n-1}. Il faut retenir que dans les tables la valeur des sinus est donnée en radians, alors que E se calcule en degrés. C'est pourquoi $e \sin E$ doit être exprimé en degrés, et à cet effet il faut multiplier $e \sin E$ par $360° : 2\pi = 57°,2958$. Si, par exemple, $M = 45°$ et $e = 0,66144$ ($\log e = 9,82049 = -0,17951$), alors, puisque $\log 57,2958 = 1,75812$, le logarithme du coefficient affecté à $\sin E$ sera déjà 1,57861. Le nombre qui correspond à ce logarithme sera « e exprimé en degrés ». Si e est grand, la valeur approchée de E se trouve d'après l'abaque de la figure 19. C'est une sinusoïde pour laquelle les ordonnées sont données en radians. Pour calculer E d'après un M donné, il faut marquer sur l'axe des abscisses le point a, qui correspond à la valeur de M (en l'occurrence, à 45°), puis trouver sur la ligne horizontale supérieure le point b qui correspond à $M + 100°\, e$ (à titre d'exemple : 111,1) et le marquer. L'intersection en c de la droite ab avec la courbe donne approximativement E (dans notre exemple où nous avons pris $e = 0,661$, c'est 82°30′). Si $M + 100°\, e$ se trouve au-delà de la marge disponible, on peut porter $M + 50°\, e$ sur la « ligne cinquante » ou $M + 20°\, e$ sur la « ligne vingt » et procéder de façon analogue. La valeur de E ainsi obtenue est considérée comme E_0 pour chercher ensuite E par approximations successives de la façon déjà décrite. Ensuite, on calcule v d'après l'équation

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}$$

(v et E reposent dans le même quadrant) ; r est donné par l'équation

$$r = a\,(1 - e \cos E).$$

Calcul des α, δ et ρ. Cherchons ce qu'on appelle les constantes de Gauss a, b, c, A, B, C à l'aide des quantités auxiliaires n et N, et l'obliquité ε de l'écliptique :

$\operatorname{tg} N = \operatorname{tg} i \sec \Omega$ (les signes de $\sin N$ et de $\sin i$ sont les mêmes), $n = \sin i \operatorname{cosec} N$;

$\operatorname{tg} A = -\operatorname{cotg} \Omega \sec i$ (les signes de $\sin A$ et de $\cos \Omega$ sont les mêmes), $a = \cos \Omega \operatorname{cosec} A$;

$\operatorname{tg} B = \sin \Omega \cos \varepsilon / n \cos (N + \varepsilon)$ [les signes de $\cos B$ et de $\cos (N + \varepsilon)$ sont les mêmes], $b = \sin \Omega \cos \varepsilon \operatorname{cosec} B$;

$\operatorname{tg} C = \sin \Omega \sin \varepsilon / n \sin (N + \varepsilon)$ [les signes de $\cos C$ et de $\sin (N + \varepsilon)$ sont les mêmes], $c = \sin \Omega \sin \varepsilon \operatorname{cosec} C$.

Si les calculs sont corrects, on doit avoir :

$$\operatorname{tg} i = \frac{bc \sin (C - B)}{a \cos A} \text{ (formule de contrôle).}$$

Après quoi α, δ et ρ sont données par les formules

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{rb \sin (B + \omega + v) + Y_0}{ra \sin (A + \omega + v) + X_0},$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{rc \sin (C + \omega + v) + Z_0}{rb \sin (B + \omega + v) + Y_0} \sin \alpha,$$

$$\rho = \operatorname{cosec} \delta\, [rc \sin (C + \omega + v) + Z_0],$$

où X_0, Y_0, Z_0 sont les coordonnées rectangulaires géocentriques du Soleil.

Premier cycle

381. Combien de temps mettrait un train parti de la Terre et se déplaçant sans arrêt à la vitesse de 100 km/h pour atteindre l'orbite de Pluton ?

382. Les habitants de Mars, s'ils existaient, ou les cosmonautes verraient le disque solaire sous un angle de 22′,7. Le rayon du Soleil étant égal à 109 rayons terrestres, trouver combien de temps met la lumière pour aller du Soleil à Mars.

383. Combien de temps faut-il pour aller de la Terre à Mars en vaisseau cosmique se déplaçant sur une orbite dont la distance périhélique est égale à la distance de la Terre au Soleil (1 u.a.) et la distance aphélique, à la distance de Mars au Soleil (1,5 u.a.) ? (Parénago.)

384. La planète Mars peut-elle passer devant le disque solaire ? et Mercure ? Jupiter ?

385. Peut-on voir Mercure le soir à l'Est ?

386. Une planète apparaît à 120° du Soleil. Est-ce une planète supérieure ou inférieure ?

387. Une opposition de Mars a eu lieu le 19 mai. Dans quelle constellation pouvait-on voir la planète ? L'éloignement de soir de

Vénus était maximal le 5 février. Dans quelle constellation se trouvait-elle? (VV)

388. En quelle saison, le soir, la visibilité de Mercure est la plus favorable? (VV)

389. Deux petites planètes photographiées simultanément sont distantes de 3° l'une de l'autre; les traces qu'elles ont laissées sur la plaque ont la forme de traits, car pendant la pose elles se sont déplacées par rapport aux étoiles. Dire laquelle de ces deux planètes est probablement plus proche de la Terre et du Soleil, celle dont la trace est plus longue ou bien celle dont la trace est plus courte? (VV)

390. De combien de degrés la Terre devance Mars en un jour si on les regarde à partir du Soleil (les périodes de révolutions sidérales de ces deux planètes sont respectivement 365,25 et 687 jours)?

391. La planète Mars peut-elle s'approcher chaque année de la Terre à une distance minimale, c'est-à-dire venir en opposition?

392. Déterminer la révolution sidérale de Mars si on sait que sa période synodique est de 780 jours.

393. La révolution synodique d'une planète imaginaire est de 3 ans. Quelle est la durée de sa révolution sidérale autour du Soleil?

394. Quelle doit être la valeur de la révolution sidérale d'une planète dont la révolution synodique est de 4 ans?

395. Quelle doit être la durée des révolutions sidérale et synodique d'une planète sous l'hypothèse de leur égalité?

396. L'opposition de Jupiter a eu lieu le 15 juillet. Quand aura lieu l'opposition suivante?

397. Un observateur a remarqué qu'une certaine planète se déplaçait tous les 505 1/4 jours à 90° à l'Est du Soleil. Quelle doit être la durée de sa révolution autour du Soleil? (VV)

398. Le soir, la meilleure visibilité de Vénus (son éloignement maximal à l'Est du Soleil) a eu lieu le 5 février. Quand la fois suivante, dans les mêmes conditions, la visibilité de Vénus a été la meilleure, si sa révolution sidérale autour du Soleil dure environ 225 jours?

399. Les conditions de visibilité de Vénus se répètent tous les huit ans presqu'à la même date. Expliquer pourquoi en est-il ainsi. (Polak.)

400. Calculer le mouvement diurne moyen de Mercure sur l'orbite si sa révolution synodique autour du Soleil dure 115,88 jours moyens.

401. Pour les astronautes futurs descendus sur Mars, la Terre tout comme Vénus pour les Terriens, sera tantôt un astre du matin, tantôt un astre du soir. Dans quels intervalles de temps peut-on voir à partir de Mars la Terre comme une étoile du matin? (VV)

402. Les distances des planètes au Soleil étant connues, calculer l'éloignement angulaire maximal de la Terre par rapport au Soleil vu de Mars. (VV)

403. A quel angle peut s'écarter la Lune de la Terre pour un observateur se trouvant sur Mars pendant l'opposition moyenne, si les

distances entre la Terre et la Lune, la Terre et Mars sont connues? (Polak.)

404. La distance entre Jupiter et le Soleil est de 5,20 unités astronomiques. Quelle est en degrés l'élongation x de la Terre observée à partir de Jupiter comme un astre du matin ou du soir? (VV)

405. Les orbites de la Terre et de Mars sont des ellipses; l'orbite de Mars présente un allongement perceptible. C'est pourquoi les oppositions de Mars ont lieu à des distances différentes entre les planètes. Quand l'opposition a lieu au point du rapprochement maximal entre les orbites, la distance jusqu'à Mars (55 millions de kilomètres) est deux fois plus courte que dans le cas d'une opposition la moins favorable; c'est l'instant où l'observation de Mars au télescope est la meilleure. Quelle est la fréquence de ces « grandes oppositions », particulièrement favorables, de Mars, si sa révolution autour du Soleil dure 1,88 an? *Indication*: Utiliser les propriétés des fractions continues. (Pérelman.)

406. Déterminer le jour de l'opposition la plus proche de Jupiter si l'on sait que, le 1er janvier, la longitude héliocentrique de Jupiter était 306°55′, et celle de la Terre, 99°55′.

407. Déterminer les jours de la conjonction de Jupiter et du Soleil de l'année donnée et de celle qui la suit, si l'on sait que, le 1er janvier, les longitudes héliocentriques sont 306°55′ pour Jupiter et 99°55′ pour la Terre. *Indication*: Pendant la conjonction supérieure la différence des longitudes héliocentriques de la planète et de la Terre est égale à $(2n + 1)\ 180°$ ($n = 0, 1, 2, \ldots$). Les mouvements diurnes moyens des planètes sont donnés dans l'introduction du présent chapitre. A partir de ces données il faut composer et résoudre une équation analogue à celle du problème 406.

408. Etablir le jour de la conjonction inférieure de Vénus et du Soleil, le plus proche après le 1er janvier si l'on sait que le 1er janvier la longitude héliocentrique de Vénus était 260°40′, et de la Terre, 90°55′. *Indication*: Composer et résoudre l'équation en sachant qu'à l'instant de la conjonction inférieure, la différence des longitudes héliocentriques de Vénus et de la Terre est soit 0°, soit 360°, soit en général, $2n \cdot 180°$.

409. Calculer le jour de l'élongation orientale (du soir) de Vénus le plus proche du 1er janvier et déterminer la position apparente de la planète dans le ciel à l'instant de cette élongation. Le 1er janvier les longitudes héliocentriques sont pour Vénus: 260°40′, et pour la Terre, 99°55′. *Indication*: Composer et résoudre l'équation en sachant que pour une élongation orientale, la différence des longitudes héliocentriques de Vénus et de la Terre est de $360° - 43° = 317°$, ou, en général, $(2n \cdot 180° - 43°)$. Les mouvements diurnes moyens des planètes sont donnés dans l'introduction au présent chapitre.

410. Déterminer le jour le plus proche de la meilleure visibilité à l'aube de Vénus en sachant que pour Vénus, la longitude héliocentrique est 260°40′, et pour la Terre, 99°55′.

411. Le 1er janvier la longitude héliocentrique de la Terre est 100° et de Mars, 172°49′. Déterminer la position apparente de Mars dans le ciel le 1er mai de cette même année et dans deux ans. *Indication*: Déterminer d'abord, en connaissant leur mouvement diurne moyen, la position qu'occupaient le 1er mai la Terre et Mars sur leurs orbites; puis faire un dessin et établir à l'aide d'un rapporteur la longitude héliocentrique de Mars; utiliser une carte stellaire ou un globe pour indiquer les constellations où se trouve Mars à l'instant donné.

412. Le 1er juillet la longitude héliocentrique de Jupiter était 291°, et celle de la Terre, 279°. Déterminer la position apparente de Jupiter dans le ciel le 1er septembre. Dire s'il était possible de l'observer le soir de cette date à Léningrad.

413. Admettons que les orbites de la Lune autour de la Terre et de la Terre autour du Soleil soient circulaires. La vitesse de la Lune par rapport au Soleil changerait-elle dans ces conditions? (VV)

414. Trouver les points où la vitesse de variation de la distance d'une planète à la Terre est la plus grande et la plus petite.

415. A quelle vitesse angulaire apparente se déplace Mars lorsqu'elle effectue le mouvement direct en conjonction et le mouvement rétrograde en opposition?

416. A quelle vitesse angulaire apparente change l'éloignement angulaire de Vénus par rapport au Soleil au voisinage de la conjonction supérieure? La révolution synodique de Vénus est de 548 jours et sa distance au Soleil est de 0,72 u.a.

417. A quelle vitesse angulaire apparente Vénus passe devant le disque du Soleil? Quelle est la durée de son passage devant le disque du Soleil si ce passage est central? La distance entre Vénus et le Soleil est de 0,723 unité astronomique; sa révolution synodique dure 584 jours; le diamètre du Soleil est de 32′ (1/675e de la circonférence).

---

418. Déterminer la distance R entre Vénus et le Soleil en unités astronomiques, si son élongation est de 47°. *Indication*: Admettre que les orbites des planètes sont circulaires. Pour résoudre le problème, faire un dessin représentant les orbites des planètes et Vénus en élongation.

419. En admettant que l'orbite de Mercure est circulaire, calculer sa distance moyenne au Soleil, si l'on sait qu'en élongation moyenne Mercure s'écarte du Soleil à 23°.

420. Déterminer la distance en unités astronomiques entre Jupiter et le Soleil à partir de données suivantes: l'opposition de la planète a eu lieu le 10 juillet. D'après les observations, 11 ans 315 jours plus tard (révolution sidérale de Jupiter), la différence géocentrique des longitudes du Soleil et de Jupiter était $\Delta l = 120°$. (VV)

421. Vérifier la troisième loi de Kepler pour la Terre et Neptune (a = 30,07 u.a. ; T = 164,8 ans).

422. Combien de temps mettrait une planète pour faire le tour du Soleil à la distance de 100 u.a. ?

423. L'astéroïde Pallas se trouve en moyenne 2,77 fois plus loin du Soleil que la Terre. Quelle est la durée de sa révolution complète autour du Soleil?

424. Quelle est la distance moyenne entre le Soleil et une petite planète qui fait le tour du Soleil en 8 ans?

425. L'astéroïde Vesta met 3,63 ans pour tourner autour du Soleil. De combien de fois sa distance moyenne du Soleil est plus grande que celle de la Terre?

426. Quelle serait la durée de la révolution synodique d'une planète dont la révolution sidérale autour du Soleil dure 370 jours? A quelle distance s'approcherait-elle de la Terre? *Indication* : Admettre que la révolution sidérale de la Terre est de 365 jours et que les orbites sont circulaires.

427. Un observateur a remarqué qu'une certaine planète revient en opposition tous les 665 $^1/_4$ jours. Quelle est sa distance au Soleil en unités astronomiques? (VV)

428. Quel serait le demi-grand axe de l'orbite d'une planète si sa révolution synodique durait une année? (VV)

429. Dans quelles limites de distance par rapport au Soleil doivent se trouver les planètes dont la révolution synodique est supérieure à deux ans?

430. La révolution de Mimas, satellite inférieur de Saturne, dure 23^h, et celle de Titan, son sixième satellite, 15^j23^h. Quel est le rapport entre leurs distances moyennes à Saturne?

431. Le troisième satellite tourne autour de Jupiter à la distance de 14,9 rayons de la planète en $7^j3^h,7$. Combien de temps met le cinquième satellite pour faire le tour de la planète s'il se trouve à 2,52 rayons d'elle? le huitième satellite dont la distance à la planète est de 328 rayons?

432. Quelle excentricité devrait avoir l'orbite d'une planète pour que le mouvement de cette dernière sur l'orbite soit strictement uniforme? (Nabokov et Vorontsov-Véliaminov.)

433. Le demi-grand axe de l'orbite d'une certaine planète est de 4 u.a., alors que son excentricité est nulle. Quelle est la grandeur du demi-petit axe de son orbite?

Deuxième cycle

434. Un objet de forme stellaire est apparu à 7 heures du soir du 1er avril exactement au point Est. Etait-ce une étoile ou une planète et comment vous justifierez votre conclusion?

435. La distance moyenne entre Vénus et le Soleil est de 0,72 u.a. Déterminer la hauteur maximale h à laquelle en un lieu de latitude φ on peut voir Vénus à l'instant du coucher du Soleil et indiquer

la saison quand ce phénomène se produit. *Indication*: Admettre que l'orbite de Vénus soit circulaire et que son inclinaison soit nulle.

436. Quelle est la limite à laquelle tend la révolution synodique d'une planète si la durée de la révolution sidérale tend vers l'infini? (VV)

437. En admettant que les orbites des planètes sont circulaires, calculer la distance entre la Terre et la planète (les rayons de leurs orbites sont respectivement 1 et a) en fonction de l'angle φ au Soleil, compris entre les rayons vecteurs de la Terre et de la planète (cet angle est la différence des longitudes héliocentriques de la Terre et de la planète). (VV)

438. En admettant que les orbites des planètes soient des cercles qui reposent dans le même plan et que le rayon de l'orbite d'une planète hypothétique est égal à 40 u.a., déterminer son déplacement diurne sur la sphère céleste en opposition. (VV)

439. Trouver le rapport entre les durées des mouvements direct et rétrograde d'une planète pendant une révolution synodique P. (Kazakov.)

440. Les distances entre les planètes et le Soleil étant connues, calculer en degrés la longueur de l'arc du mouvement rétrograde de Jupiter.

441. En admettant que les orbites sont circulaires, établir le rapport entre les distances a qui séparent le Soleil et les planètes et les vitesses angulaires moyennes ω de ces dernières.

442. En admettant que les orbites sont circulaires, trouver le rapport entre les vitesses linéaires moyennes v du mouvement des planètes et les distances moyennes a qui séparent ces dernières du Soleil.

443. Admettons que Phobos et Deimos, satellites de Mars, tournent sur des orbites circulaires en $7^h39^m13^s,85$ et $30^h17^m54^s,86$. Appliquer la troisième loi de Kepler pour calculer la distance angulaire maximale entre Phobos et Mars pendant une opposition, si à cet instant la distance maximale apparente de Deimos est de $1'23'',1$.

444. Dans son roman « Hector Servadac », Jules Verne décrit une comète imaginaire «Gaule » et dit qu'elle tourne autour du Soleil en deux ans, alors que sa distance au Soleil en aphélie est de 820 millions de kilomètres. Appliquer la troisième loi de Kepler pour vérifier si Jules Verne ne s'est pas trompé, c'est-à-dire si l'existence d'une telle comète est réelle. (Pérelman.)

445. Comment changera la durée de la révolution d'une planète si son demi-grand axe augmente d'une petite grandeur Δa?

446. L'excentricité de l'orbite d'une comète $e = 0,9$ et sa période $T = 1000$ ans. Quelles sont les distances entre cette comète et le Soleil en périhélie et en aphélie?

447. L'excentricité de l'orbite de Mercure est de 0,2, son demi-grand axe est égal à 0,4 u.a. Quelles sont la plus grande et la plus

petite distances entre la planète et la Terre en kilomètres? *Indication*: Admettre que l'orbite de la Terre est circulaire.

---

448. Faire à la même échelle, en conservant l'orientation correcte des orbites, le dessin de la projection sur le plan de l'écliptique de l'orbite de la Terre et de l'orbite d'un corps céleste aux éléments: $a = 2$ (en unités astronomiques); $e = 0{,}8$; $i = 7°$; $\Omega = 30°$; $\omega = 45°$. *Indication*: Lors de la projection de l'orbite sur le plan de l'écliptique négliger l'inclinaison de l'orbite. (VV)

449. Projeter sur le plan de l'écliptique l'orbite d'un corps céleste aux éléments: $a = 1{,}5$; $i = 90°$; $\Omega = 45°$; $e = 0$. A titre de comparaison représenter sur le même dessin et à la même échelle l'orbite de la Terre. (VV)

450. Représenter sur un dessin l'orbite de la Terre et la projection sur le plan de l'écliptique de l'orbite d'un corps céleste aux éléments: $i = 0°$; $\pi = 45°$; $e = 0{,}5$; $a = 1{,}5$. Dans notre cas, π est l'angle que fait la direction du Soleil vers le point vernal avec la direction du Soleil vers le périhélie. (VV)

451. Faire la projection sur le plan de l'écliptique de l'orbite de la comète périodique Encke dont les éléments sont: $i = 13°$; $q = 0{,}34$; $\Omega = 335°$; $\omega = 184°$; $e = 0{,}85$. Négliger l'inclinaison de l'orbite. A titre de comparaison, en conservant l'échelle, représenter sur le même dessin par des cercles les orbites des planètes les plus proches du Soleil. (VV)

452. Projeter sur le plan de l'écliptique l'orbite parabolique d'un corps céleste aux éléments: $i = 1°$; $q = 0{,}25$; $\Omega = 90°$; $\omega = 15°$. Négliger l'inclinaison de l'orbite à l'écliptique. A titre de comparaison représenter sur le même dessin en conservant l'échelle l'orbite de la Terre. Déterminer d'après le dessin la distance entre la Terre et ce corps, le 22 juin, si ce jour-là l'anomalie vraie du corps céleste était 30°; si elle était —120°. (VV)

453. Démontrer que

$$\cos v = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E} \quad \text{et} \quad \sin v = \frac{(1-e^2)^{1/2} \sin E}{1 - e \cos E},$$

où v est l'anomalie vraie; E, l'anomalie excentrique et e, l'excentricité.

454. Résoudre graphiquement l'équation de Kepler:

$$E + 0{,}7 \sin E = 214°0',0.$$

455. Calculer la valeur exacte de l'anomalie excentrique pour $M = 47°{,}3$ et $e = 0{,}96173$, si pour $e = 0{,}96$ sa valeur approchée est 101°,3.

456. Calculer l'anomalie excentrique E de Mars deux cents jours après son passage par le périhélie en utilisant les données suivantes: $e = 0{,}093$; la période de révolution $P = 687$ jours.

457. Calculer l'anomalie excentrique E d'une petite planète 22,5 jours après son passage par le périhélie. Les éléments de son orbite sont : $e = 0{,}02947$ et le mouvement diurne moyen $n = 14',678$. Résoudre le problème en appliquant directement la méthode des approximations successives.

458. Les éléments de l'orbite d'une comète sont : demi-grand axe $a = 4$ u.a. ; excentricité $e = 0{,}66144$. Déterminer l'anomalie vraie v et le rayon vecteur r de la comète un an après son passage par le périhélie.

459. Les éléments de l'orbite d'une comète sont : période de révolution $P = 2$ ans ; excentricité $e = 0{,}66144$. Déterminer le rayon vecteur r et l'anomalie vraie v de la comète un an après son passage par le périhélie.

460. Les éléments de l'orbite d'une comète sont : période de révolution $P = 3$ ans ; excentricité $e = 0{,}66144$. Déterminer l'anomalie vraie v et le rayon vecteur r de la comète un an après son passage par le périhélie.

461. Calculer le rayon vecteur r et l'anomalie vraie v d'une petite planète qui correspondent à l'anomalie excentrique $E = 60°34',5$, si pour son orbite $\log a = 0{,}4603$; $e = 0{,}04625$.

462. Calculer le rayon vecteur r et l'anomalie vraie v d'une comète dont l'orbite a les éléments suivants : $a = 2{,}645$ et $e = 0{,}2453$ pour l'instant où l'anomalie moyenne $M = 332°28',9$. *Indication* : Utiliser l'abaque de la figure 19 et préciser la valeur de l'anomalie excentrique par la méthode des approximations successives.

463. Calculer l'anomalie vraie v et le rayon vecteur r d'une comète 63,32 jours après son passage par le périhélie, si son orbite est parabolique et $\log q = 0{,}04411$. L'anomalie vraie est déterminée par interpolation sur la base des valeurs données ci-dessous du $\log M$ qui correspondent à des valeurs définies de v :

v	61°15′	61°16′	61°17′.
$\log M$	1 73523	1,73540	1,73558.

464. Calculer v et r d'une comète qui se déplace 36,55 jours avant son passage par le périhélie suivant une orbite parabolique à la distance périhélique $\log q = 9{,}5191$. Faire le calcul en se guidant par les valeurs de v et de $\log M$ données ci-dessous :

v	109°15′	109°16′	109°17′,
$\log M$	2,28410	2,28434	2,28458.

465. On donne les éléments de la petite planète Evdore (n° 217)

$T_0 = 1880$, sept. 1,50, $i = 11°19',8$,
$M_0 = 19°21',8$, $e = 0{,}3713$,
$\Omega = 164°9',3$, $\log a = 0{,}4955$,
$\omega = 136°46',4$, $n = 640'',89$.

Les coordonnées équatoriales géocentriques rectangulaires du Soleil sont

	X	Y	Z
Septembre 1,5	—0,9466	0 31 2	0,1385
5,5	—0,9670	0,2594	0,1126
9,5	—0,9829	0,1985	0,0 61

Calculer l'éphéméride de la planète (r, ρ, α et δ) pour 1880, septembre 1,5; 5,5 et 9,5.

466. Les éléments de l'orbite parabolique d'une comète sont:

$$T = 1881, \text{ juin } 16{,}489, \qquad i = 63°28',7,$$
$$\omega = 354°15',9, \qquad \log q = 9{,}8658,$$
$$\Omega = 270°58',0, \qquad \varepsilon = 23°27',3.$$

D'après l'annuaire astronomique, les coordonnées équatoriales géocentriques rectangulaires du Soleil sont:

	X	Y	Z
Juin 23,5	—0,0448	0,9317	0,4042
24,5	—0,0617	0,9309	0,4039
25,5	—0,0786	0,9299	0,4034

Calculer l'éphéméride de la comète (ρ, α et δ) pour 1881, juin 23,5; 24,5 et 25,5. Les tables donnent $\log M$ en fonction de v:

v	$\log M$	v	$\log M$	v	$\log M$
15°21′	1,047712	17°28′	1,10478	19°34′	1,15583
15°22′	1,047600	17°29′	1,10520	19°35′	1,15621

XIII. PARALLAXE ET ABERRATION

I

On appelle *parallaxe horizontale équatoriale* p_0 l'angle sous lequel on voit de l'astre le rayon équatorial de la Terre R perpendiculaire au rayon visuel. Si la distance jusqu'à l'astre est D, on a

$$D = \frac{R}{\sin p_0}.$$

Pour la Lune, en moyenne, $p_0 = 57'$; pour le Soleil, en moyenne, $p_0 = 8'',79$. Si la parallaxe est exprimée en secondes d'arc, sa petitesse permet d'admettre

$$D = \frac{R}{p_0 \sin 1''} = \frac{206\,265 \cdot R}{p_0},$$

et nous voyons que la parallaxe est inversement proportionnelle à la distance jusqu'à l'astre.

Si le rayon angulaire apparent d'un astre est ρ, son rayon linéaire est r et sa parallaxe, p_0, alors

$$r = D \sin \rho = \frac{\sin \rho}{\sin p_0} R,$$

où, avec une précision suffisante, $r = \frac{\rho}{p_0} R$.

On appelle *parallaxe annuelle* π l'angle sous lequel on verrait de l'astre, qui se trouve hors du Système solaire, le demi-grand axe de l'orbite terrestre perpendiculaire au rayon visuel. Pour l'étoile la plus proche de la Terre (α Centaure) la parallaxe annuelle est de 0",75. Si la distance jusqu'à l'astre est D et le demi-grand axe de l'orbite terrestre est a,

$$D = \frac{a}{\sin \pi},$$

ou pratiquement,

$$D = \frac{206\,265}{\pi''} a,$$

où π'' est π exprimé en secondes d'arc. La distance qui correspond à $\pi = 1''$ s'appelle *parsec*. En parsecs,

$$D = \frac{1}{\pi''}.$$

Pour les exercices relatifs à la parallaxe annuelle voir aussi chapitre XXIV.

II

On appelle *parallaxe diurne* p l'angle sous lequel on voit de l'astre le rayon de la Terre mené jusqu'au lieu d'observation. La parallaxe change pendant le jour en fonction de la distance zénithale de l'astre z:

$$p = p_0 \sin z.$$

La distance zénithale qui serait vue du centre de la Terre est dite géocentrique. Elle est toujours plus petite que la distance observée.

On préfère toujours chercher la parallaxe horizontale équatoriale p_0 par des méthodes indirectes. Par exemple, on mesure la parallaxe horizontale équatoriale d'une petite planète p_p en opposition, et alors,

$$p_0 = p_p \left(\frac{a'}{a} - 1 \right),$$

si l'opposition a eu lieu aux distances moyennes de la Terre (a) et de la petite planète (a') au Soleil. D'autres méthodes de définition de la parallaxe sont décrites dans le texte des problèmes.

L'*aberration annuelle* consiste en un déplacement apparent des étoiles par rapport à leurs positions moyennes sur la sphère céleste dans le sens du déplacement de la Terre. Au cours de l'an, l'aberra-

tion, qui est une combinaison du mouvement de la Terre sur l'orbite à la vitesse (v) et de la propagation de la lumière (c), fait que toutes les étoiles décrivent des ellipses de demi-grand axe de 20″,5 et de demi-petit axe, de 20″,5 · sin β, où β est la latitude de l'étoile. L'angle $\alpha = 20'',5$, déterminé par la relation $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{c}$, s'appelle *constante de l'aberration*.

Premier cycle

467. Quel temps met un rayon de lumière pour venir du Soleil à la Terre?

468. Le diamètre de la Lune est égal à 0,27 diamètre de la Terre. En négligeant la distance entre la Terre et la Lune, calculer la parallaxe horizontale du Soleil pour un observateur se trouvant sur la Lune. (Nabokov et Vorontsov-Véliaminov.)

469. Quelle est la parallaxe horizontale de Mars quand cette planète se trouve le plus près de la Terre (0,378 u.a.)? La parallaxe annuelle du Soleil est égale à 8″,79.

470. Quel est le diamètre angulaire maximal de la Terre vu de Mars à la distance de 0,378 u.a.?

471. Néptune se trouve à 30 u.a. de Soleil. Quelle est sa parallaxe horizontale à la distance moyenne de la Terre? Quelle est sa parallaxe annuelle?

472. Quelle est la parallaxe horizontale de Jupiter quand il se trouve à 6 u.a. de la Terre?

473. Au moment de l'opposition, Jupiter se trouve à 628 mln de km de la Terre; son diamètre angulaire est alors égal à 47″,2. Déterminer le rayon linéaire de Jupiter.

474. La distance minimale entre Vénus et la Terre est de 40 mln de km; vu à cette distance, le rayon angulaire de Vénus est de 32″,4. Calculer le rayon linéaire de cette planète.

475. La parallaxe horizontale diurne de la Lune étant 57′2″,7 et son rayon angulaire, 15′32″,6, calculer la distance à la Lune et son rayon linéaire exprimés en rayons terrestres, ainsi que la surface et le volume de la Lune par rapport aux quantités terrestres homologues.

476. La parallaxe horizontale équatoriale du Soleil est égale à 8″,79 à 0″,01 près. Indiquer en pour cent et en kilomètres la précision avec laquelle on obtient à partir de ces données la distance au Soleil.

477. La parallaxe du Soleil est de 8″,8, alors que son rayon apparent est égal à 16′1″. De combien de fois le rayon du Soleil est plus grand que celui de la Terre? Combien de kilomètres compte le diamètre du Soleil?

478. Quel est l'angle d'élongation entre la Terre et le Soleil, si on observe la Terre à partir de α Centaure, l'étoile la plus proche de nous, dont la parallaxe est égale à 0″,75? La verrait-on séparée du Soleil à partir de l'étoile, si on l'observe au télescope de 1 m

d'ouverture (en supposant que l'éclat apparent de la Terre vue de l'étoile ne joue aucun rôle)? *Indication*: Voir l'introduction du chapitre XVIII. (VV)

479. Comment changera, vue à l'œil nu, la disposition des étoiles et des constellations, si on les observe à partir de Pluton? (VV)

480. Quelle est la parallaxe annuelle du Soleil? Quelle est la distance en parsecs entre la Terre et le Soleil?

Deuxième cycle

481. Quelle est la parallaxe de la Lune lorsqu'elle se trouve à 35° au-dessus de l'horizon?

482. A l'instant de la culmination, la distance zénithale de la Lune était 50°0′,0. Corriger cette observation de la réfraction et de la parallaxe.

483. La distance zénithale z observée du bord supérieur du Soleil est de 64°55′33″, le rayon apparent du Soleil est de 15′51″. Après les avoir corrigés de la réfraction et de la parallaxe, trouver z' géocentrique du centre du Soleil.

484. La parallaxe horizontale polaire de la Lune de combien est-elle plus petite que la parallaxe horizontale équatoriale? Même question pour le Soleil (cf. chapitre XIV).

485. Le centre de la Terre, le centre de la Lune (rayon apparent: 16′) et une étoile très éloignée, vue à l'équateur céleste, sont alignés. Depuis quelle latitude, en comptant suivant le méridien de la culmination de la Lune, l'étoile sera visible pour un observateur terrestre? La parallaxe de la Lune est de 57′. (Polak.)

486. La parallaxe diurne de la Lune influe-t-elle sur son diamètre angulaire apparent? (VV)

487. On a trouvé que le rayon angulaire de la Lune $\rho = 16'20''$, et que la parallaxe de la Lune, $p = 59'51''$. Calculer quel est le rayon apparent de la Lune lorsque sa parallaxe $p = 34'22''$.

---

488. Démontrer que le maximum de la différence de position apparente du Soleil, due à la parallaxe, pour deux observateurs l'observant simultanément à partir de deux stations, est égal à $2\ p_0$.

489. La petite planète Adonis peut s'approcher de la Terre à la distance de 15 mln de km et sa parallaxe peut être mesurée à 0″,05 près. Quelle sera l'erreur éventuelle de calcul de la parallaxe du Soleil mesurée à cette distance? (VV)

490. Peut-on appliquer la mesure de la parallaxe de Jupiter ou d'autres planètes plus éloignées au calcul de la distance entre la Terre et le Soleil?

491. On a remarqué que les éclipses des satellites de Jupiter qui devraient revenir à des intervalles de temps égaux, sont ob-

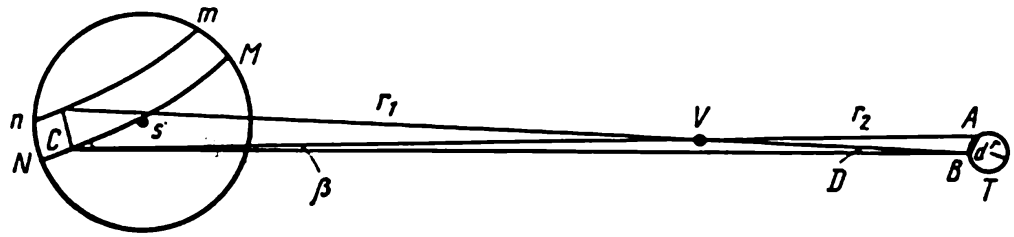


Fig. 20. Parallaxe du Soleil déterminée d'après les observations du passage de Vénus devant le disque du Soleil

servées réellement de plus en plus tard par rapport à la théorie, à mesure que Jupiter passe de l'opposition en conjonction avec le Soleil. Ensuite, le retard diminue. A la conjonction suivante, les instants observés coïncident de nouveau avec les données théoriques. Le retard maximal des éclipses est de 998 secondes, l'erreur possible est de 4 secondes. Le retard est conditionné par la variation de la distance entre la Terre et Jupiter. Utiliser ces données et la vitesse de la lumière fournies par les expériences de laboratoire pour calculer la distance entre la Terre et le Soleil. (VV)

492. Déterminer la distance entre la Terre et le Soleil et la parallaxe de ce dernier, si la constante de l'aberration est égale à 20″,47, la vitesse de la lumière est de $3 \cdot 10^5$ km/s et le rayon équatorial de la Terre, de 6378 km. (VV)

493. Comment à partir des observations des vitesses radiales des étoiles reposant dans le plan de l'écliptique établir la vitesse de la Terre sur son orbite? (VV)

494. Calculer la distance entre la Terre et le Soleil en sachant que les vitesses radiales observées de toutes les étoiles qui reposent sur l'écliptique varient au cours de l'année dans les limites ±30 km/s. (VV)

495. Pour déterminer la parallaxe du Soleil par la méthode de Halley on a observé le 3 juin 1769 le passage de Vénus devant le disque du Soleil.

A Varde le passage a duré $5^h53^m14^s$ et aux îles Tahiti, $5^h30^m4^s$. Sur la figure 20, s est le centre du Soleil, MN et mn, les cordes parcourues par Vénus V devant le disque solaire pour les observateurs se trouvant aux points A et B de la Terre. Admettons que les cordes soient rectilignes. Le diamètre du Soleil est de 32′. Le dessin montre clairement que $D : \beta = r_1 : r_2$, où r_1 est la distance entre le Soleil et Vénus, et r_2, la distance entre Vénus et la Terre. D'après la IIIe loi de Kepler, $r_1 : r_2 = 72 : 28$. Par conséquent, la parallaxe du Soleil $p = \beta \frac{r}{d} = D \cdot \frac{28}{72} \cdot \frac{r}{d}$, où r est le rayon de la Terre, et d, la longueur de la base. Dans notre cas, il faut déterminer la longueur de la base en trouvant les deux points d'observation considérés sur la carte. Pour calculer les cordes MN et mn nécessaires pour le calcul de D, la vitesse angulaire du mouvement de Vénus devant le disque du Soleil doit être égalée à 240″ à l'heure. D'après ces

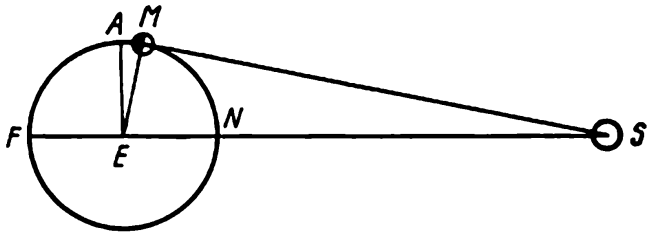


Fig. 21. Méthode d'Aristarque de détermination de la distance au Soleil

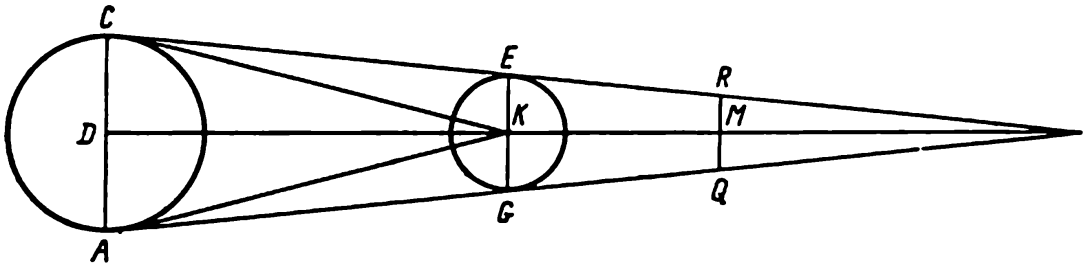


Fig. 22. Méthode d'Aristarque de détermination de la distance à la Lune

données déterminer la parallaxe du Soleil, en réalisant le calcul avec trois chiffres significatifs. (VV)

496. Pourquoi en déterminant la parallaxe du Soleil par la méthode de Halley on utilise seulement Vénus et non pas Mercure?

497. Quelle erreur sur la distance entre la Terre et le Soleil entraînera une erreur de 1% sur le rapport entre la masse de la Terre et la masse du Soleil dans la détermination de la parallaxe solaire par la méthode dynamique? La formule de cette méthode $D^3 = \left(\frac{M+1}{4\pi^2}\right) fT^2r$, où M est la masse du Soleil exprimée en masses de la Terre; f, la constante de la gravitation; T, le nombre de secondes dans un an et r, le rayon de la Terre.

498. Au moment où la Lune se trouve dans le Premier Quartier, l'angle SME (fig. 21) entre les directions de la Lune M au Soleil S et à la Terre E est égal à 90°. Les observations ont montré que la période entre la Nouvelle Lune et le Premier Quartier est environ de 0,6 heure plus courte que celle entre le Premier Quartier et la Pleine Lune; la période synodique de la révolution de la Lune étant connue, évaluer la distance entre la Terre et le Soleil en la comparant à la distance entre la Terre et la Lune (sur la fig. 21 AE est perpendiculaire à ES). Au IIIe siècle avant notre ère cette méthode a été appliquée par Aristarque pour comparer pour la première fois les distances à la Lune et au Soleil. Pourtant, Aristarque s'est trompé en admettant que la différence des temps indiquée valait 12 heures, et son résultat a été entaché d'une erreur grossière. Quel résultat a obtenu Aristarque? De combien de fois le Soleil se trouve-t-il plus loin que la Lune, si on adopte pour la différence susmentionnée sa valeur réelle? (VV)

499. La figure 22 empruntée à l'ouvrage de Copernic est un dessin qui explique la méthode employée par Aristarque pour déterminer la distance à la Lune (M) exprimée en rayons terrestres (KE); on sait que les rayons angulaires de la Lune et du Soleil sont égaux à 15′, que l'angle angulaire de l'ombre terrestre à la distance de la Lune (déterminé pendant une éclipse lunaire) est $MR = 40'$ et que $\frac{DK}{KM} = 390$. (Aristarque s'est trompé en trouvant que ce rapport est égal à 19). Reconstituer la méthode d'Aristarque et déterminer la distance de la Terre à la Lune KM. Sur le dessin, CA est le diamètre du Soleil, EG, le diamètre de la Terre et M est la Lune. (VV)

500. Quelles méthodes de détermination de la distance entre la Terre et le Soleil n'imposent pas la connaissance des dimensions de la Terre?

Deuxième cycle (aberration)

501. La latitude astronomique d'une étoile est $\beta = 0$. Dire quels sont les points de l'orbite terrestre où, vu de la Terre, le déplacement de cette étoile produit par l'aberration est nul. (Chtcherbakov.)

502. Soient P et Q les positions apparentes d'une étoile sur son ellipse d'aberration, lorsque la Terre se trouve au périhélie et à l'aphélie. Appliquer la loi des aires de Kepler pour démontrer que la position vraie en R d'une étoile sur la droite PQ est telle que $PR : RQ = (1 + e) : (1 - e)$, où e est l'excentricité de l'orbite terrestre. *Indication*: Utiliser l'énoncé des problèmes 712 et 713.

503. Imaginez que la Terre se déplace autour du Soleil suivant une circonférence, mais que ce mouvement ne soit pas uniforme. L'orbite d'aberration d'une étoile se trouvant au pôle de l'écliptique aura-t-elle alors la forme d'une circonférence? (VV)

504. La rotation diurne de la Terre donne elle aussi lieu à une aberration dite diurne. Calculer sa valeur pour l'équateur dont la vitesse linéaire de rotation est, comme on le sait, de 0,464 km/s. Quelle est la valeur de l'aberration diurne à l'un des pôles de la Terre?

505. Démontrer que pour un observateur à la latitude φ, sous l'action de l'aberration diurne, toute étoile décrit une ellipse de demi-grand axe $\frac{2\pi R}{c} \cos \varphi$, où R est le rayon de la Terre en kilomètres et c, la vitesse de la lumière en kilomètres par jour. (VV)

506. Déduire la grandeur numérique de la valeur maximale de l'aberration diurne sous la latitude φ pour l'étoile donnée. Dire sur laquelle des coordonnées équatoriales α ou δ et en quelle position de l'étoile l'aberration diurne exerce-t-elle le plus d'influence. (VV)

II

La Terre se déplace autour du Soleil suivant une ellipse. Aux environs de 2 janvier elle se trouve au périhélie et près de 4 juillet, à l'aphélie. L'échauffement négligeable dû à cette variation résulte de la petitesse de l'excentricité de l'orbite terrestre. L'action décisive dans la succession des saisons est exercée par l'angle d'incidence des rayons solaires à la surface terrestre. Pourtant, le mouvement de la Terre régi par les lois de Kepler (plus rapide au périhélie et plus lent à l'aphélie) rend irrégulière la durée des saisons. Le demi-grand axe de l'orbite terrestre tourne lentement dans l'espace, et c'est pourquoi, avec le temps, la même saison survient lorsque la Terre se trouve en un point toujours nouveau de son orbite.

Le mouvement de translation de la Terre autour du Soleil est démontré par les phénomènes de la parallaxe annuelle et de l'aberration annuelle. Parmi les démonstrations de la rotation de la Terre autour de son axe il y a l'écart des corps en chute vers l'Est et le pivotement du plan des oscillations d'un pendule vers l'Ouest (expérience de Foucault). La grandeur de l'écart des corps en chute vers l'Est en millimètres est de 0,022 h $\sqrt{h}\cos\varphi$, où φ est la latitude du lieu d'observation ; h, la hauteur de la chute en mètres. Le plan des oscillations du pendule de Foucault tourne d'un angle de 15° sin φ par heure.

Le témoignage de la sphéricité de la Terre est fourni par la distance (D) à la ligne d'horizon qui augmente à mesure que l'observateur monte au-dessus de la surface terrestre (à h m) suivant la formule

$$D = 3{,}57\sqrt{h},$$

ou, compte tenu de la réfraction dans l'atmosphère terrestre,

$$D = 3{,}80\sqrt{h},$$

où D est exprimé en km. En même temps, l'horizon apparent s'abaisse en descendant au-dessous de l'horizon astronomique à la grandeur x appelée dépression de l'horizon :

$$x = 1',93\sqrt{h},$$

ou, compte tenu de la réfraction,

$$x = 1',80\sqrt{h}.$$

Ces grandeurs sont liées au rayon de la Terre R par la proportion

$$\frac{x}{360°} = \frac{D}{2\pi R}.$$

Pour établir le rayon de la Terre R on mesure la longueur d'un arc de méridien S entre deux points dont les latitudes φ_1 et φ_2 sont

déterminées par observation astronomique. Il est clair que

$$\frac{S}{2\pi R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{360^\circ},$$

d'où l'on trouve R. L'arc S est mesuré par un procédé spécial appelé triangulation. Il consiste à mesurer directement une ligne courte, la base, pour prendre ensuite seulement la mesure des angles des triangles dont le réseau couvre toute la longueur de l'arc S. Les côtés des triangles et la longueur de l'arc S s'obtiennent ensuite par calcul. Les mesures de cette sorte ont rendu évidente la compression de la Terre près des pôles. Elle est caractérisée par la grandeur de l'« aplatissement » égale à $\frac{a-b}{a}$, où a et b sont les rayons équatorial et polaire du corps céleste. L'aplatissement de la Terre est égal à 1/298. Cet aplatissement résulte de la rotation de la Terre et de la force centrifuge que cette rotation produit, exprimée par la formule

$$J = m\omega^2 r,$$

où ω est la vitesse angulaire; r, la distance entre le point et l'axe de rotation et m, la masse du point. La force centrifuge diminue le poids des corps dû à leur attraction au centre de la Terre. L'accélération de la pesanteur g se déduit en déterminant la période d'oscillation d'un pendule (T).

Pour un pendule mathématique

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

où l est la longueur du pendule. Compte tenu de l'accélération centrifuge sous la latitude φ,

$$g = g_{90} - \omega^2 R \cos^2 \varphi,$$

où g_{90} est l'accélération de la pesanteur au pôle. A 45° de latitude, au niveau de la mer, $g = 980{,}6$ cm/s². Les valeurs observées de g ne correspondent pas à la formule susindiquée et changent encore plus avec la latitude. Ceci est dû au fait que la distance de la surface ellipsoïdale de la Terre au centre est différente d'un point à l'autre (la force d'attraction étant inversement proportionnelle au carré de la distance) et confirme l'existence de l'aplatissement de la Terre, pour lequel Clérault a déduit la formule:

$$\text{aplatissement} = \frac{5}{2}\frac{j_0}{g_0} - \frac{g_{90} - g_0}{g_0},$$

où g_{90} et g_0 se rapportent respectivement au pôle et à l'équateur, alors que j_0 est l'accélération centrifuge à l'équateur. Toutefois, entre les valeurs mesurée et calculée de g il existe de faibles écarts conditionnés par la distribution irrégulière des masses au-dessous

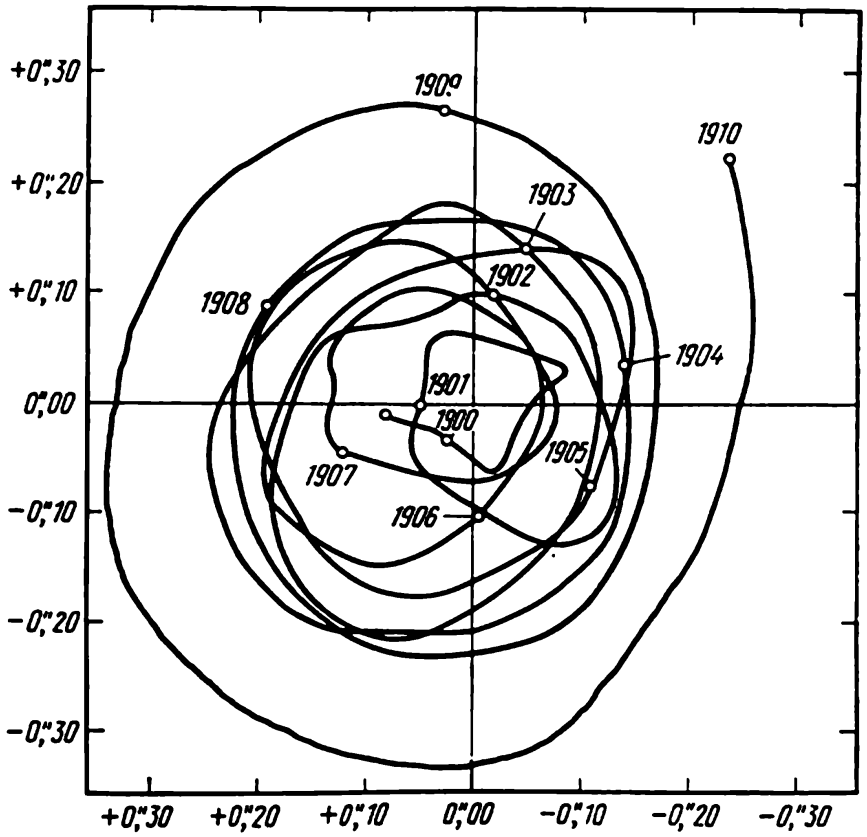


Fig. 23. Mouvements du pôle à la surface terrestre

de la surface terrestre (« anomalies de la pesanteur ») et par les écarts de la forme de la Terre elle-même d'un ellipsoïde biaxial.

Un fil à plomb n'est pas dirigé exactement vers le centre de la Terre du fait que la Terre n'est pas une sphère et une ligne perpendiculaire à sa surface ne passe pas en général par son centre. L'angle entre le rayon de la Terre et le plan de son équateur s'appelle *latitude géocentrique*.

L'angle entre le plan de l'équateur et la normale (perpendiculaire) à la surface de l'ellipsoïde terrestre s'appelle *latitude géodésique* ou *géographique*. La hauteur du pôle au-dessus de l'horizon fournie par les observations s'appelle *latitude astronomique*; elle correspond à l'angle entre le plan de l'équateur et la direction du fil à plomb.

La forme de la Terre se distingue légèrement d'un ellipsoïde de révolution; sa forme réelle s'appelle *géoïde*. L'axe de la Terre se déplace quelque peu dans le corps même de la Terre, ce qui a été révélé par des observations systématiques des latitudes des observatoires; il s'est avéré qu'elles changent, bien que dans de faibles limites. Les pôles décrivent à la surface terrestre la ligne visualisée sur la figure 23.

Les conditions physiques à la surface terrestre dépendent fortement des propriétés de l'atmosphère ambiante.

Deuxième cycle

507. Quelle est la vitesse du mouvement de translation de la Terre autour du Soleil dans l'hypothèse qu'elle se déplace suivant une circonférence de 149 600 000 km de rayon, la période de révolution étant de 365 1/4 jours?

508. Comment changera la durée de l'année si la distance de la Terre au Soleil change d'un mètre? Admettre que la vitesse orbitale de la Terre est constante. (Pérelman.)

509. Calculer combien de jours durent dans l'hémisphère Nord le printemps, l'été, l'automne, l'hiver. Expliquer la différence dans la durée des saisons. Pourquoi dans l'hémisphère Nord l'été est plus long que l'hiver?

510. Si l'excentricité de l'orbite terrestre était nulle, quel serait le rapport des saisons comparées à celles qui existent réellement?

511. Comment changeraient les saisons si l'excentricité de l'orbite terrestre augmentait jusqu'à 0,5?

512. Si l'axe de rotation de la Terre était perpendiculaire au plan de l'écliptique, quelle en serait l'influence sur la durée du jour dans de différents lieux de la Terre aux saisons différentes? Quelle en serait l'influence sur les saisons et le climat terrestres?

513. Quelle devrait être l'inclinaison de l'axe terrestre au plan de l'orbite de la Terre pour que le cercle polaire Sud coïncide avec le tropique du Capricorne? (Chtcherbakov.)

514. Dans combien de temps la Terre passera par le périhélie le 1er juillet au lieu de 2 janvier comme c'est le fait actuellement, si l'année tropique est égale à $365^{j}5^{h}48^{m}46^{s}$, alors que l'année anomalistique (intervalle entre deux passages consécutifs de la Terre par le périhélie) est égale à $365^{j}6^{h}13^{m}48^{s}$?

515. A quelle vitesse en mètres par seconde se déplace Léningrad ($\varphi = 59°57'$) sous l'effet de la rotation diurne de la Terre? Le rayon moyen de la Terre $R = 6371$ km.

516. Quelles sont les vitesses avec lesquelles se déplacent les points de la surface terrestre sous l'effet du mouvement diurne de la Terre: a) à l'équateur; b) sous la latitude $\varphi = 48°24'$, si le rayon du globe terrestre $R = 6371$ km?

517. Sous quelle latitude se trouve le lieu qui sous l'effet du mouvement diurne de la Terre se déplace deux fois plus lentement que Moscou ($\varphi = 56°$)? Deux fois plus vite que Mourmansk ($\varphi = 69°$)? (Kamenchtchikov.)

518. Si, comme on l'a établi récemment, le mouvement diurne de la Terre ralentit au cours des siècles, le déroulement des phénomènes astronomiques observés sur une horloge sera-t-il plus rapide ou plus lent qu'auparavant?

519. Si c'était le ciel qui tournait et non la Terre, quelle vitesse devrait avoir dans son mouvement diurne autour de la Terre l'étoile

α Centaure dont la lumière met 4 ans pour parvenir jusqu'à nous, et dont la déclinaison est égale à —60°?

---

520. Sous quelle latitude l'écart vers l'Est d'un corps en chute libre qui tombe d'une hauteur donnée sera le plus grand?

521. Calculer l'écart vers l'Est d'un corps qui à l'équateur tombe d'une tour haute de 100 m.

522. Calculer l'écart horaire du pendule de Foucault à 30°, 60°, 45°, 75°, 89°, 90°, 0° de latitude et dans votre ville.

523. Deux navires, x et y, se déplacent: le premier le long du parallèle 48° de latitude Nord, le deuxième, le long du parallèle 15° de latitude Sud, les deux à chaque instant passent par le même méridien. Quelle est la vitesse du navire x si la vitesse du navire y est de 15 nœuds (c'est-à-dire, de 15 milles marins par heure; un mille marin est la longueur de l'arc d'une minute de l'équateur).

524. Peut-on par temps clair voir à partir d'Elbrouz (altitude 5630 m) les rives de Crimée distantes de 600 km?

525. A quelle distance s'éloigne l'horizon à partir du sommet de l'Everest, la plus haute montagne du monde, qui s'élève à 8840 m?

526. A quelle distance un navigateur verrait le feu d'un phare s'élevant à 100 m au-dessus du niveau de la mer?

527. A quelle distance se trouvait l'horizon pour l'équipage du stratostat soviétique lorsqu'il a monté à 22 km d'altitude? Quelle est cette distance pour un homme qui se tient debout dans la steppe (taille 1,7 m)? (VV)

528. Quelle est la dépression de l'horizon pour un observateur qui regarde la mer à partir de la crête de Yaïla (Crimée) qui s'élève à 1000 m?

529. Deux observateurs contemplent en septembre le coucher du Soleil à l'équateur. L'un d'eux se trouve dans un canot, l'autre est à bord d'un avion volant à une altitude de 10 km. Quel sera le retard du coucher du Soleil pour le pilote de l'avion?

530. Calculer le rayon de la Terre, si d'une montagne haute de 1000 m la dépression (l'abaissement) de l'horizon est de 1°,01. *Indication*: Négliger la réfraction de l'atmosphère terrestre.

531. Calculer la longueur d'un mille marin égal à la longueur de l'arc d'une minute de l'équateur, si la longueur de l'équateur est de 40 076 594 m.

532. L'exécution de la mesure célèbre de l'arc de méridien, réalisée par les astronomes de Poulkovo dirigés par V. Strouve, a permis d'établir que la distance entre Fugleness ($\varphi = 70°50'$) et Staro-Nékrassovka ($\varphi = 45°20'$) est de 2822 km. Calculer d'après ces données le rayon terrestre, en admettant que la Terre est une sphère. (Blajko.)

533. Les expéditions en Laponie et au Pérou réalisées en 1736 pour mesurer le degré, et les mesures de Picart en France réalisées

en 1677, ont permis d'établir la longueur d'un degré:

à Pérou	($\varphi = -2°$)	110 578 m;
en France	($\varphi = +49°$)	111 213 m;
en Laponie	($\varphi = +66°$)	111 950 m.

Calculer le rayon de la courbure de la Terre pour la latitude de Pérou, de France et de Laponie.

534. La triangulation accumule-t-elle les erreurs avec la longueur de la distance mesurée? Les erreurs absolues de la détermination astronomique de la mesure angulaire d'un arc augmentent-elles avec l'augmentation de sa longueur?

535. Quelle doit être la précision de la mesure d'une base longue de 10 km pour que l'inexactitude de sa mesure ne puisse apporter dans la détermination de la circonférence de la Terre une erreur supérieure à 100 m?

536. Si la Terre est matérialisée par un globe de 3 m de diamètre, quelle sera alors la valeur de son aplatissement?

537. La démonstration newtonienne de l'aplatissement de la Terre suppose à l'avance que la Terre tourne. Quelles démonstrations ne dépendent pas de cette hypothèse?

538. Deux trains identiques se déplacent à la même vitesse dans des directions opposées, l'un de l'Est à l'Ouest, et l'autre de l'Ouest à l'Est. Lequel des trains est plus lourd? (Pérelman.)

539. Quelle est l'accélération centrifuge d'un corps placé à l'équateur terrestre au niveau de la mer? Le rayon de la Terre $R = 6378$ km; la période de sa rotation $T = 86\,164$ secondes solaires moyennes.

540. Quelle est l'accélération centrifuge d'un corps placé à l'équateur terrestre si dans cette région la longueur du pendule à secondes $l = 991{,}03$ mm?

541. L'accélération de la pesanteur terrestre est de $9{,}781\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (g_0) à l'équateur et $9{,}781\ (1 + 0{,}00512 \sin^2 \varphi)$ à la latitude φ. Calculer la longueur du pendule à secondes à Dnépropétrovsk ($\varphi = 48°20'$).

542. En adoptant que la longueur d'un degré du méridien est égale à 111,7 km, déterminer approximativement l'amplitude linéaire des oscillations du pôle à la surface terrestre d'après la figure 23 (p. 94), où, suivant les axes des coordonnées, sont portés en unités angulaires les écarts du pôle de sa position moyenne.

---

543. Si la surface terrestre était privée d'eau, quelle en serait l'influence sur la température moyenne, l'allure diurne de la température d'un lieu et sa variation sur toute la surface de la Terre?

544. Si l'on suppose que la masse de l'atmosphère terrestre diminue, quelles en seraient les conséquences pour la température moyenne, la variation diurne de la température d'un lieu et sa variation sur toute la surface de la Terre?

545. Comparer les éclairements des aires isométriques à l'équateur, au tropique du Cancer et au cercle polaire Nord pendant les équinoxes à midi, lorsque le Soleil atteint sa hauteur maximale au-dessus de l'horizon.

546. Quel doit être le rapport théorique entre les échauffements du sol horizontal à midi à Saratov ($\varphi = 51°32'$) le 22 juin et le 23 septembre? (VV)

547. Calculer la quantité de chaleur reçue par le sol pendant les jours du solstice d'été et du solstice d'hiver à 65°, 45°, 23 1/2° et 0° de latitude. Les rapports obtenus comparer entre eux et avec les données connues de la géographie. (VV)

548. Comparer les rapports entre les quantités de chaleur reçues par une unité de surface à Moscou ($\varphi = 55°45'$) pendant les jours des solstices d'été et d'hiver et les jours de passage de la Terre par le périhélie (en hiver) et l'aphélie (en été). L'excentricité de l'orbite terrestre $e = 0{,}017$. Combien de fois l'influence exercée par l'angle d'incidence des rayons solaires est plus forte que celle de la variation de la distance au Soleil (à Moscou)? (VV)

549. Quelle est l'ascension droite du point de la sphère céleste vers lequel la Terre se déplace dans son mouvement sur l'orbite le 21 juin?

550. Laquelle des démonstrations de la révolution de la Terre autour du Soleil fournit également les dimensions de son orbite?

551. Déterminer l'excentricité e de l'orbite terrestre si les observations nous ont appris que le diamètre apparent maximal du Soleil $p = 32'36'',4$, et minimal, $q = 31'31'',8$. (VV)

552. Comment peut-on expliquer le phénomène suivant: de janvier à juillet, nous sommes plus près du Soleil à midi que le soir, et de juillet à janvier, nous sommes plus près de lui le soir? (Pérelman.)

553. Quelle est la relation entre les surfaces des zones tropique, tempérée et polaire, trois zones climatiques principales de la Terre?

554. Le mouvement séculaire du périhélie de l'orbite terrestre dû aux perturbations par les planètes influe-t-il sur la durée des saisons? (VV)

555. La durée de l'année sidérale, pendant laquelle la Terre effectue une révolution complète (360°) autour du Soleil par rapport aux étoiles, étant égale à 365,25636 jours moyens et la translation du périhélie de l'orbite terrestre également par rapport aux étoiles étant chaque année de 0°,0033, calculer la durée de l'année anomalistique (c'est-à-dire l'intervalle de temps entre deux passages consécutifs de la Terre par le périhélie). Déterminer l'intervalle de temps dans lequel la ligne des apsides de l'orbite terrestre reprendra sa position précédente, c'est-à-dire effectuera un tour de 360°.

556. Pour reproduire l'expérience de Foucault on emploie un pendule physique composé de fil métallique fin et de sphère de laiton. Le poids du fil comparé à celui de la sphère $m = 28$ kg placée à $K = 53$ m du point de suspension peut être négligé; le poids spé-

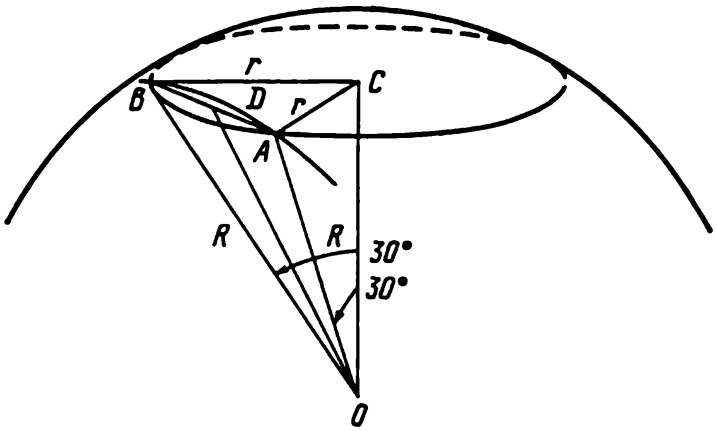


Fig. 24. Un arc de parallèle est plus grand qu'un arc de grand cercle reliant les mêmes extrémités

cifique du laiton $\delta = 8{,}4$. A quelle distance se trouve le centre des oscillations du pendule par rapport au centre de la sphère?

557. Démontrer que la distance entre deux ports maritimes A et B reposant à 60° de latitude et dont les longitudes diffèrent de 60° est plus courte suivant l'arc du grand cercle que suivant l'arc du parallèle 60°. *Indication*: Pour la démonstration utiliser la figure 24. Le rayon moyen de la Terre $R = 6371$ km.

558. Un pilote doit connaître la distance entre les villes A et B pour prévoir la réserve de combustible nécessaire. Les coordonnées géographiques de ces villes sont: $\varphi_1 = 24°18'$; $\lambda_1 = 133°30'$ E; $\varphi_2 = 36°47'$; $\lambda_2 = 125°24'$ W. *Indication*: Admettre que la Terre est une sphère de rayon $R = 6371$ km. Le calcul se fait avec les tables des logarithmes de 5 chiffres.

559. Parti d'un port de coordonnées $\varphi = 38°42',5$; $\lambda = 9°11',5$ E, un navire se déplace suivant l'arc du grand cercle vers l'équateur en tenant le cap S 22°47′ W. Où et par quel cap il coupera l'équateur? Combien de kilomètres il lui reste encore à faire jusqu'à l'équateur? Quand y arrivera-t-il s'il fait 22,2 km à l'heure?

560. Un navire se déplace du point de coordonnées $\varphi_1 = -39°20'$; $\lambda_1 = 110°10'$ E vers le point de coordonnées $\varphi_2 = -44°30'$; $\lambda_2 = 46°20'$ W. Démontrer que s'il avance par la plus courte des trajectoires possibles qui ne coupent pas le parallèle —62°, alors la longueur de sa trajectoire sera de 5847,6 milles marins.

---

561. On dit parfois que la démonstration de la sphéricité de la Terre d'après les éclipses lunaires est incorrecte, puisque l'ombre de la Terre tombe non pas sur un plan, mais sur la surface sphérique de la Lune, et c'est pourquoi les limites de l'ombre ne forment pas un arc de circonférence. Réfuter cette objection. (Polak.)

562. Si l'on sait que l'accélération de la force centrifuge à l'équateur est égale à 33,9 mm/s² et si les observations ont appris que l'accélération de la pesanteur à l'équateur est de 9780,5 mm/s², et au

pôle, de 9832,2 mm/s², calculer d'après la formule de Clairaut l'aplatissement de la Terre. *Note* : L'accélération de la pesanteur au pôle Nord a été mesurée pour la première fois en 1937 par E. Fédorov à la station en dérive « Pôle Nord ».

563. La formule de l'accélération centrifuge étant $\left(a = \frac{v^2}{r}\right)$, établir comment change la force centrifuge avec la latitude.

564. Pourquoi en calculant l'influence exercée par la rotation de la Terre sur la pesanteur il faut multiplier deux fois l'accélération centrifuge équatoriale a_0 par cos φ? (Polak.)

565. L'accélération de la pesanteur terrestre à l'équateur est égale à 9,7805 m/s². De combien de fois la Terre devrait tourner plus vite pour que les corps à l'équateur n'aient pas de poids?

566. Soit g, l'accélération de la pesanteur au niveau de la mer. Quelle est sa valeur à la hauteur h au-dessus de la mer, si l'on admet que le rayon de la Terre est R?

567. Supposons que le temps puisse être mesuré avec une erreur ne dépassant pas une dixième de seconde. Quelle est la précision avec laquelle peut être déterminée g en observant pendant 10 jours les oscillations d'un pendule à secondes?

568. Analyser les avantages relatifs du procédé de la balance de torsion et du procédé fondé sur l'attraction des montagnes pour la détermination de la masse de la Terre. Lequel de ces deux modes présente le plus d'avantages?

569. La latitude astronomique est-elle plus grande que la latitude géocentrique ou y est-elle égale pour tous les points de la surface terrestre?

570. La longueur d'un degré de latitude géocentrique et celle d'un degré de latitude astronomique change-t-elle de la même façon?

571. Démontrer que la déviation de la direction du fil à plomb par rapport au rayon du globe terrestre, produite par la rotation de la Terre, est la plus grande à 45° de latitude (approximativement) et trouver sa valeur (Batchinski.)

572. Quelles couches de l'atmosphère (à quelle hauteur) sont encore capables de diffuser perceptiblement la lumière solaire, si le phénomène du crépuscule astronomique qu'elles produisent se termine lorsque la hauteur du Soleil au-dessous de l'horizon atteint —18°?

Déduire à cet effet la formule en utilisant la figure 25, où AOB est la surface terrestre de centre en C, O est l'observateur, HK, son horizon et h, la hauteur de la couche cherchée de l'atmosphère MLN. L'angle α est la hauteur négative du Soleil à la fin du crépuscule. (VV)

573. A quelle hauteur se trouvent les couches de l'air qui par diffusion de la lumière solaire produisent le crépuscule civil, si ce dernier se termine lorsque le Soleil descend sous l'horizon à 6°,5? (VV)

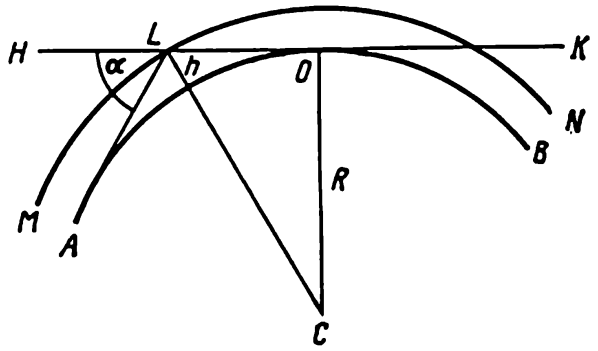


Fig. 25. Détermination de la limite de l'atmosphère qui diffuse la lumière solaire

574. A la distance moyenne de la Terre au Soleil, un centimètre carré de surface perpendiculaire aux rayons solaires est frappé par 2 calories par minute (*constante solaire*). La Terre reflète 37 % de l'énergie qui tombe sur elle en la renvoyant dans l'espace (surtout par les nuages). Si l'on connaît le rayon de la Terre R et admettant qu'elle constitue un corps noir, calculer la température moyenne de la Terre T en appliquant la loi de Stefan-Boltzmann ($E = 5{,}72 \cdot 10^{-5}\, T^4$, où E est l'énergie en ergs émise par 1 cm^2 de corps noir en 1 seconde). L'équivalent mécanique de chaleur $q = 4{,}19 \cdot 10^7$ erg/cal. Comparer la grandeur obtenue avec la température moyenne réelle de la Terre (+14 °C). (VV)

XV. MOUVEMENT ET PHASES DE LA LUNE

Le changement des phases lunaires a lieu du fait que la Lune tournant autour de la Terre, nous montre de différents côtés sa moitié éclairée par le Soleil. La période de révolution de la Lune autour de la Terre est son *mois sidéral*; il est égal en moyenne à 27,32 jours solaires moyens. Le temps entre les phases successives homologues de la Lune est le *mois synodique*, appelé également *lunaison* ou *mois lunaire*; il est égal environ à 29,53 jours solaires moyens. Le mouvement de la Terre autour du Soleil fait que la durée d'un mois synodique est plus grande que celle d'un mois sidéral. Le plan de l'orbite lunaire coupe l'écliptique sous un angle d'environ 5°8′. La Lune se déplace sur un fond d'étoiles suivant une ligne qui est la projection de son orbite sur la sphère céleste. La vitesse de ce mouvement est de 13°10′35″ par jour solaire moyen. En une heure la Lune se déplace environ à 1/2° ou à la grandeur de son diamètre angulaire. En évoluant dans le ciel elle peut nous cacher les étoiles (*occultation* des étoiles par la Lune). Le jour lunaire ou l'intervalle de temps entre deux de ses culminations est égal à 24^h51^m (en moyenne). La période de rotation de la Lune autour de son axe est égale à celle de sa rotation autour de la Terre.

Le déplacement de la Lune autour de la Terre suivant une ellipse est régi par les lois de Kepler. Le *périgée* est le point de son orbite le plus proche de la Terre, l'*apogée*, le point qui en est le plus éloigné. La ligne qui relie ces deux points (*ligne des apsides*) tourne dans l'espace dans le plan de l'orbite lunaire vers l'Est en bouclant le tour en 9 ans environ.

La *ligne des nœuds* (ligne d'intersection du plan de l'orbite lunaire avec le plan de l'écliptique) tourne dans le sens de l'Ouest (dans le plan de l'écliptique) avec une période de $18\frac{2}{3}$ ans. C'est pourquoi les *nœuds* de l'orbite lunaire, c'est-à-dire les points de l'orbite céleste où la Lune coupe l'écliptique, se déplacent vers l'Ouest. L'intervalle de temps qui sépare deux passages consécutifs de la Lune au même nœud s'appelle *mois draconitique*. Il conditionne la succession des éclipses.

L'irrégularité du mouvement de la Lune sur l'orbite lors de sa rotation régulière autour de son axe, l'inclinaison de l'axe à l'orbite, l'inclinaison de l'orbite à l'écliptique, la parallaxe et d'autres causes autant des facteurs qui nous laissent parfois jeter un coup d'œil sur l'autre face de la Lune, en général toujours cachée à la Terre. Ces phénomènes s'appellent *librations*.

Premier cycle

575. Combien de temps faut-il à un obus de canon pour couvrir l'espace entre la Terre et la Lune (384 400 km), si sa vitesse initiale (800 m/s) ne change pas?

576. Quelle est l'origine de l'expression « Premier Quartier » de la Lune?

577. La Lune croît-elle ou décroît lorsque la partie convexe du croissant se trouve à droite du diamètre reliant les cornes? Quand elle se trouve à gauche de ce diamètre? (L'observateur se trouve sous des latitudes Nord.)

578. Une étoile est-elle observable entre les cornes du croissant lunaire?

579. La direction des cornes du croissant lunaire par quoi est-elle déterminée?

580. Pourquoi la perpendiculaire à la ligne qui relie les cornes du croissant lunaire ne passe pas, comme il semble souvent, par le Soleil? (Pérelman.)

581. Peut-on quelque part sur la Terre voir le croissant de la Lune se coucher dans la mer sous la forme d'un canot, les cornes en haut? (VV)

582. Quelle phase de la Terre verrait un habitant imaginaire de la Lune pendant la Nouvelle Lune? pendant la Pleine Lune? Quelle est en général la relation entre les phases de la Lune et celles de la Terre?

583. Le Premier Quartier de la Lune était observé le 25 décembre. Quel était l'âge de la Lune le 25 décembre de l'année suivante?

584. En tenant compte de l'inclinaison de l'orbite lunaire à l'écliptique indiquer les limites de la variation de la déclinaison de la Lune.

585. En tenant compte de l'inclinaison de l'orbite lunaire (5°8′) calculer la hauteur maximale de la Lune au-dessus de l'horizon à Mourmansk ($\varphi = 68°58'$), à Moscou $\varphi = 55°45'$) et à Tachkent ($\varphi = 41°20'$).

586. La Lune peut-elle être au zénith au-dessus de l'U.R.S.S.? Sous quelles latitudes cela est-il possible?

587. Dans quelles limites change l'azimut du point du lever de la Lune pour un observateur à l'équateur de la Terre? (VV)

588. Pourquoi le croissant d'une Lune « jeune » se trouve au printemps particulièrement haut dans le ciel?

589. Pourquoi au printemps on voit mal la Lune « décroissante » (après la Pleine Lune), tandis qu'en automne, au contraire, elle est bien visible, c'est-à-dire elle se lève tôt et monte haut?

590. La Lune à son Premier Quartier a atteint le méridien. Quelle heure est-il à peu près?

591. Au mois de mars le lever lunaire a lieu à l'époque de la Pleine Lune. Quelle heure est-il alors à peu près?

592. Quelle est la phase de la Lune si elle culmine à 6 heures du soir, temps solaire vrai? Quelle est sa phase si elle culmine à minuit, temps solaire vrai?

593. Quelle heure est-il à peu près et quelle saison lorsque la Lune se trouve à l'instant de sa culmination le plus haut au-dessus de l'horizon: a) quand elle est Pleine? b) à son Premier Quartier? c) à son Dernier Quartier? d) quand le soir elle reflète une lumière cendrée?

594. En quelle saison dans l'hémisphère Nord la Pleine Lune se tient le plus longtemps au-dessus de l'horizon? En quelle saison c'est le cas de la Nouvelle Lune?

595. Où à peu près sur la Terre et en quelle saison la Pleine Lune peut rester plus d'un jour au-dessus de l'horizon?

596. La Pleine Lune est-elle visible en juin au pôle Nord?

597. Se peut-il que quelque part sur la Terre et en quelque saison la Lune soit invisible pendant deux semaines de temps parfaitement clair? (VV)

598. La Lune se lève-t-elle chaque jour?

599. Si le mois sidéral comptait 60 jours, quel serait l'intervalle de temps entre deux culminations consécutives de la Lune?

600. Pendant une occultation par la Lune, une étoile a été en immersion pendant 20 minutes. L'occultation était-elle centrale? *Indication*: Poser que le diamètre de la Lune est égal à 1/2°. (Nabokov et Vorontsov-Véliaminov)

601. La Lune parcourt par jour en moyenne 13°10′35″. Quelle est la durée moyenne d'un mois sidéral?

602. Quelle serait la durée d'un mois synodique, si un mois sidéral durait 60 jours?

603. Quel serait le mouvement diurne apparent de la Lune si son mois sidéral était exactement égal au jour sidéral? Quel serait ce mouvement si le mois sidéral était plus court qu'un jour sidéral, s'il était égal, par exemple, à 20 heures? (Kamenchtchikov.)

604. Quelle serait la période synodique P de la révolution de la Lune, si elle tournait autour de la Terre de l'Est à l'Ouest à la même vitesse que maintenant?

Deuxième cycle

605. L'angle entre les directions de la Terre à la Lune et de la Terre au Soleil étant connu, déduire la formule qui donnerait la partie du diamètre de la Lune, perpendiculaire à la ligne reliant ses cornes et qui mesurerait la largeur de la partie éclairée du disque lunaire. *Indication*: Admettre que les directions de la Terre et de la Lune au Soleil sont parallèles (elles diffèrent de moins de 9′).

606. Démontrer que si on néglige les phénomènes de la parallaxe, le terminateur lunaire apparent (frontière entre les parties éclairée et sombre de la Lune) est une demi-ellipse.

607. Quelle peut-être la distance angulaire entre la Lune et le Soleil: a) en opposition; b) en conjonction; c) en quadrature?

608. Indiquer la cause principale du fait que l'intervalle de temps qui sépare la Nouvelle Lune de la Pleine Lune est d'un jour plus grand que celui entre cette dernière et la Nouvelle Lune suivante.

609. Si la Lune s'est levée à 8^h45^m du soir, quand à peu près elle se lèvera la prochaine fois? Comment changera (qualitativement) cette heure si à cet instant la déclinaison de la Lune augmente?

610. Sous quelles conditions le retard quotidien du lever de la Pleine Lune, qui a lieu un peu avant l'équinoxe d'automne, sera le plus petit?

611. Le calendrier donne les dates suivantes pour les phases de la Lune:

19 mars,	15 juin, 12 septembre	Premier Quartier
23 juin,	17 décembre	Pleine Lune
5 mars,	27 septembre, 24 décembre	Dernier Quartier

Indiquer approximativement à quelle heure, à ces dates, la Lune empêche l'observation des étoiles faibles.

612. Quelle est la plus basse altitude à laquelle on voit de la Terre la Lune au-dessus de l'horizon (en négligeant la réfraction et la parallaxe) pendant 48 heures sans interruption?

613. Quel est le point de la Terre où la Lune se lève deux jours de suite au même instant du temps sidéral?

614. Comment se déplace la Lune pour un observateur se trouvant au pôle Nord?

615. Au mois de juin d'une certaine année la Lune était observée à l'instant de sa culmination à Simféropol' ($\varphi = 45°$) à 16° au-dessus de l'horizon. Est-il possible que dans cette ville la Lune culmine un jour à la hauteur de 26°? Si la réponse est affirmative, pourquoi en est-il ainsi et dans combien d'années cela peut avoir lieu? (VV)

616. Pourquoi dans son mouvement sur la sphère céleste la Lune couvrira sans manquer toute étoile de latitude astronomique de +6°38'? *Indication*: Poser que l'inclinaison de l'orbite lunaire est de 5°20', valeur maximale de cette variable.

617. Calculer la durée du mois anomalistique (intervalle de temps entre deux passages consécutifs de la Lune au périgée) ou la période de libration en longitude (à un centième de jour près), si l'on sait que le périgée de l'orbite lunaire se déplace vers l'Est et fait un tour complet en 3232 jours (près de 9 ans). (Polak.)

618. La rotation diurne de la Terre fait qu'au lever et au coucher un observateur voit la Lune d'une façon quelque peu différente que pendant sa culmination, en discernant quelque peu l'autre face de la Lune (libration parallactique). Quelle est en degrés sélénocentriques la largeur maximale de cette bande supplémentaire, si la parallaxe horizontale équatoriale de la Lune est de 57'? *Indication*: Il est utile de faire un dessin. (VV)

619. Calculer la période de libration en latitude (mois draconitique). Pourquoi le mois draconitique D est plus court que le mois sidéral S, alors que le mois anomalistique, lui, est plus long que ce dernier? (Polak.)

XVI. ÉCLIPSES

Une éclipse lunaire ne peut avoir lieu que pendant la Pleine Lune sous la condition qu'elle se produit au voisinage d'un nœud de l'orbite lunaire (près du plan de l'écliptique); une éclipse solaire ne peut avoir lieu qu'à la Nouvelle Lune et sous la même condition. Ces conditions reviennent deux fois par an avec un intervalle de près de six mois. Le mouvement des nœuds de l'orbite lunaire fait que cet intervalle est de 10 jours plus court que la moitié de l'année. Chacune des deux périodes d'éclipses peut compter au maximum trois éclipses (solaire, lunaire, solaire) et au moins une seule éclipse solaire (sans éclipse lunaire); pendant une année il se produit en tout 2 à 7 éclipses. La section de l'ombre de la Terre à la distance de la Lune est plus grande que la section droite de la Lune. Lorsque la Lune est couverte par l'ombre terrestre, son éclipse est vue de partout dans l'hémisphère correspondant. Une *éclipse solaire totale* n'est visible que là où tombe sur la Terre la petite tache d'ombre lunaire; des lieux différents de la Terre on la voit à des moments différents, à mesure que l'ombre parcourt successivement ces lieux. Là où tombe sur la Terre la pénombre de la Lune, on observe une *éclipse solaire partielle*. Si pendant une éclipse solaire la Lune est en apogée, elle semble plus petite que le Soleil et produit seulement une éclipse

annulaire. La bande d'ombre projetée par la Lune sur la Terre, où l'on observe une éclipse totale est peu large et c'est pourquoi en tout lieu les éclipses solaires sont plus rares que les éclipses lunaires, alors que pour l'ensemble de la Terre c'est l'inverse.

En 18 ans 11 jours (ou 10 jours si cet intervalle compte cinq années bissextiles) le Soleil passe 19 fois par les nœuds de l'orbite lunaire (19 années draconitiques), ce qui est égal à 242 mois draconitiques ou à 223 mois synodiques. Ceci fait que tous les 18 ans 11 jours les positions relatives du Soleil, de la Terre et de la Lune se répètent tout comme la succession des éclipses, bien que les éclipses solaires sont alors visibles en d'autres lieux. Cette période s'appelle *saros*.

Le phénomène des éclipses est déterminé par l'inclinaison de l'orbite lunaire à l'écliptique, les diamètres apparents de la Lune et du Soleil (leurs parallaxes), la vitesse du déplacement des nœuds lunaires et par bien d'autres causes.

Premier cycle

620. Un astronaute se trouvant sur la Lune pendant une éclipse, que voit-il?

621. Quand un observateur se trouvant sur la Lune voit-il une éclipse partielle du Soleil par la Terre?

622. Pourquoi une éclipse annulaire de la Lune est impossible?

623. Quels indices distinguent les phases incomplètes d'une éclipse lunaire de ses phases ordinaires?

624. Peut-on observer une éclipse lunaire totale à midi local?

625. Il arrive que pendant une éclipse lunaire totale la Lune se lève avant le coucher du Soleil, de sorte que les deux astres sont visibles simultanément; par conséquent, le Soleil devrait être visible à partir de la Lune, alors que la Lune est éclipsée. Comment expliquer ce phénomène?

626. Peut-on observer le milieu d'une éclipse lunaire totale à quatre heures du matin, temps local?

627. Une éclipse lunaire totale a commencé à $1^h44^m,6$ du matin, temps de Poulkovo. Quand elle a eu lieu suivant l'heure locale de Moscou, si la longitude de Moscou par rapport à Poulkovo est $29^m,0$ Est.

628. Si une éclipse lunaire a eu lieu en août de l'année en cours, une autre éclipse lunaire peut-elle se produire en juillet de l'année prochaine? Peut-elle avoir lieu en octobre de l'année en cours et, si la réponse est négative, dire pourquoi?

629. Dans quelles conditions une éclipse centrale totale de la Lune durera le plus? (VV)

630. Une occultation de Jupiter par la Lune peut-elle avoir lieu pendant une éclipse lunaire? Et une occultation de Vénus?

631. Quelles éclipses, solaires ou lunaires, sont plus fréquentes à Kiev? et à Irkoutsk?

632. Peut-on, sur la Terre, observer à minuit une éclipse solaire?

633. Pourquoi pendant les phases incomplètes d'une éclipse solaire les taches de lumière dans l'ombre des feuillages ont la forme de croissants?

634. Quel bord du disque solaire pendant une éclipse du Soleil est couvert le premier par la Lune, le bord oriental ou le bord occidental?

635. Une éclipse annulaire du Soleil peut-elle avoir lieu lorsque la Lune se trouve au périgée? à l'apogée?

636. De combien de fois la lumière du Soleil devient plus faible dans le cas de la plus brillante éclipse annulaire? *Indication*: Pour ce cas, on peut poser que les diamètres angulaires du Soleil et de la Lune sont respectivement égaux à 32′,6 et 29′,4 et que la luminosité de la surface solaire est uniforme. (Polak.)

637. Qu'arriverait-il à chaque Nouvelle Lune si le plan de l'orbite lunaire coïncidait avec celui de l'orbite terrestre?

638. Comment changeraient les conditions de production des éclipses, si les nœuds de l'orbite lunaire cessaient de se déplacer, alors que l'inclinaison de l'orbite lunaire augmentait à 30°? (VV)

639. Où les éclipses sont plus fréquentes, dans les régions polaires de la Terre (dans les limites des cercles polaires) ou dans la région équatoriale (entre les tropiques)? Négliger l'action des nuages. (VV)

640. En 1917, on a observé les éclipses suivantes:

Eclipse lunaire totale du 8 janvier, visible en Amérique.

Eclipse solaire partielle du 23 janvier, visible en Europe orientale et en Sibérie orientale.

Eclipse solaire partielle du 19 juin visible dans la région polaire Nord.

Eclipse lunaire totale du 4 juin visible en Europe.

Eclipse solaire partielle du 19 juillet visible en Antarctique.

Eclipse solaire annulaire du 14 décembre visible au pôle Sud.

Eclipse lunaire totale du 28 décembre très bien visible en Amérique.

L'année 1935 a été marquée par les éclipses suivantes:

Eclipse solaire partielle du 5 janvier visible dans l'hémisphère Sud.

Eclipse lunaire totale du 19 janvier visible en U.R.S.S.

Eclipse solaire partielle du 3 février visible en Amérique du Nord.

Eclipse solaire partielle du 30 juin visible à l'Extrême-Nord de l'U.R.S.S.

Eclipse lunaire totale du 16 juillet visible en Amérique.

Eclipse solaire partielle du 30 juillet visible dans l'océan Atlantique.

Eclipse solaire annulaire du 25 décembre visible au pôle Sud.

Le 8 janvier 1936 on a observé en plus l'éclipse lunaire totale visible en U.R.S.S.

Comparer ces deux cycles d'éclipses et établir si elles vérifient la période saros. Observer comment changent les conditions de visibi-

lité des éclipses. Expliquer pourquoi en 1935 l'intervalle entre la quatrième et la cinquième éclipses semble être plus grand. *Indication* : Tenir compte du fait que les dates sont données d'après le temps universel et que les heures des éclipses ne sont pas indiquées. (VV)

641. En 1941 il y a eu deux éclipses solaires et deux éclipses lunaires, à savoir : le 13 mars, une éclipse lunaire partielle ; le 27 mars, une éclipse solaire annulaire ; le 5 septembre, une éclipse lunaire partielle, et le 21 septembre, une éclipse solaire totale. Prédire, en se guidant par le phénomène saros, quand dans le temps le plus proche ces éclipses auront de nouveau lieu et dire quand elles se sont déjà produites.

642. Déterminer d'après une carte quelconque les zones de l'éclipse totale du Soleil, quand d'après le temps local a eu lieu le milieu de l'éclipse et quelle a été la grandeur maximale de sa phase à Moscou. Même question pour Gorki, Omsk et Touapsé. *Indication* : Les cartes de cette sorte se trouvent dans les manuels d'astronomie d'enseignement secondaire et dans plusieurs fascicules de l'annuaire astronomique.

Deuxième cycle

643. Un voyageur affirmait qu'il a vu comment, pendant une éclipse solaire, l'échancrure du disque s'observait d'en bas. Un tel phénomène pouvait-il réellement avoir lieu, et si la réponse est affirmative, ou et quand ? (VV)

644. Pendant une éclipse solaire en quelque lieu et à quelque époque que ce soit l'ombre de la Lune peut-elle se déplacer sur la surface terrestre vers l'Ouest ?

645. Pourquoi en une année civile ne peuvent pas se produire 8 éclipses ? (Polak.)

646. En utilisant les données de la figure 26, où O et E sont les centres du Soleil et de la Terre, exprimer la longueur du cône de l'ombre terrestre $EC = l$ par les rayons du Soleil et de la Terre R et r et la distance entre la Terre et le Soleil $OE = \Delta$. Exprimer également cette longueur à l'aide de r, le rayon angulaire apparent du Soleil S, et de la parallaxe solaire p. (VV)

647. Soient r, le rayon de la Terre : $R = 109\ r$, le rayon du Soleil ; $L = 23\ 680\ r$, la distance entre les centres de ces deux corps célestes ; $l = 60\ r$, la distance entre la Lune et le centre de la Terre. Calculer le rayon y de la section normale de l'ombre totale de la Terre à la distance l de la Terre.

648. Les données du problème sont les suivantes :

Distance du Soleil à la Terre	$R = 15 \cdot 10^7$ km;
Distance de la Lune à la Terre	$l = 36 \cdot 10^4$ km;
Diamètre du Soleil	$a = 14 \cdot 10^5$ km;
Diamètre de la Lune	$b = 35 \cdot 10^2$ km.

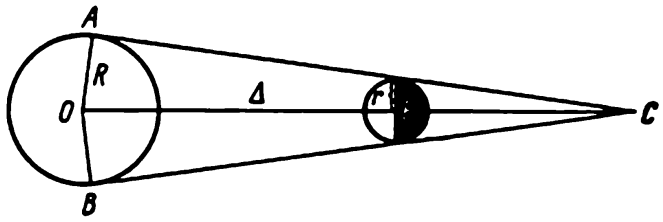


Fig. 26

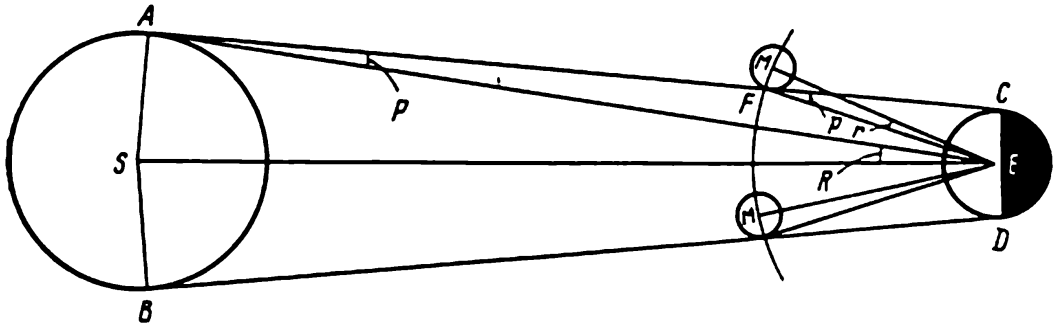


Fig. 27

Appliquer ces données pour calculer quelle surface, en kilomètres carrés, couvre sur la Terre la tache d'ombre de l'éclipse solaire totale (en posant que la surface terrestre est plate).

649. Si les données du problème précédent restent inchangées et seule la distance entre la Lune et la Terre devient égale à $38 \cdot 10^4$ km, une éclipse solaire totale serait-elle possible?

650. On a calculé que le demi-grand axe de l'orbite lunaire augmente progressivement. Quand il sera devenu de 10 % plus grand, les éclipses solaires totales auront-elles lieu sur la Terre? (VV)

651. Pour qu'une éclipse du Soleil ait lieu il faut que la Lune frôle le cône $ABDC$ (fig. 27) qui comprend le Soleil S et la Terre E. Dans le cas limite, l'angle entre les centres de la Lune M et du Soleil S, vu à partir du centre de la Terre, est égal à MES. Il se compose de l'angle MEF (égal au rayon angulaire de la Lune), de l'angle $AES = R$ (égal au rayon angulaire du Soleil) et de l'angle FEA. Ce dernier est égal à la différence des angles CFE et FAE, qui, eux, sont respectivement égaux aux parallaxes horizontales de la Lune et du Soleil. Par conséquent, l'angle $MES = r + R + P - p$, et la distance entre la Lune et le Soleil étant variable, il varie de 1°34′13″ à 1°24′19″. Trouver en s'inspirant du schéma proposé l'angle $M'ES$ déterminant les conditions limites de la réalisation d'une éclipse totale. (VV)

652. Le problème précédent nous dit que l'angle MES de la figure 27 atteint 1°34′13″; calculer la distance limite entre le centre de la Lune et le nœud, comptée dans le plan de l'écliptique, qui rend possible une éclipse solaire. L'inclinaison de l'orbite lunaire $i = 5°9'$. (VV)

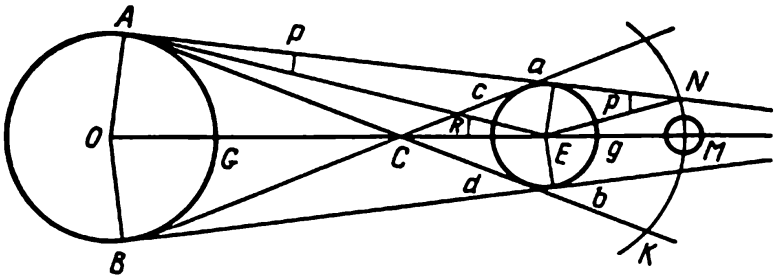


Fig. 28

653. Tout comme dans le problème 651, calculer en se guidant par la figure 28 la valeur moyenne de l'angle *MEN*, appelé *rayon de l'ombre terrestre*, qui détermine les conditions de la réalisation d'une éclipse lunaire. Sur cette figure, *O*, *E* et *M* sont les centres du Soleil, de la Terre et de la Lune. En conservant les désignations précédentes et en sachant que la valeur moyenne de $r = 15'40''$, la valeur moyenne de $R = 16'2''$, la valeur moyenne de $P = 57'2''$ et celle de $p = 8'',8$, comparer les conditions de la réalisation d'une éclipse solaire avec celles d'une éclipse lunaire pour dire lesquelles d'entre elles sont plus « rigoureuses » et quelles de ces éclipses devraient être plus rares dans l'ensemble sur la Terre.

654. En connaissant du problème précédent que l'angle *MEN* est égal à $41'9''$, calculer *A*, la distance limite entre la Lune et le nœud de son orbite à laquelle une éclipse lunaire est possible. *Indication*: Tenir compte que l'inclinaison de l'orbite lunaire est $5°9'$. (VV)

XVII. GRAVITATION

I

Les mouvements des astres célestes sont déterminés par la *loi de la gravitation universelle*.

La force d'attraction entre deux corps de masses m_1 et m_2 se trouvant à une distance r l'un de l'autre est exprimée par la formule

$$F = f\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

où le coefficient f, noté parfois k^2, est la *constante de la gravitation universelle*. Dans le système des unités CGS, $f = 6{,}673 \cdot 10^{-8}$. Si pour unité de masse on prend la masse du Soleil, pour unité de distance, le demi-grand axe de l'orbite terrestre, et pour unité de temps, le jour solaire moyen, on obtient alors $k = \sqrt{f}$, quantité appelée *constante de Gauss*: $k = 0{,}01720210 \approx 1/58$.

L'accélération g transmise par le corps de masse M au corps de masse m à la distance r est exprimée par la formule

$$g = f\frac{M}{r^2}.$$

Si l'on admet que les corps célestes sont des sphères dont la densité croît dans la direction du centre, alors ils attirent les points situés au niveau de leur surface ou plus éloignés comme si leur masse était concentrée au centre.

La loi de la gravitation universelle permet de déduire la troisième loi de Kepler sous une forme plus précise que celle fournie par les observations de Kepler lui-même :

$$\frac{a^3}{a_1^3} = \frac{T^2(M+m)}{T_1^2(M+m_1)},$$

où M est la masse du corps central, m et m_1, les masses des corps qui tournent autour de celui-là avec des périodes T et T_1 suivant les ellipses de demi-grands axes a et a_1. Cette relation reste vraie si, au numérateur, on associe a, T, m et M à une paire de corps (par exemple, au Soleil et à la Terre) alors que a_1, T_1, m_1 et M au dénominateur sont associés à l'autre paire de corps (par exemple, à Néptune et à son satellite). Ceci rend possible la détermination de la masse des corps célestes d'après leur rapport avec la masse de la Terre ou la masse du Soleil. A cet effet, on compare le mouvement de la Lune autour de la Terre (ou, dans le deuxième cas, le mouvement de la Terre autour du Soleil) avec le mouvement du satellite autour de la planète dont la masse est déterminée, en négligeant la masse du satellite comparée à la masse du corps central. Alors, la masse de la planète M_p est donnée par la formule

$$M_p = \frac{T^2}{T_1^2} \cdot \frac{a_1^3}{a^3} M,$$

où T_1 et a_1 sont la période et la distance entre le satellite et la planète. Si M est la masse de la Terre, alors T et a sont rapportés à la Lune, et si M est la masse du Soleil, T et a sont rapportés à la Terre.

Si l'on admet que le mouvement d'une planète ou d'un satellite est circulaire, l'accélération de l'attraction qui s'exerce sur lui est égale à l'accélération centripète (ou centrifuge) $\omega^2 r$, où ω est la vitesse angulaire et r, le rayon de l'orbite.

II

Lors du mouvement d'un corps de masse m sous l'action de l'attraction, la vitesse v sur l'orbite de demi-grand axe a à la distance r du corps central, se trouve d'après la formule

$$v^2 = k^2(M+m)\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right),$$

où M est la masse du corps central. Si m est sensiblement inférieure à M, on peut la poser nulle dans la formule. Par ailleurs, il s'ensuit que si la vitesse du corps à la distance r donnée est v, alors cette vitesse, et seulement elle, détermine le demi-grand axe de l'orbite a que décrira ce corps. Désignons $k^2 (M + m)$ par μ. Alors, $v_c = \sqrt{\frac{\mu}{a}}$ sera la vitesse du mouvement suivant une circonférence de rayon a (vitesse circulaire) ; $v_p = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$ sera la vitesse à la distance r suivant une parabole.

Pour $v_c < v < v_p$, le corps décrit une ellipse.

Avec $v > v_p$, le corps décrit une hyperbole.

Pour qu'un objet puisse s'éloigner à l'infini de la surface d'une planète, il faut lui communiquer une vitesse égale ou plus grande que v_p relative à la surface de la planète. Si on communique à l'objet une vitesse tangentielle à la surface de la planète et égale à v_c (a étant égal au rayon de la planète), l'objet se mettra à tourner autour de la planète en rasant le sol.

L'expression mathématique de la deuxième loi de Kepler est donnée par la formule

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{dv}{dt} = \text{const},$$

où le premier membre est ce qu'on appelle la *vitesse aréolaire* ; r, le rayon vecteur du corps se déplaçant sur une orbite quelconque sous l'action de l'attraction exercée par un certain centre et v son anomalie vraie.

Si le mouvement est considéré par rapport au corps central, voici ce qu'on peut en dire. La force perturbatrice d'un troisième corps est une résultante des forces avec lesquelles ce corps agit sur le corps perturbé et le corps central. Elle est inversement proportionnelle au cube de la distance entre le corps perturbé et le corps perturbateur.

La *force génératrice des marées* en un certain point de la surface d'une planète (force qui provoque les marées hautes et basses) est la *différence* entre la force avec laquelle le corps générateur des marées attire vers lui le centre et la force avec laquelle il attire le point considéré de la surface. La force génératrice des marées est, elle aussi, inversement proportionnelle au cube de la distance.

Premier cycle

655. Quelle accélération est plus grande, celle transmise par la Terre au Soleil ou celle transmise par la Terre à la Lune, et de combien de fois ?

656. Les masses de la Terre et de la Lune se rapportent comme 81 :1. La distance entre leurs centres est de 382 420 km. Où se trouve leur centre de gravité commun ?

657. m et m' sont les masses de deux corps célestes A et B; la distance qui les sépare est r. En quel point de la droite qui relie leurs centres un corps quelconque sera attiré par les deux corps avec la même force? Par exemple: A, la Terre; B, la Lune; la distance qui les sépare est égale à 60 rayons terrestres; la masse de la Lune vaut 1/81 de la masse de la Terre.

658. Déduire la formule qui exprime en jours la durée t de la chute d'un corps céleste sur son astre central, en identifiant cette chute au mouvement d'une comète se déplaçant suivant une ellipse très étendue à grand axe de l'orbite égal à la distance a entre les corps. (VV)

659. Combien de temps mettrait la Terre pour tomber sur le Soleil, si elle cesse de tourner autour de lui? (Cf. le problème 658.)

660. Combien de temps mettrait la Lune pour tomber sur la Terre si son mouvement prend fin? (Cf. le problème 658.)

661. Combien de temps mettrait Pluton pour atteindre en tombant la surface du Soleil? (Cf. le problème 658).

662. Calculer la masse de Neptune en unités de masse de la Terre si l'on sait que son satellite se trouve à 354 mille km du centre de la planète et que la période de sa révolution est égale à 5 jours 21,0 heures. *Indication*: Faire le calcul en comparant le mouvement du satellite de Neptune avec celui de la Lune autour de la Terre.

663. Calculer la masse d'Uranus en unités de masse terrestre en comparant le mouvement de la Lune autour de la Terre à celui de Titania, satellite d'Uranus, qui tourne autour de la planète avec une période de $8^{j}17^{h},0$ à la distance de 438 000 km.

664. Calculer la masse de Mars en la comparant à la masse de la Terre, d'après le mouvement de son satellite Phobos pour lequel $a = 9300$ km, $t = 0,32$ jour. Poser que pour la Lune les quantités correspondantes sont 384 000 km et 27,3 jours.

665. Calculer la masse de Mars par rapport au Soleil, en sachant que Phobos, satellite de Mars, se trouve à 9380 km de la planète et que la durée d'un tour sidéral de Phobos est de 0,31892 jour; la distance entre Mars et le Soleil est de 227 mln de km, alors que la période sidérale de sa révolution est égale à 686,980 jours.

666. Calculer la masse de Jupiter si l'on sait que la distance entre Jupiter et le satellite I est de 422 000 km, la durée de sa révolution autour de Jupiter est de 1,77 jour, la distance entre la Lune et la Terre est de 384 000 km et la durée de la révolution de la Lune autour de la Terre est de 27,32 jours.

667. Déterminer d'après l'expression exacte de la troisième loi de Kepler la masse de Jupiter en posant la masse du Soleil égale à 1, la masse de la Terre égale à 0; $T_1 = 4332,6$ jours; $a = 5,2028$ u.a.; $T = 365,26$ jours.

668. Calculer la masse du Soleil M en unités de masse de la Terre m, en comparant le mouvement de la Lune autour de la Terre au mouvement de la Terre autour du Soleil: $T = 365,256$ jours (année

sidérale); $R = 149\,600\,000$ km (la Terre); $t = 27{,}3217$ jours; $r = 384\,400$ km (la Lune).

669. Calculer la masse du Soleil si la vitesse angulaire de la révolution de la Terre est de 1° par jour, la constante de gravitation $f = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ cm³/g·s² et la distance entre la Terre et le Soleil $R = 1{,}49 \cdot 10^{8}$ km.

670. Comment influe l'accumulation de la matière météoritique sur une planète sur le demi-grand axe de son orbite?

Deuxième cycle

671. Quelle doit être la masse de la Terre (par rapport à la masse réelle) pour que la Lune tourne autour d'elle avec la période actuelle, mais à une distance deux fois plus grande?

672. Comment doit changer instantanément la masse de la Terre pour qu'en restant à sa distance, la Lune tourne autour de la Terre en deux jours?

673. Quelle doit être la diminution instantanée de la masse de la Terre pour que la Lune la quitte pour toujours?

674. Quelle serait la vitesse parabolique à la distance de la Terre au Soleil, si la masse de ce dernier devenait cent fois plus grande?

675. Le Soleil retiendrait-il notre Terre qui se déplace autour de lui sur une orbite à la vitesse de 29,76 km/s si la masse du Soleil devient deux fois plus petite?

676. Le mouvement de la Terre changerait-il si le diamètre du Soleil, qui conserverait sa masse, devenait aussi grand que le diamètre de l'orbite terrestre?

677. Calculer quelle vitesse tangentielle faut-il communiquer à une fusée pour qu'en contournant la Terre au ras du sol elle ne tombe pas à sa surface (le rayon de la Terre $R = 6371$ km; sa masse, $5{,}97 \cdot 10^{27}$ g).

678. On sait que si l'on communique à un corps une vitesse horizontale de 7,906 km/s, il ne tombera pas sur la Terre mais deviendra son satellite qui contournera la planète au ras du sol. Quelle sera la période de révolution d'un tel satellite? (VV)

679. Calculer la vitesse parabolique à la surface de la Lune ($R = 0{,}27$ de rayon terrestre; $M = 1/81$ de la masse de la Terre).

680. Calculer la vitesse parabolique à la surface du Soleil si son rayon $R = 1/215$ u.a. $= 696\,000$ km.

681. Quelle doit être la vitesse d'un corps pour qu'il contourne le Soleil au ras de sa surface? Pour résoudre ce problème, appliquer la troisième loi de Kepler en considérant la vitesse recherchée comme une vitesse limite à laquelle un corps ne tombe pas à la surface du Soleil.

682. Quelle doit être la période de révolution d'un corps qui se déplace autour du Soleil suivant une circonférence de rayon égal au rayon solaire? *Indication*: Appliquer la troisième loi de Kepler.

683. Si la Terre possédait un satellite qui la contournerait en 8 mois lunaires, quelle serait sa distance à la Terre?

684. A quelle distance de la surface de Mars devrait se trouver son satellite pour qu'il tourne autour de la planète avec la même période que Mars tourne autour de lui-même?

Indication: Chercher les données nécessaires dans les tables placées à la fin du livre.

685. Quelle vitesse faut-il communiquer à un vaisseau cosmique pour qu'il puisse quitter Mars pour d'autres planètes. *Indication*: Les données nécessaires sur Mars sont fournies par les tables placées à la fin du livre.

686. Le diamètre d'une planète s'obtient en multipliant par p le diamètre terrestre; la densité de cette planète se calcule en multipliant la densité de la Terre par q. Négliger la rotation autour de l'axe pour calculer l'accélération d'un corps en chute libre sur la surface de cette planète.

687. Si le diamètre d'un astéroïde est égal à 0,01 du diamètre terrestre et sa densité à la densité moyenne de la Terre, quelle est la force de pesanteur à sa surface par rapport à la pesanteur terrestre?

688. Si sur la Terre un sauteur reste en l'air pendant une seconde, combien de temps, pour le même saut, il resterait sans toucher le sol à la surface de l'astéroïde du problème précédent?

689. Le rayon de la Lune est égal à 1740 km, sa masse faisant 1/81 de la masse terrestre. Quelle serait à la surface lunaire la longueur d'un pendule à secondes terrestre et quelle sera la durée t' de ses oscillations? L'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre $g = 9{,}81$ m/s^2; le rayon de la Terre $R = 6371$ km.

690. Quelle serait la vitesse d'un obus lancé sur la Terre à la vitesse de 900 m/s s'il était tiré sur la Lune où tous les corps pèsent six fois moins que sur la Terre? (Pérelman.)

691. Calculer la pesanteur à la surface de Mars si son rayon moyen est 3390 km, et sa masse, $6{,}4 \cdot 10^{26}$ g.

692. Quelle est l'accélération de la pesanteur à la surface du Soleil, si son rayon est 109 fois plus grand que celui de la Terre, et si les densités du Soleil et de la Terre se rapportent comme 1 : 4?

693. Si l'on double le diamètre du Soleil sans changer sa densité moyenne, que deviendra alors l'accélération de la pesanteur à sa surface?

694. Quelle sera l'accélération de la pesanteur à la surface du Soleil s'il gardait sa masse ($1{,}98 \cdot 10^{33}$ g), alors que son diamètre augmentait jusqu'à la dimension de l'orbite terrestre?

695. Calculer l'accélération de la pesanteur à la surface de Jupiter (g) par rapport à sa valeur à la surface terrestre (g_0) si l'on sait que la masse de Jupiter m est 317 fois plus grande et que son rayon R est 11 fois plus grand que les quantités correspondantes de la Terre.

696. Le rayon équatorial de Jupiter $R = 71\,300$ km, et la distance de son centre au satellite IV est égale à nR (où $n = 26{,}4$); la période de révolution de ce dernier $t = 16{,}69$ jours (un jour compte

86 400 secondes). Calculer à partir de ces données l'accélération g de la pesanteur à la surface de Jupiter.

697. Comparer l'accélération de la pesanteur due au Soleil lui-même à la surface solaire et à la distance Terre-Soleil, si l'on connaît le rayon du Soleil $R = 7{,}0 \cdot 10^5$ km et le rayon de l'orbite terrestre $r = 1{,}5 \cdot 10^8$ km.

698. Déterminer le diamètre, le volume et la densité de Neptune, ainsi que l'accélération de la pesanteur à sa surface, si l'on admet que le diamètre angulaire apparent est égal à 2″,3, sa masse vaut 17,2 masses terrestres, la parallaxe du Soleil est de 8″,80 et la distance moyenne entre Neptune et le Soleil est de 30,1 u.a.

699. Calculer la constante de gravitation dans le système CGS en posant la densité de la Terre $\delta = 5{,}5$ g/cm³; le rayon terrestre $r = 6371$ km et l'accélération de la pesanteur $g = 981$ cm/s².

700. Calculer la valeur de la constante de Gauss k de la loi de gravitation, en posant le demi-grand axe de l'orbite terrestre égal à l'unité, la masse de la Terre égale à 1 : 354 710 de la masse du Soleil et l'année sidérale $P = 365{,}2563835$ jours (valeurs numériques adoptées par Gauss). *Indication* : Désigner par M la masse du Soleil et appliquer la troisième loi de Kepler sous sa forme exacte.

701. Comment changerait le mouvement des planètes du Système solaire si la masse du Soleil devenait *instantanément* deux fois plus petite ?

702. Comment changerait l'orbite terrestre si la masse du Soleil devenait *instantanément* deux fois plus grande ?

703. Comment augmenterait la période de révolution de Jupiter, si sa masse devenait instantanément infiniment petite ? *Indication* : Retenir que la masse de Jupiter est égale à 1:1048 de la masse solaire.

704. Comment augmenterait la durée d'une année si la masse de la Terre diminue instantanément un million de fois ?

705. Comment changerait la durée du jour T si la poussière météoritique qui tombe à la surface terrestre la couvre d'une couche uniforme mince de masse $m = 138 \cdot 10^{11}$ t ? Pour résoudre ce problème admettre que la masse de la Terre est égale à $M = 5 \cdot 10^{21}$ t et que le moment d'inertie de la couche de poussière météoritique par rapport à l'axe terrestre est égal à $2/3\ mR^2$, où R est le rayon de la Terre.

706. Un météoroïde qui, à une distance infiniment grande du Soleil, avait une vitesse nulle par rapport à ce dernier, a commencé à tomber sur lui. Quelle sera la vitesse de sa chute à 1 u.a. du Soleil ? *Indication* : Admettre que la vitesse orbitale du Soleil $v_0 = 30$ km/s.

707. A quelle vitesse la Terre tombera sur le Soleil si elle s'arrête sur son orbite ? La distance entre la Terre et le Soleil $R = 1{,}5 \cdot 10^8$ km ; le rayon du Soleil $r = 7{,}0 \cdot 10^5$ km et la vitesse angulaire de révolution de la Terre autour du Soleil $\omega = 1°$ par jour.

708. Quelle sera l'orbite d'un météoroïde qui pénètre dans le Système solaire à une vitesse infiniment grande ?

709. Un corps se trouvant à une distance de 0,7184 u.a. du Soleil est animé à cet instant par rapport au Soleil d'une vitesse de 33,2 km/s. Déterminer quelle est la section conique que décrit ce corps. Connaissez-vous quel est ce corps? (Ivanov.)

710. Une comète se déplace autour du Soleil à une vitesse égale à l'instant donné à 565,4 km/s. Son rayon vecteur est de 0,005543 u.a. Calculer l'excentricité de l'orbite de la comète. (Ivanov.)

711. Calculer le demi-grand axe, la période de révolution, l'excentricité et la distance périhélique d'une comète imaginaire qui, à la distance de 1 u.a. du Soleil, aurait une vitesse de même direction que la vitesse circulaire mais serait 10 fois plus petite. (Polak.)

712. Démontrer que pour un corps qui décrit une orbite elliptique, la vitesse maximale (au périhélie) se rapporte à la vitesse minimale (à l'aphélie) comme la distance maximale à la distance minimale du Soleil.

713. Démontrer que si v_1 et v_2 sont les vitesses d'une planète au périhélie et à l'aphélie, alors

$$(1 - e)\, v_1 = (1 + e)\, v_2,$$

où e est l'excentricité.

714. Une comète se déplace suivant une ellipse d'excentricité 0,5. Comparer ses vitesses linéaires et angulaires au périhélie et à l'aphélie.

715. Comparer au périhélie et à l'aphélie les vitesses angulaires et linéaires d'une comète qui se déplace suivant une ellipse d'excentricité 1/3; d'excentricité 0,75.

716. Si la vitesse linéaire d'une comète à l'aphélie est quatre fois plus petite qu'au périhélie, quelle est l'excentricité de son orbite?

717. Démontrer que la moyenne géométrique des vitesses linéaires maximale et minimale du mouvement suivant une ellipse de demi-grand axe a est égale à la vitesse du mouvement suivant une circonférence de rayon a. Quel est le point de l'orbite où un corps se déplace à cette vitesse?

718. Quel est le point de l'orbite où la vitesse linéaire vraie d'une planète est égale à la vitesse moyenne?

719. A l'extrémité du demi-petit axe la vitesse angulaire d'une planète n'est pas égale à sa vitesse angulaire moyenne. Pourquoi en est-il ainsi?

720. A une distance périhélique de 1 u.a. une comète décrit une parabole. Combien de temps lui faut-il pour parcourir 90° après le périhélie (de P à Q sur la fig. 29) ?

721. Démontrer qu'une comète décrivant une parabole de distance périhélique q parcourt 90°, après le périhélie, en 109,61 $q^{3/2}$ jours.

722. Deux météoroïdes M_1 et M_2 décrivent la même ellipse dans le foyer S de laquelle se trouve le Soleil. La distance entre eux est si petite que l'arc M_1M_2 de l'ellipse peut être considéré comme une droite. On sait que la distance M_1M_2 était égale à d lorsque sa moitié

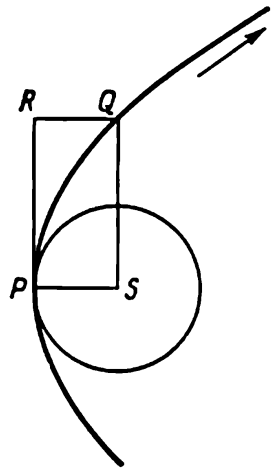


Fig. 29

était en périhélie P. En supposant que les météoroïdes se déplacent à des vitesses aréolaires égales, calculer la distance M_1M_2 lorsque son milieu passe par l'aphélie A, si l'on sait que $SP = R_1$ et $SA = R_2$. (Méchtcherski.)

723. Calculer la distance de la Terre à la Lune si l'on sait que le rayon de la Terre $R_1 = 6370$ km; la densité moyenne de la Terre $\delta_1 = 5{,}5$; la période de révolution de la Lune $T = 27{,}3$ jours et que la constante de gravitation $f = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ cm^{3}g^{-1}s^{-2}.

724. Quelle vitesse initiale v_0 dirigée verticalement en haut faut-il communiquer à un corps au repos à la surface de la Terre, pour qu'à la hauteur égale au rayon terrestre il ait une vitesse $v = 0$. *Indication*: Prendre en considération seulement la force d'attraction de la Terre inversement proportionnelle au carré de la distance entre le corps et le centre de la Terre. Le rayon de la Terre est égal à $6{,}37 \cdot 10^8$ cm; l'accélération de la pesanteur à la surface terrestre est de 980,6 cm/s^2. (Méchtcherski.)

725. Calculer à quelle vitesse minimale v_0 faut-il lancer de la surface terrestre un obus dans la direction de la Lune pour qu'il atteigne le point où les forces d'attraction de la Terre et de la Lune sont égales. Négliger le mouvement de la Terre et de la Lune, ainsi que la résistance de l'air. L'accélération de la pesanteur à la surface terrestre $g = 9{,}8$ m/s^2. Le rapport entre les masses de la Lune et de la Terre $m : M = 1 : 80$; la distance entre elles $d = 60\ R$, où $R = 6000$ km est le rayon de la Terre. La force de gravitation universelle f pour deux masses égales chacune à l'unité et séparées par une unité de longueur est donnée par l'équation

$$g = f\left[\frac{M}{R^2} - \frac{m}{(d-R)^2}\right].$$ (Méchtcherski.)

726. Démontrer que le lieu géométrique des points où les forces d'attraction du Soleil et de la Terre sont égales, est une sphère de

rayon $\frac{R\sqrt{Mm}}{M-m}$ de centre reposant sur la droite reliant le Soleil et la Terre à la distance $\frac{mR}{M-m}$ du centre de la Terre dans la direction opposée au Soleil, où M et m sont les masses du Soleil et de la Terre et R, la distance de la Terre au Soleil. Exprimer les deux quantités susmentionnées en kilomètres.

727. Calculer le rapport du maximum de la force perturbatrice du Soleil D_S (agissant sur la Lune) à l'attraction du Soleil A_S et à l'attraction de la Terre A_E. *Note*: Désigner par R la distance entre le Soleil et la Terre; par r, la distance entre la Terre et la Lune; par ρ, la distance entre le Soleil et la Lune et par M et m, les masses du Soleil et de la Terre.

728. Trouver le rapport entre l'action perturbatrice maximale du Soleil sur la Lune et l'action perturbatrice minimale de la Terre sur la Lune. *Note*: Employer les mêmes notations que dans le problème précédent.

729. Démontrer que si la Lune est considérée comme tournant autour de la Terre et perturbée par le Soleil, la perturbation sera maximale dans celle des positions de la Lune, où l'action perturbatrice de la Terre est minimale en admettant que c'est autour du Soleil qu'évolue la Lune perturbée par la Terre.

730. Jupiter fait un tour complet sur son axe en 10 heures. Calculer le rapport entre les poids des corps à l'équateur et aux pôles d'après le rayon de Jupiter R, sa masse M et la constante de gravitation f. *Indication*: Le rapport des accélérations peut être développé suivant le binôme de Newton.

731. A l'apogée la Lune se trouve de 1/9 plus loin qu'au périgée. De combien de pour cent la force génératrice des marées est plus intense au périgée?

732. De combien de fois pendant les syzygies la marée doit être théoriquement plus grande que pendant les quartiers de la Lune? (On donne le nom de *syzygies* aux Nouvelles et Pleines Lunes).

733. En quelle saison la force solaire génératrice des marées est la plus grande et en quelle saison elle est la plus petite? Comparer ces deux quantités. (Parénago.) *Indication*: L'excentricité de l'orbite terrestre est égale à 1/60.

XVIII. APPAREILS ET MÉTHODES ASTRONOMIQUES

II

A. Un objectif de télescope forme en son foyer principal l'image réelle des astres célestes observés dans l'oculaire. Dans le plan focal d'un télescope, 1° de sphère céleste est représenté par un segment égal environ à 1/57e partie de la distance focale F de l'objectif ou du miroir. Le grossissement donné par un télescope est égal au quotient de la distance focale F de l'objectif ou du miroir par la distance focale f de l'oculaire; la longueur (optique) du tube est égale à $F + f$.

Le *pouvoir de séparation* ou *de résolution* d'un télescope est caractérisé par la distance angulaire limite entre deux étoiles visibles dans ce télescope qui ne se confondent pas complètement. Le pouvoir de séparation est caractérisé par la grandeur $S = 11'',6 : D$, où D est le diamètre de l'objectif en centimètres, ou par la formule $S = 4'',56 : D$, où D est exprimé en pouces (1 p = 25 mm).

B. L'éclat des étoiles est exprimé en magnitudes. Le rapport entre les éclats des étoiles qui se distinguent de magnitude 1 est égal à 2,512. Si les éclats de deux étoiles sont I_1 et I_2, et leurs magnitudes m_1 et m_2, alors

$$\log \frac{I_1}{I_2} = 0{,}4\,(m_2 - m_1) \quad \text{ou} \quad (m_2 - m_1) = 2{,}5 \log \frac{I_1}{I_2}.$$

L'éclat d'une source de lumière est inversement proportionnel au carré de la distance.

Le *pouvoir de pénétration* d'un télescope est caractérisé par la magnitude limite des étoiles encore visibles au télescope par une nuit sombre parfaitement claire ; il est donné à peu près par la formule $m = 7{,}5 + 5 \log D$, où D est exprimé en centimètres (ou par la formule $m = 9{,}5 + 5 \log D$, où D est le diamètre de l'objectif exprimé en pouces).

C. La vitesse d'une source de lumière suivant le rayon visuel produit le décalage des raies du spectre des astres qui se déplacent de leur position normale, c'est-à-dire de celles qu'elles occupent dans le spectre d'une source fixe par rapport à l'observateur ; ceci veut dire que leur longueur d'onde λ change. Cette longueur dévient plus grande, c'est-à-dire la raie se déplace vers le rouge, si l'astre s'éloigne de l'observateur, au contraire si l'astre se rapproche de l'observateur la raie se déplace vers le violet. Si l'onde modifiée par le déplacement est notée λ', d'après l'effet Doppler

$$\lambda' - \lambda = \lambda \frac{v}{c} \quad \text{ou} \quad v = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} c,$$

où v est la vitesse de l'astre (positive lorsqu'il s'éloigne de l'observateur), et c, la vitesse de la lumière. Les ondes de lumière sont exprimées en microns (μ), millimicrons ($m\mu$) ou angströms (Å). 1 Å = = 0,1 $m\mu$ = 0,0001 μ = 0,0000001 mm. Le nombre d'oscillations lumineuses par seconde est nommé fréquence $\nu = c : \lambda$.

Dans les chapitres qui suivent nous aurons souvent recours à ces renseignements.

D. L'instrument principal pour la détermination des coordonnées stellaires est le *cercle méridien*. Pour la détermination de la correction de l'horloge on utilise un *instrument des passages* monté de la même façon que le cercle méridien, c'est-à-dire de façon que le tube tourne seulement dans le plan du méridien. L'axe de sa rotation, de même que celui d'un cercle méridien, est établi suivant la ligne Est-Ouest.

Pour mesurer une petite différence entre les coordonnées des astres, on emploie un *micromètre*. Ce dernier est un cadre qui porte des fils d'araignée réciproquement perpendiculaires formant réticule et qui sont déplacés dans le plan focal du télescope à l'aide des vis micrométriques.

E. Les petits disques des étoiles et les faibles anneaux lumineux qui les entourent résultent de la diffraction de la lumière aux bords de l'objectif.

F. L'objectif d'un télescope ou d'un astrographe (appareil pour la photographie des astres) est caractérisé par son diamètre et sa *luminosité* ou *clarté*, c'est-à-dire par le rapport D/F.

G. L'éclat d'un astre peut être évalué par comparaison visuelle avec l'éclat des étoiles voisines sur la sphère céleste dont la magnitude est connue. L'intervalle d'éclat entre les deux étoiles est divisé en pensée en 10 et on établit où, dans cet intervalle, se trouve l'éclat de l'astre considéré. Si ce dernier est désigné par v, une étoile plus brillante par a, et une étoile plus faible par b, le résultat peut s'écrire de la façon suivante.

Supposons par exemple que l'éclat de v se situe exactement au milieu des éclats de a et de b, alors on écrit $a5v5b$. Si la différence entre a et v est une fois et demie plus grande que celle entre v et b, on écrit $a6v4b$, etc. Si on écrit $akvlb$, où k et l sont des nombres tels que $k + l = 10$, il est clair que la magnitude cherchée de l'étoile v est donnée par la formule

$$m_v = m_a + \frac{m_b - m_a}{10} \cdot k.$$

H. Actuellement les spectres sont étudiés d'après des spectrogrammes enregistrés photographiquement. La précision de mesure de la longueur d'onde dans les spectres dépend en premier lieu de l'« échelle » (l' « étalonnage ») du spectrogramme. Plus, sur une photographie, la distance entre deux raies définies de diverses longueurs est grande, plus, comme on dit, la *dispersion linéaire* est grande. Dans un spectre obtenu à l'aide d'un prisme, la dispersion est fonction de la longueur d'onde et est déterminée expérimentalement. Sur les photographies des spectres stellaires, l'extrémité rouge du spectre se termine toujours brusquement, alors que l'extrémité violette disparaît progressivement. Cette dernière par rapport à l'extrémité rouge est plus brillante pour les étoiles blanches que pour les étoiles jaunes et à plus forte raison, pour les étoiles rouges. Parmi les raies des spectres stellaires la plus caractéristique est la série des raies d'hydrogène dites de Balmer et deux raies larges voisines de calcium ionisé dans la partie ultraviolette du spectre *).

---

* Certains problèmes de ce chapitre imposent la connaissance des principes fondamentaux de l'optique géométrique donnés par tout cours de physique d'enseignement supérieur.

Deuxième cycle

734. Si on applique sur l'objectif d'un télescope pointé vers la Lune un bout de papier triangulaire, comment cela changerait pour un observateur l'aspect de la Lune?

735. Si vous tenez un doigt devant l'objectif d'un télescope, l'observateur qui regarde au télescope le verrait-il?

736. Quel est le pouvoir de séparation et de pénétration théorique d'un télescope de 8 cm d'ouverture (près de 3 pouces)?

737. En utilisant la formule du pouvoir de séparation d'un télescope, déterminer théoriquement quelle est la distance angulaire entre les centres de deux disques stellaires à peine séparables dans un télescope de 24 pouces d'ouverture?

738. Quel était le pouvoir de séparation et de pénétration du télescope de 75 cm d'ouverture qui se trouvait à Poulkovo avant sa destruction par les nazis?

739. Quel grossissement faut-il appliquer pour qu'en observant Jupiter (diamètre apparent 40″) on le voit de la même grandeur que la Lune vue à l'œil nu? (VV)

740. Si un oculaire assure un grossissement $\times 200$ avec une distance focale de l'objectif de 160 cm, quel sera le grossissement pour une distance focale de 12 m?

741. Si un oculaire employé avec un objectif à distance focale de 1 m donne un grossissement $\times 50$, quel sera le grossissement de ce même oculaire si la distance focale de l'objectif est portée à 5 m?

742. La distance focale du plus grand réfracteur du monde est de 19,5 m. Quelle est la distance focale de ses oculaires qui permettent d'obtenir un grossissement $\times 300$, $\times 1000$ et $\times 3000$?

743. Quel diamètre x aura l'image du Soleil (diamètre apparent $\beta = 32'$) dans le foyer d'un objectif à distance focale $F = 40$ cm?

744. Si le diamètre angulaire de la Lune est de 31′, quel sera le diamètre de son image dans un objectif à distance focale de 254 cm?

745. Quelle est la distance focale de l'objectif qui donne une image de la Lune de 15 mm de diamètre?

746. Quand Mars se trouve le plus près de la Terre son diamètre angulaire est de 25″. Quel diamètre aura son image photographiée à l'aide d'un réfracteur de $F = 19{,}5$ m?

747. L'ouverture d'un télescope est de $1^1/_4$ m. Sa luminosité est de 1/5. Quel est, en son foyer, le diamètre linéaire de l'image de Mars lorsque le diamètre angulaire de la planète est de 25″?

---

748. De combien de fois les étoiles de magnitude 1 sont plus brillantes que les étoiles les plus faibles vues à l'œil nu, c'est-à-dire de magnitude 6?

749. De combien de fois les étoiles de magnitude 1 sont plus brillantes que les étoiles les plus faibles actuellement observables, c'est-à-dire les étoiles de magnitude 21?

750. L'intervalle entre le minimum et le maximum de l'éclat d'une variable est de 7 magnitudes. Comment, dans ces conditions, croît cet éclat?

751. Entre le 20 et le 22 février 1901 dans la constellation de Persée une nova est devenue 25 000 fois plus brillante. Quel a été ce changement de l'éclat en magnitudes?

752. Si une étoile de magnitude 4 devient deux fois plus proche, comment changera sa magnitude?

753. Comment changera la magnitude d'une étoile, si sa distance devient de 40 % plus petite? Si elle augmente de 40 % ?

754. La magnitude apparente de Deneb est 1,33, et de Sirius, 1,58. Comment augmenterait l'éclat de Deneb, si on la met à la place de Sirius qui se trouve 75 fois plus près de nous que Deneb? (VV)

755. Supposons que la surface d'une étoile subisse une pulsation périodique à une température pratiquement constante (c'est-à-dire que l'éclat d'une unité de sa surface est constant). La pulsation fait que les rayons de l'étoile en positions extrêmes varient dans le rapport 1 : 2. Quelle est, en magnitudes, l'amplitude de la variation de l'éclat totale de l'étoile? (VV)

756. Combien d'étoiles de magnitude 6 ont le même éclat qu'une étoile de magnitude 1?

757. Combien d'étoiles de magnitude 0 peuvent émettre autant de lumière que toutes les étoiles de la 10e à la 11e magnitude, si leur nombre est de 546 000? *Indication*: Admettre que la magnitude moyenne de toutes les étoiles entre la 10e et la 11e magnitude est égale à 10,5.

758. Quel doit être le nombre d'étoiles de magnitude 0 pour que leur lumière soit équivalente à la lumière totale des étoiles de la 19e à la 20e magnitudes, si leur nombre est égal à $4{,}4 \cdot 10^8$?

759. Le ciel septentrional compte 2000 étoiles de magnitude 6. De combien de fois leur lumière est plus forte que celle de Sirius, dont l'éclat est de magnitude 1,6?

---

760. La raie de calcium de longueur d'onde de 4227 Å s'est trouvée déplacée vers l'aile violette du spectre de l'étoile à 0,70 Å. Déterminer à quelle vitesse se déplace l'étoile suivant le rayon visuel et s'approche-t-elle de la Terre ou s'en éloigne?

761. Quel est la fréquence qui correspond à la raie de calcium mentionnée dans le problème précédent?

762. Comment change en angströms la longueur d'onde de la raie D de sodium ($\lambda = 5896{,}16$ Å) lorsque la vitesse atteint 160,9 km/s?

763. La fréquence des rayons rouges $\nu = 451 \cdot 10^{12}$, des rayons violets, $\nu = 783 \cdot 10^{12}$. Quelles sont les longueurs d'onde λ correspondantes? *Indication*: Poser que la vitesse de la lumière est de 300 000 km/s.

764. Les raies sombres du spectre de la nova d'Hercule de 1934 étaient déplacées par rapport à la position normale vers l'aile violette. Le décalage de la raie H_γ ($\lambda = 4341$ Å) était de 10,1 Å. Quelle était la vitesse du gaz éjecté par l'étoile, qui a conduit par absorption à l'apparition dans le spectre de raies sombres? (VV)

765. Démontrer que si on pointe la lunette d'un instrument universel ou d'un théodolite sur un objet terrestre, puis si on la tourne sur l'axe vertical à 180° pour reviser ensuite l'objet, la demi-somme des lectures correspondantes sur le cercle vertical donnera la position de la lunette pointée sur le zénith (*point zénithal*), alors que la demi-différence de ces lectures, la distance zénithale de l'objet.

766. Quelle est la distance entre deux traits voisins du cercle méridien d'un diamètre de 1 m divisé de 2′ en 2′? Quelle est sur ce même cercle la grandeur linéaire 1″?

767. Pourquoi il importe que les deux extrémités de l'axe (tourillons) de la lunette des passages aient exactement le même diamètre?

768. Comment influe sur l'observation du passage d'étoiles une position trop haute du coussinet Ouest de la lunette des passages?

769. Quelle influence aura sur le passage des étoiles au Sud du zénith le fait que le coussinet Est de la lunette des passages est déplacé vers le Nord de sa position correcte? Quelle est l'influence de ce déplacement sur les culminations au Nord du zénith et comment cette influence dépend de la déclinaison d'une étoile?

770. Quelle erreur dans l'enregistrement de l'instant du passage d'une étoile provoquera la position incorrecte du fil médian du réticule s'il est déplacé vers l'Ouest? Cette erreur sera-t-elle la même pour les étoiles de déclinaisons différentes? Qu'adviendra-t-il si on tourne de 180° l'axe de l'instrument?

771. Une étoile a mis t secondes pour parcourir le champ visuel d'un télescope fixe. Quel est le champ visuel du télescope en secondes de grand cercle, si la déclinaison de l'étoile est δ? (VV)

772. Déterminer la distance angulaire entre deux fils verticaux dans le foyer de l'oculaire d'un cercle méridien, si l'intervalle de temps entre les passages par ces fils de δ Petite Ourse a été de 184°. La déclinaison de l'étoile est $+86°36',6$.

773. La valeur d'un tour de vis micrométrique dépend-elle de l'oculaire vissé au télescope (du grossissement retenu)?

774. Le pas d'une vis micrométrique est égal à 0,50 mm. Quelle est alors la valeur d'un tour de vis (en mesure angulaire) si le micromètre est fixé sur un télescope à distance focale de 650 cm?

775. Le réticule d'un micromètre fixé sur un télescope à distance focale de 150 cm, est établi de façon que sous l'effet du mouvement diurne une étoile met 15 secondes pour se déplacer d'un fil à l'autre. Quelle sera la durée du phénomène dans les mêmes conditions, mais sur un télescope à distance focale de 450 cm?

---

776. Quelle influence aura sur l'aspect de la Lune observée au télescope l'obturation d'une moitié de son objectif? Quelle action

cela produira sur la forme des disques et des anneaux de diffraction des étoiles?

777. Quelle grandeur a l'image du Soleil obtenue à travers un trou de $d = 0{,}0006$ m de diamètre sur un mur distant de $b = 4$ m du trou, si le diamètre apparent du Soleil $\alpha = 32'$?

778. Soient les distances focales d'une lunette astronomique: $F = 160$ cm pour l'objectif; $f = 8$ cm pour l'oculaire. Sous quel angle un observateur voit-il dans le tube le rayon du disque lunaire, si le diamètre apparent de la Lune $2\alpha = 32'$? Quelle est la longueur du tube de la lunette?

779. Le miroir concave d'un télescope de Newton a une distance focale $F = 60$ cm. L'éloignement de l'objet d'observation $a = 500$ m. On demande: a) en quel point de l'axe du tube faut-il placer le petit miroir plan pour que l'image se trouve à $c = 15$ cm de l'axe? b) quelle est la diminution obtenue? c) quel grossissement obtiendra-t-on en observant la petite image à la loupe de distance focale $f = 3$ cm à la distance de la meilleure vision $S = 24$ cm?

780. Pour construire un appareil d'optique il a fallu appliquer l'une à l'autre deux lentilles convexes convergentes à distances focales principales F_1 et F_2. Quelle est la distance focale principale F du système?

781. La figure I (à la fin du livre) est une image agrandie des étoiles photographiées à des distances différentes entre la plaque et l'objectif. Laquelle des photographies a été « au point »? (VV)

782. Si on envisage d'employer un appareil à distance focale de 150 cm quel format (courant au commerce) doivent avoir les plaques pour loger complètement l'image de la couronne solaire dont les rayons au moment d'une éclipse totale s'étendent ordinairement à 2 ou 3 rayons solaires (à partir du bord du Soleil)? (VV)

783. Un observatoire possède deux astrographes (télescopes photographiques à monture équatoriale ou chambres prévues pour la prise des clichés des étoiles). L'objectif du premier est de 16 cm et sa luminosité est de 1 : 4; l'objectif du deuxième est de 16 cm et sa luminosité est de 1:20. Lequel des astrographes est plus avantageux pour:

1) prendre le cliché d'une queue de comète;
2) photographier les montagnes lunaires;
3) obtenir les images des étoiles filantes;
4) photographier les taches solaires;
5) déterminer exactement par photographie la position des étoiles dans les Pléiades;
6) prendre les clichés de la nébuleuse d'Orion? (VV)

---

784. Deux nébuleuses planétaires ont les mêmes: dimensions linéaires, structure, forme et éclat total vrai, mais l'une d'elles se trouve deux fois plus loin que l'autre. Quel est le rapport entre leurs éclats superficiels? (VV)

785. Quel est le rapport entre les éclats des composantes de l'étoile double γ Andromède (cf. problème 1059 et la réponse à ce problème) en magnitudes visuelles et photographiques?

786. Quelle est la magnitude visuelle totale de l'étoile double γ Andromède, si les magnitudes visuelles de ses composantes sont 2,28 et 5,08?

787. Calculer la magnitude totale d'une l'étoile double dont les composantes ont les magnitudes 2 et 4.

788. La magnitude totale de l'étoile double α Centaure est égale à 0,06. La magnitude de sa composante plus brillante est 0,33. Quelle est la magnitude de la composante moins brillante?

789. A quelle distance faut-il placer une bougie internationale pour qu'elle produise le même éclairement (sans tenir compte de l'absorption de la lumière par l'air) qu'une étoile de magnitude 8 qui donne un éclairement de $1{,}4 \cdot 10^{-9}$ lux? (VV)

790. Sirius, la plus brillante étoile du ciel, produit sur la Terre un éclairement de $9 \cdot 10^{-6}$ lux, et une étoile de magnitude 6, un éclairement de $8 \cdot 10^{-9}$ lux. Quelle est la magnitude d'une bougie internationale à la distance de 1 km? à la distance de 1 m? (VV)

791. Calculer la magnitude d'une étoile variable v si les résultats des observations s'écrivent

$$a4v1c, \quad b1v4d,$$

et si les magnitudes des étoiles de référence sont: $a = 9{,}2$; $b = 9{,}4$; $c = 9{,}8$; $d = 9{,}9$.

792. Calculer la magnitude d'une variable v d'après l'écriture suivante des observations (il faut prendre la moyenne de 4 observations):

$$a7v3b; \quad a9v1d; \quad c8v2d; \quad c7v3b.$$

Les magnitudes des étoiles de référence sont: $a = 3{,}74$; $b = 4{,}61$; $c = 4{,}00$; $d = 4{,}57$.

793. On sait que de nombreuses nébuleuses extragalactiques s'éloignent de nous à des vitesses formidables atteignant des milliers et même des dizaines de milliers de kilomètres par seconde. Comment ceci influe sur la distance linéaire entre deux raies du spectre (H_α et H_δ, par exemple), visible sur le spectrogramme pris avec un prisme? (VV)

794. La dispersion du spectrogramme d'une étoile est de 60 Å/mm prés de H_γ. Dans le spectre de l'étoile cette raie est déplacée de sa position normale à 0,005 mm vers l'extrémité violette. Quelle est d'après l'effet Doppler la vitesse de l'étoile en kilomètres par seconde? La longueur d'onde, au laboratoire, de la raie H_γ est de 4341 Å. (VV)

795. Supposons que la dispersion d'un spectrographe est linéaire et que le spectre tout entier visible à l'œil nu couvre sur la plaque 5 cm. Si l'étoile s'approche de nous à la vitesse de 10 km/s, quel devrait être, dans ce cas, sur la plaque, le décalage linéaire de la raie

du spectre dont la longueur d'onde au laboratoire est de 5000 Å ? (VV)

796. Mesurer sur la figure II (à la fin du livre) le spectrogramme de l'étoile Procyon en utilisant le spectre d'arc du fer dont les photographies sont placées à titre de comparaison en bas et en haut du spectrogramme. Les longueurs d'onde normales des raies du spectrogramme sont données en angströms. Après avoir évalué pour chaque secteur du spectre sa dispersion en nombre d'angströms qui se rangent en 1 mm à l'échelle du spectrogramme, mesurer à 1 mm près le décalage des raies du fer dans le spectre de l'étoile par rapport aux raies du spectre de comparaison. La mesure doit porter sur le décalage des lignes médianes des raies sombres du spectre de l'étoile par rapport aux lignes médianes des raies brillantes du spectre de comparaison. Ces décalages multipliés par le nombre d'angströms qui se rangent en 1 mm du secteur donné du spectrogramme, donnent la différence des longueurs d'onde stellaire et de laboratoire $\lambda' - \lambda$ en angströms. Calculer la vitesse radiale de Procyon par rapport à la Terre. *Indication* : Traiter plusieurs raies et adopter comme résultat définitif la moyenne des vitesses obtenues. (VV)

797. La figure III (à la fin du livre) reproduit la photographie des spectres de deux étoiles. De quel côté du dessin se trouve l'aile rouge du spectre et laquelle des étoiles est d'une couleur plus blanche?

798. Quel est l'élément chimique auquel appartient la plupart des raies du spectre de ζ Taureau, représenté sur la figure IV? (VV)

799. La figure V reproduit sur la même plaque les clichés pris avec un spectrographe à fente du spectre de Véga (classe spectrale A) et du spectre de la nova 1934 dans la constellation d'Hercule (juin 1935). Identifier dans le spectre de la nova les raies d'émission que vous pourrez reconnaître. (Dans le spectre de Véga, la raie d'absorption extrême visible à l'aile « rouge » est la raie d'hydrogène H_β, les autres également sont des raies d'hydrogène.) (VV)

800. Dans le spectre de l'étoile ε Orion (classe spectrale BO) représenté sur la figure VI (en haut) sont marquées les raies d'hydrogène dont les longueurs d'onde sont consécutivement $H_\beta = 4861$; $H_\gamma = 4341$; $H_\delta = 4102$; $H_\varepsilon = 3970$ (en angströms). Construire d'après ces données la courbe de dispersion et déterminer d'après cette courbe la longueur d'onde de trois autres raies (marquées par des traits), après avoir mesuré leur position dans le spectre. Identifier ces raies avec les raies des éléments chimiques d'après le tableau XV à la fin du livre. *Indication* : La courbe de dispersion donne la longueur d'onde en fonction de la distance dans le spectre, comptée à partir d'une raie arbitraire. (VV)

801. Faire un exercice analogue au précédent pour l'étoile α Cocher dont le spectre est donné par la figure VI (en bas). (VV)

802. Une lumière blanche frappe un prisme en crown-glass à angle de réfraction $\gamma = 60°$. Les indices de réfraction pour le rouge et le violet du spectre sont $n_r = 1{,}524$ et $n_v = 1{,}543$. La déviation du rayon violet est minimale ; quel angle δ forment entre eux les

rayons des deux couleurs à la sortie du prisme? Quelle sera sur la plaque la longueur du spectre de l'étoile entre le rouge et le violet, si le prisme est placé devant une chambre photographique à distance focale de 57 cm?

803. Un prisme en flint-glass à angle de réfraction $\gamma = 53°$ est frappé dans le plan de la section principale par un rayon de lumière blanche, son angle d'incidence étant $\alpha = 40°30'$. Quelles sont les déviations des rayons rouges et violets, si leurs indices de réfraction sont $n_r = 1{,}6$ et $n_v = 1{,}64$?

804. Un prisme en flint-glass à angle de réfraction $\gamma = 36°$ est frappé par un rayon de lumière blanche dans le plan de la section principale de façon que le rayon rouge sort dans la direction perpendiculaire à la deuxième face du prisme. Calculer la déviation δ_v du rayon violet et la dispersion totale du prisme; les indices de réfraction du rouge et du violet sont: $n_r = 1{,}602$; $n_v = 1{,}634$.

805. Aux raies de Fraunhofer B, E, H dans les parties rouge, verte et violette du spectre correspondent, si on emploie un prisme en crown-glass ou flint-glass, les indices de réfraction respectifs: $n_r = 1{,}526$; $n = 1{,}533$; $n_v = 1{,}547$, ou $n'_r = 1{,}695$; $n' = 1{,}712$; $n'_v = 1{,}751$. L'angle de réfraction d'un prisme en flint-glass $\gamma' = 12°$. Quel est l'angle de réfraction γ d'un prisme en crown-glass, si les rayons rouges et violets se confondent en s'échappant? Quelle est la déviation δ_{vert} des rayons verts et δ_r des rayons rouges?

XIX. LA LUNE

Les problèmes de ce chapitre n'imposent pas d'explications. Il ne faut que retenir que la Lune ne possède pas d'atmosphère, et, par conséquent, elle n'est pas le siège de phénomènes que conditionnerait sa présence. Dans sa révolution autour de la Terre, la Lune nous montre toujours la même face, alors qu'elle montre consécutivement toutes ses faces au Soleil. Pour les données numériques exactes relatives à la Lune, consulter le tableau XIII à la fin du livre.

Premier cycle

806. Combien de tours par rapport au Soleil fait sur son axe la Lune pendant une année?

807. Quelle est la durée d'un jour sidéral sur la Lune? Combien de temps durent là-bas le jour et la nuit? (VV)

808. Si on l'observe de la Terre, la Lune se lève au moins pendant deux minutes. Combien de temps met la Terre pour se lever lorsqu'on l'observe de la Lune?

809. Quel aspect a la Terre pour un astronaute l'observant à partir du centre de l'hémisphère visible de la Lune? Quelle action exerce pour lui la libration sur la position visible de la Terre? (Polak.)

810. Comment change la position visible de la Terre dans le ciel de la Lune sous l'effet de libration, si l'observateur se trouve au bord de l'hémisphère de la Lune visible pour les Terriens?

811. Décrire la marche « diurne » et « annuelle » de la Terre et du Soleil dans le ciel de la Lune. *Indication*: Négliger l'action de la libration de la Lune.

812. Peut-on, de la Lune, voir la Terre à l'instant de la Nouvelle Terre (pendant la Nouvelle Lune on ne la voit pas de la Terre)? (VV)

813. Le pouvoir de réflexion de la Terre est six fois plus grand que celui de la Lune. De combien de fois l'éclairement terrestre sur la Lune est plus intense que l'éclairement lunaire sur la Terre? *Indication*: Le diamètre de la Lune est égal à 0,273 du diamètre terrestre.

814. De combien de fois la lumière de la Lune émise par la Pleine Lune est plus faible que celle du Soleil, si la magnitude de la Lune est —12,5, et du Soleil, —26,7?

815. Indiquer l'une des causes qui est à l'origine du fait qu'au Premier et au Dernier Quartiers la lumière de la Lune est plus faible que la moitié de sa lumière émise à l'époque de la Pleine Lune. (VV)

816. L'aspect du Soleil est-il le même vu de la Lune que de la surface terrestre?

817. Lorsque le 11 et le 12 août on observe, sur la Terre, de nombreuses étoiles filantes ou météores, peut-on les observer aussi à partir de la Lune?

818. Peut-on en se trouvant sur la Lune observer les aurores polaires lunaires? (VV)

819. De combien de fois la pesanteur à la surface lunaire est plus faible qu'à la surface terrestre, si la masse de la Lune est 81 fois, et son rayon, 3,7 fois plus petits que les quantités respectives de la Terre?

820. Si un homme peut s'élever, en sautant, à un demi-mètre de la surface terrestre, à quelle hauteur sauterait-il si la pesanteur sur la Terre était la même que sur la Lune?

821. Combien pèserait un homme sur la Lune, si sur la Terre il pèse 60 kgf sur une balance à ressort? sur une balance romaine?

822. Le diamètre angulaire du cratère Copernic sur la Lune est de 40″. La distance de la Terre à la Lune est de 386 000 km. Quelle est la dimension linéaire du cratère Copernic?

Deuxième cycle

823. Au bord de la Lune on voit « de profil » une montagne qui dépasse le bord de 0″,4. Calculer en kilomètres la hauteur de la montagne en utilisant les renseignements universellement connus sur la Lune. (VV)

824. Utiliser l'image de la Lune représentée sur la figure VII pour mesurer la longueur maximale de l'ombre de la pente intérieu-

re du mur annulaire qui entoure la plaine du cratère Théophile (au centre de la photographie) et calculer sa hauteur approchée en kilomètres, si l'on sait qu'à l'instant de la prise du cliché le Soleil se tenait au-dessus de l'horizon du point donné de la Lune à une hauteur $h = 0°43'$.

La distance jusqu'à la Lune (386 000 km) et son rayon angulaire (15′30″) sont considérés comme connus.

Le diamètre angulaire du cratère Théophile mesuré avec un micromètre est égal à 59″,5.

Indication: Ne pas perdre de vue la contraction des longueurs dans le sens perpendiculaire au terminateur sous l'effet de la perspective (la Lune est une sphère). Calculer la valeur de cette contraction en mesurant les diamètres apparents du cratère et en posant que sa forme réelle est une circonférence. (VV).

825. Mesurer sur la photographie (fig. VII ; son échelle est donnée par le problème 824) la distance AK entre le sommet de la montagne lunaire K, visible sur le fond noir comme un point éclairé par les rayons du Soleil, et le terminateur. La parallaxe de la Lune fournie par l'annuaire astronomique était en ce jour de 1°0′, le rayon angulaire de la Lune était de 15′30″; calculer h, la hauteur (en kilomètres) de la montagne. (Cette méthode de mesurer la hauteur des montagnes lunaires a été employée par Galilée.) (VV)

826. La vitesse quadratique moyenne des molécules d'hydrogène

$$v = 485 \sqrt{\frac{14{,}4T}{273}} \text{ m/s},$$

où T est la température absolue. En tenant compte du fait qu'à midi lunaire la température sur la Lune monte jusqu'à +120 °C, dire si dans ces conditions les molécules d'hydrogène sont nombreuses à quitter immédiatement la Lune, la vitesse parabolique à sa surface étant de 2,4 km/s.

XX. PLANÈTES

Les problèmes de ce chapitre sont fondés sur des renseignements universellement connus de la nature des planètes et la connaissance des questions traitées dans les chapitres précédents. Au besoin, les données numériques sont fournies par les tableaux placés à la fin du livre.

La *constante solaire* (pour la Terre) mentionnée dans les problèmes, est la quantité d'énergie rayonnée par le Soleil parvenant aux confins de l'atmosphère sur une surface d'un centimètre carré normale au rayonnement pendant une minute, pour la distance moyenne Terre-Soleil. Cette constante est égale à 1,99 cal/(cm^2·mn).

Premier cycle

827. Qu'y a-t-il de commun entre toutes les planètes? Sous quel rapport les quatre planètes les plus proches du Soleil se ressemblent, mais diffèrent des quatre planètes supérieures? Sous quel rapport les quatre planètes supérieures se ressemblent, mais diffèrent des quatre planètes inférieures?

828. Quel est le diamètre angulaire de la Terre vue de Jupiter pendant le passage de la Terre devant le disque du Soleil? On sait que Jupiter se trouve à 5,2 u.a. du Soleil et que la parallaxe du Soleil est égale à 8″,79.

829. Sous quel angle voit-on Vénus de la Terre pendant sa conjonction supérieure et pendant son passage devant le disque solaire? Sous quel angle voit-on à cet instant la Terre à partir de Vénus? La distance entre Vénus et le Soleil est égale à 0,72 u.a. Le diamètre de la Lune est égal à 0,27 diamètre terrestre. Le diamètre de Vénus est égal à 0,95 diamètre terrestre, et la parallaxe du Soleil est égale à 8″,79.

830. Démontrer qu'à l'instant de l'opposition moyenne on voit Mars de la Terre presque exactement sous le même diamètre angulaire que la Lune à partir de Vénus. Pourquoi, dans ces conditions, vue à partir de Vénus, la Lune doit paraître plus brillante que Mars à partir de la Terre?

831. En mesurant le rayon de Jupiter avec un micromètre on a obtenu un jour 17″,75. Ce jour-là la distance calculée jusqu'à la planète (les éléments de son orbite étant connus) était de 5,431 u.a. La parallaxe du Soleil est égale à 8″,79. Calculer le diamètre de Jupiter par rapport au diamètre terrestre.

832. A son approche maximale de la Terre (56 000 000 de km) le diamètre angulaire de Mars est égal à 25″. Quel est son diamètre linéaire?

833. Si le diamètre angulaire de Vénus est égal à 1′ et son diamètre linéaire à 12 200 km, quelle est sa distance à l'observateur?

834. A quelle distance angulaire du Soleil peut s'éloigner la Terre pour un observateur sur Mars? sur Neptune?

835. En admettant que l'œil humain est capable de résoudre des détails visibles sous un angle de 2′ calculer en kilomètres la dimension des plus petits détails de Mars discernables au télescope grossissant ×600 pendant l'opposition de la planète, lorsque son diamètre angulaire est égal à 25″. Est-il possible que les « canaux » de Mars aussi larges soient des constructions artificielles?

Notons que dans le cas de Mars il est impossible d'obtenir un grossissement supérieur à ×600 par suite des turbulences de l'air dans l'atmosphère terrestre.

836. Comment se divise en zones climatiques la surface d'une planète dont l'axe forme avec le plan de l'orbite un angle d'environ 65°, comme dans le cas de Mars?

837. Décrire les conditions climatiques sur Jupiter si l'on sait que l'axe de sa rotation est presque normal au plan de son orbite.

838. Décrire les conditions climatiques d'Uranus si l'on sait que l'axe de sa rotation coïncide presque avec le plan de son orbite.

839. De combien de fois l'éclairement de Saturne par le Soleil est plus faible que celui de la Terre?

840. Les distances relatives entre le Soleil, d'une part, et Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter, d'autre part, peuvent être traduites par la série suivante: 0,4; 0,7; 1; 1,5; 5,2. Dans quels rapports se trouvent les nombres exprimant l'éclairement par le Soleil des aires égales, à la surface de ces planètes, frappées perpendiculairement par ses rayons?

841. Quel est le diamètre angulaire du Soleil observé à partir de Neptune? De combien de fois l'éclairement de Neptune est plus faible que celui de la Terre?

842. Quelle est la « constante solaire » de Mars?

La distance moyenne entre Mars et le Soleil est de 1,52 u.a.

843. Supposons que la Terre et Neptune sont à peu près alignées entre le Soleil et l'étoile la plus proche. De combien l'étoile paraîtrait plus brillante à partir de Neptune qu'à partir de la Terre?

844. Dans les observations à partir de la Terre le Soleil est de magnitude —26,7.

Quelle est la magnitude du Soleil vu de Neptune? De combien de fois, sur Neptune, le Soleil paraît plus brillant que Sirius?

845. La magnitude de Véga est égale à + 0,1, et de Vénus, à l'époque de son éclat maximal, à —4,3. De combien de fois Vénus est plus brillante que Véga?

846. Si Jupiter se trouvait deux fois plus loin du Soleil qu'il ne l'est réellement, combien son éclat serait plus faible en opposition?

847. Pourquoi la Terre vue de Vénus doit paraître plus brillante que Vénus vue de la Terre? En est-il toujours ainsi?

Indication: Admettre que les diamètres et les pouvoirs de réflexion des deux planètes sont les mêmes. (Polak.)

848. L'éclat apparent des planètes dépend de leur distance du Soleil et de la Terre. Pour quelle planète (Jupiter ou Pluton) les limites de variation de l'éclat (vues de la Terre) sont plus larges, si les demi-grands axes des orbites de ces planètes sont égaux à 5 et à 40 u.a.? (VV)

849. Supposons que toute la masse des anneaux de Saturne est réunie en un grand satellite qui tournerait autour de la planète à la distance du milieu de l'anneau et qui aurait la même densité que les particules qui le forment. L'éclairement nocturne de Saturne deviendrait-il plus fort là où l'anneau est bien visible à partir de la planète? (VV)

Deuxième cycle

850. Pourquoi dans les observations à partir de la Terre le terminateur de Vénus a la forme d'un arc d'ellipse?

851. Pour quelles configurations la phase du disque d'une planè-

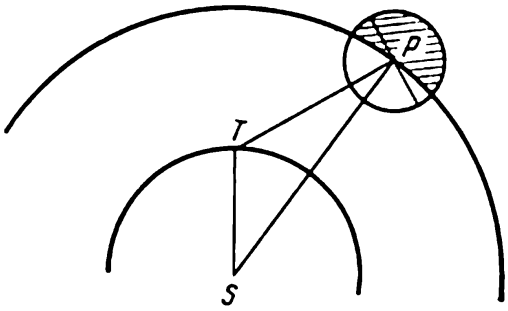


Fig. 30

te supérieure est maximale et quel aspect a alors la Terre à partir de cette planète?

852. Calculer la phase d'une planète supérieure (angle *TPS* de la fig. 30) d'après l'angle donné en *T* (Terre) et les distances données entre le Soleil et la Terre *ST* d'une part et le Soleil et la planète (*SP*) de l'autre. Quand cette phase est maximale et quelle est sa valeur pour Mars, Jupiter et Saturne? (VV)

853. Le diamètre équatorial de Saturne est de 120 600 km et son aplatissement, de 1/10. Quel est le diamètre polaire de Saturne? (VV)

854. Les rayons équatorial et polaire de Jupiter à sa distance moyenne du Soleil et de la Terre sont 18″,71 et 17″,51. Calculer l'aplatissement de la planète et le comparer à celui de la Terre.

855. Etablir une loi approchée qui régit la variation de la température d'un corps noir en fonction de sa distance (*R* u.a.) du Soleil.

856. Calculer la température d'une sphère noire se trouvant à la même distance du Soleil que Mercure, si l'on sait qu'à la distance de la Terre au Soleil, 1 cm^2 de la surface perpendiculaire aux rayons solaires est frappé en une minute par 1,99 petite calorie (constante solaire de la Terre).

857. Deux dessins de Mars (fig. VIII) sont faits en observant au télescope, l'un deux heures après l'autre. Identifier sur ces dessins les mêmes objets et, après avoir évalué l'angle de rotation de la planète en ces deux heures, calculer approximativement la durée de la rotation diurne de Mars. *Indication*: Ne pas oublier en évaluant l'angle de rotation que le disque apparent de la planète est la projection de sa surface sur le tableau. On verra que deux observations de cette sorte faites au cours d'une seule et même nuit interdisent déjà d'admettre que la rotation de Mars dure quelques heures ou quelques jours.

858. La rotation diurne de l'observateur avec la Terre influe-t-elle sur la détermination de la durée de rotation apparente d'une planète sur son axe? (VV)

859. D'une façon analogue au problème 857 déterminer par comparaison des dessins *1* et *2*, puis, séparément, *5* et *6* de la figure IX la période de rotation de Jupiter sur son axe. Après avoir éva-

lué approximativement cette période d'après deux dessins peu espacés dans le temps, utiliser ensuite les dessins *3* et *4* pour diviser le temps passé entre les dessins par le nombre de périodes écoulées et déterminer plus précisément la période de rotation. (VV)

860. Supposons que la période de rotation de Mars est établie en comparant le dessin de Huygens fait le 28 novembre 1659 avec le dessin fait le 22 août 1924. Comment changerait la période calculée de la rotation de Mars, si Huygens se serait trompé même d'un jour entier en datant son dessin?

861. De combien de kilomètres par heure la vitesse linéaire de la tache blanche à l'équateur de Jupiter de période de rotation $9^h 50^m$, est plus grande que la vitesse d'une autre tache à la même latitude, mais dont la période de rotation est de $9^h 55^m$? (VV)

862. A quelle distance faut-il placer une bougie internationale pour qu'elle produise le même éclairement que Vénus à l'époque de son éclat maximal qui est de $8 \cdot 10^{-5}$ lux? (VV)

863. Pendant la grande opposition de 1924 la magnitude apparente de Mars était —2,8. Sa distance au Soleil était $r = 207$ mln de km tandis que celle à la Terre $\rho = 56$ mln de km. Quelle sera la magnitude de Mars pendant l'opposition la moins proche de la Terre, la distance au Soleil étant alors $r' = 249$ mln de km, et à la Terre $\rho' = 100$ mln de km? (VV).

864. Déduire la formule exprimant la magnitude m d'une planète supérieure, pour sa distance au Soleil r et à la Terre ρ, si l'on sait qu'en opposition moyenne, lorsque $r_0 = a$ et $\rho_0 = a - 1$ (où a est le demi-grand axe de son orbite en unités astronomiques) la magnitude apparente de la planète est m_0. (VV)

865. Calculer d'après la formule donnée par la réponse au problème précédent la magnitude d'une petite planète quand sa distance au Soleil est $r = 4{,}0$ et à la Terre, $\rho = 6{,}0$, et si le demi-grand axe de son orbite $a = 3{,}0$, alors que la magnitude en opposition moyenne est égale à 12,0. (VV)

---

866. Quelle est la période synodique de Deimos pour un observateur se trouvant sur Mars?

867. Phobos, le satellite inférieur de Mars, tourne à 2,8 rayons martiens du centre de la planète. Le diamètre de Mars est égal à deux diamètres de la Lune. De combien de fois le diamètre apparent de Mars vu de Phobos semble plus grand que le diamètre de la Lune vue de la Terre? (VV)

868. Phobos se trouve à 2,8 rayons martiens du centre de Mars. Le diamètre de Mars et sa distance au Soleil, le diamètre de la Lune et le diamètre de Phobos (15 km) étant connus, calculer de combien de fois la lumière projetée par Phobos sur Mars pendant le « Plein Phobos » est plus faible que la lumière projetée par la Pleine Lune sur la Terre, si le pouvoir de réflexion de la Lune et celui de Phobos

sont les mêmes. De combien de fois change l'éclat de Phobos vu de Mars au « Plein Phobos » à l'horizon et au zénith? (VV)

869. Quel est l'intervalle de temps exprimé en jours solaires martiens entre deux culminations consécutives de Phobos observées sur Mars? La période de rotation de Mars autour de l'axe par rapport au Soleil est de 24^h37^m solaires moyens. La période sidérale de révolution de Phobos est de 7^h39^m solaires moyens. (VV)

870. Par quel bord de la planète, oriental ou occidental, les satellites de Jupiter s'engagent pour passer devant son disque?

871. Quand, le soir, Jupiter est visible, les ombres de ses satellites suivent-elles les projections des satellites sur le disque de la planète lors de leur passage devant Jupiter, ou les devancent-elles?

872. Pour un observateur se trouvant sur Jupiter quel est le mouvement diurne du Ve satellite par rapport à l'horizon et les étoiles, si la période de sa révolution est égale à 12 heures et la période de rotation de Jupiter est égale à 10 heures? (Polak.)

873. Les longitudes des trois des satellites galiléens de Jupiter, tels qu'on les voit de la planète, sont toujours liées par la relation

$$l_1 + 2l_3 = 3l_2 + 180°.$$

Comment se disposent les Ier, IIe et IIIe satellites dans le cas où Jupiter est vu du Soleil « sans satellites »? (Polak.)

874. Démontrer que si la fente d'un spectrographe est établie le long de l'équateur d'une planète animée d'une rotation rapide et si le rayon visuel repose dans le plan de cet équateur, les raies spectrales ont la forme de lignes droites inclinées à l'étendue du spectre. (VV)

XXI. COMÈTES

Une comète brillante se compose d'un petit noyau brillant, entouré d'une matière nébuleuse lumineuse (*tête*) à partir de laquelle s'étend du côté opposé au Soleil la *queue*. Souvent les comètes faibles et très faibles (télescopiques) ne possèdent pas de queue. Les comètes se meuvent près du Soleil suivant les lois de Kepler. Une petite part d'entre elles se déplace suivant des ellipses, en revenant périodiquement vers le Soleil (comètes périodiques), mais la plus grande part se déplace suivant des paraboles *).

Seul le noyau de la comète est solide; il reflète la lumière solaire. La tête et la queue de la comète se composent de gaz ultra-raréfiés et peut-être en partie de grains de poussière infimes. Ces gaz sont illuminés sous l'action des rayons solaires suscitant des phénomènes analogues à la fluorescence ou à la luminescence des gaz dans le tube de Geissler, qui n'est pas une simple réflexion de la lumière. Si les comètes émettaient seulement une lumière réfléchie, leur éclat

*) Les orbites des comètes considérées comme paraboliques sont probablement des orbites elliptiques très allongées.

serait inversement proportionnel au carré de la distance du Soleil. Or, leur éclat change plus vite. La loi, établie d'après les observations, donne une proportionnalité inverse de puissance quatre de la distance au Soleil (en moyenne). Les gaz de la queue et de la tête de la comète proviennent de son noyau d'où ils se dégagent sous l'effet de l'échauffement par le Soleil. Le rayonnement de ce dernier exerce une pression sur les molécules de la queue, cette pression étant plus forte que l'attraction solaire. C'est pourquoi, finalement, le rayonnement solaire repousse la queue de la comète, presque toujours dirigée du côté opposé au Soleil.

De nombreux problèmes sur les comètes ont à la base les donées examinées dans les chapitres précédents.

Premier cycle

875. Comment distinguer en l'observant une comète sans queue d'une nébuleuse ordinaire? (VV)

876. Quelles observations démontrent que les comètes sont extérieures à l'atmosphère terrestre où on les situait dans l'Antiquité?

877. Peut-on déterminer avec précision la longueur d'une queue de comète en kilomètres?

878. D'après le dessin de la comète Donati (1858), (fig. X), déterminer la longueur de la queue cométaire en kilomètres, si l'on sait que la distance entre la comète et la Terre est de 57 mln de km. *Indication*: Admettre que la queue repose dans le plan perpendiculaire au rayon visuel. (VV)

879. Une comète qui revient périodiquement vers le Soleil peut-elle rester toujours sans changer son aspect?

880. A l'aide de la troisième loi de Kepler calculer la période de la comète dont l'aphélie se trouve à la distance de 140 000 u.a., ce qui fait à peu près la moitié de la distance à l'étoile la plus proche.

881. Le demi-grand axe de l'orbite de la comète d'Encke est de 2,22 u.a. et son excentricité est égale à 0,847. Tracer l'orbite de cette comète et déterminer d'après le dessin sa distance du Soleil au périhélie et à l'aphélie. (Nabokov et Vorontsov-Véliaminov)

882. A l'approche de la Terre et du Soleil l'éclat d'une comète diminue. Quelle est l'explication de ce phénomène?

883. Une des comètes découvertes par G. Neujmin a passé au périhélie le 9 mars 1916. Par la suite on a observé des comètes aux éléments d'orbite analogues qui ont passé au périhélie le 16 janvier 1927, le 22 juin 1932 et le 1er mai 1943. Si ce sont là les différentes manifestations d'une seule et même comète, quelle est la période de sa révolution autour du Soleil? (VV)

Deuxième cycle

884. Les orbites d'une comète périodique quelconque sont-elles exactement les mêmes lors de ses retours consécutifs vers le Soleil?

885. Comment se peut-il que les orbites des comètes qui se con-

fondent presque sur une étendue de centaines de millions de kilomètres à partir du Soleil peuvent avoir des périodes qui diffèrent entre elles de centaines d'années?

886. Calculer la distance du Soleil de la comète 1866 I à l'aphélie d'après les données suivantes: excentricité $e = 0{,}905$; distance au périhélie $q = 0{,}976$ u.a.

887. La période de révolution de la comète 1882 II est $T = 770$ ans et sa distance périhélique, 0,0078 u.a. Trouver: 1) le demi-grand axe; 2) l'excentricité; 3) la vitesse au périhélie; 4) la vitesse à l'aphélie. (Polak.)

888. Des comètes aux éléments d'orbite très proches ont passé par le périhélie le 31 janvier 1790, le 24 février 1858, le 11 septembre 1885. Si c'était la seule et même comète, quelle est la période de sa révolution autour du Soleil et quel est le demi-grand axe de son orbite? (VV)

889. Les orbites de deux comètes reposent dans le plan de l'écliptique et leurs distances périhéliques respectives sont 0,5 u.a. et 2,0 u.a. La queue de chacune d'elles est longue de 150 mln de km. L'une de ces comètes ou toutes les deux peuvent-elles frôler par leur queue la Terre? (VV)

890. Quelles conditions déterminent la longueur angulaire apparente des queues des comètes?

891. Soit une comète qui se déplace suivant une orbite elliptique proche d'une parabole. Si sa vitesse augmente légèrement au périhélie comment changera le demi-grand axe de son orbite? (VV)

892. La vitesse d'une comète qui se déplace suivant une orbite parabolique est inversement proportionnelle à la racine carrée de sa distance au Soleil. A la distance du Soleil égale à celle de la Terre la vitesse de la comète est de 40 km/s. Quelle est la vitesse de la comète suivant une parabole lorsqu'elle se trouve à 100 000 u.a. du Soleil?

893. La distance périhélique de la grande comète de 1882 était de 0,00775 u.a. Une fois que cette grande comète s'est décomposée en quatre comètes plus petites quelle était la vitesse au périhélie de celle de ses composantes qui avait une période de révolution de 769 ans?

894. De combien la vitesse d'une autre des composantes de la comète de 1882 a été plus grande que celle de la composante du problème précédent, si pour la même distance périhélique sa période de révolution était de 875 ans?

895. Supposons que deux masses peu grandes se déplacent autour du Soleil suivant une même orbite allongée, l'une devançant quelque peu l'autre. Comment variera leur distance réciproque avec le changement de leur position sur l'orbite? Est-ce que cela peut suggérer l'explication du changement des dimensions des têtes cométaires?

Indication: Pour répondre à la première question, appliquer la loi des aires.

896. Supposons que les particules dont se compose la tête d'une comète ont presque exactement le même point de périhélie, mais les points d'aphélie quelque peu différents. Comment évolueraient les dimensions de la comète avec le changement de sa position sur l'orbite ?

897. D'après la théorie de la répulsion, une queue cométaire peut-elle être aussi longue quand la comète s'approche du Soleil que lorsqu'elle s'en éloigne ?

898. Quelle sera la trajectoire d'une particule de la queue cométaire si la force de répulsion du Soleil qu'elle subit serait égale à son attraction ?

899. Quelle sera (qualitativement) la trajectoire d'une particule de la queue cométaire, si la force de répulsion solaire qu'elle subit est supérieure à l'attraction du Soleil ?

900. Quelle sera la trajectoire d'une particule de la queue cométaire, si la force de répulsion solaire est pour elle des milliers de fois plus grande que l'attraction ?

901. Quelle sera la trajectoire d'une particule de la queue cométaire, si la force de répulsion solaire qu'elle subit constitue une petite partie de l'attraction ?

902. Si la Terre ne se trouve pas trop près du plan de l'orbite cométaire, alors, en première approximation, son type d'après la classification de F. Brédikhine, peut être déterminé suivant que sa queue se confond avec la projection du rayon vecteur de la comète sur la sphère céleste (Ier type), ou bien s'en écarte sensiblement en s'incurvant quelque peu lorsque sa longueur est suffisante (IIe type), ou encore s'en écarte très fort (IIIe type). Tout point de la projection du rayon vecteur sur la sphère céleste vérifie l'équation

$$\operatorname{tg}\delta = [\operatorname{tg}\delta_0 \sin(\alpha_1 - \alpha) - \operatorname{tg}\delta_1 \sin(\alpha_0 - \alpha)] : \sin(\alpha_1 - \alpha_0),$$

où α et δ sont les coordonnées d'un point de cette projection ; α_0 et δ_0, les coordonnées du Soleil et α_1, δ_1, les coordonnées du noyau de la comète (réduire au besoin les unes et les autres à l'équinoxe de l'année qui correspond au réseau des coordonnées sur lequel est tracée la comète). En se donnant une valeur approchée convenable de α on calcule δ correspondante. Après avoir calculé de cette façon les coordonnées de deux ou plus de points, on les porte sur le réseau des coordonnées du dessin de la comète pour les relier ensuite par une ligne droite au noyau. (VV)

Utiliser ces indications pour déterminer les types des queues de la comète 1910 I, dessinées dans l'atlas stellaire (fig. 31). Pour le moment de l'exécution du dessin (les 6, 17 février, temps moyen de Greenwich) les coordonnées du noyau de la comète étaient $\alpha_1 = 326°14'$; $\delta_1 = 5°36'$. Les coordonnées du Soleil étaient $\alpha_0 = 318°43'$; $\delta_0 = -15°59'$. Les queues des comètes étant toujours dirigées dans le sens opposé au Soleil, on voit d'après le dessin que α ne doit pas être inférieure à 21^h46^m ou $326^1/_2°$. (D'après S. Orlov.)

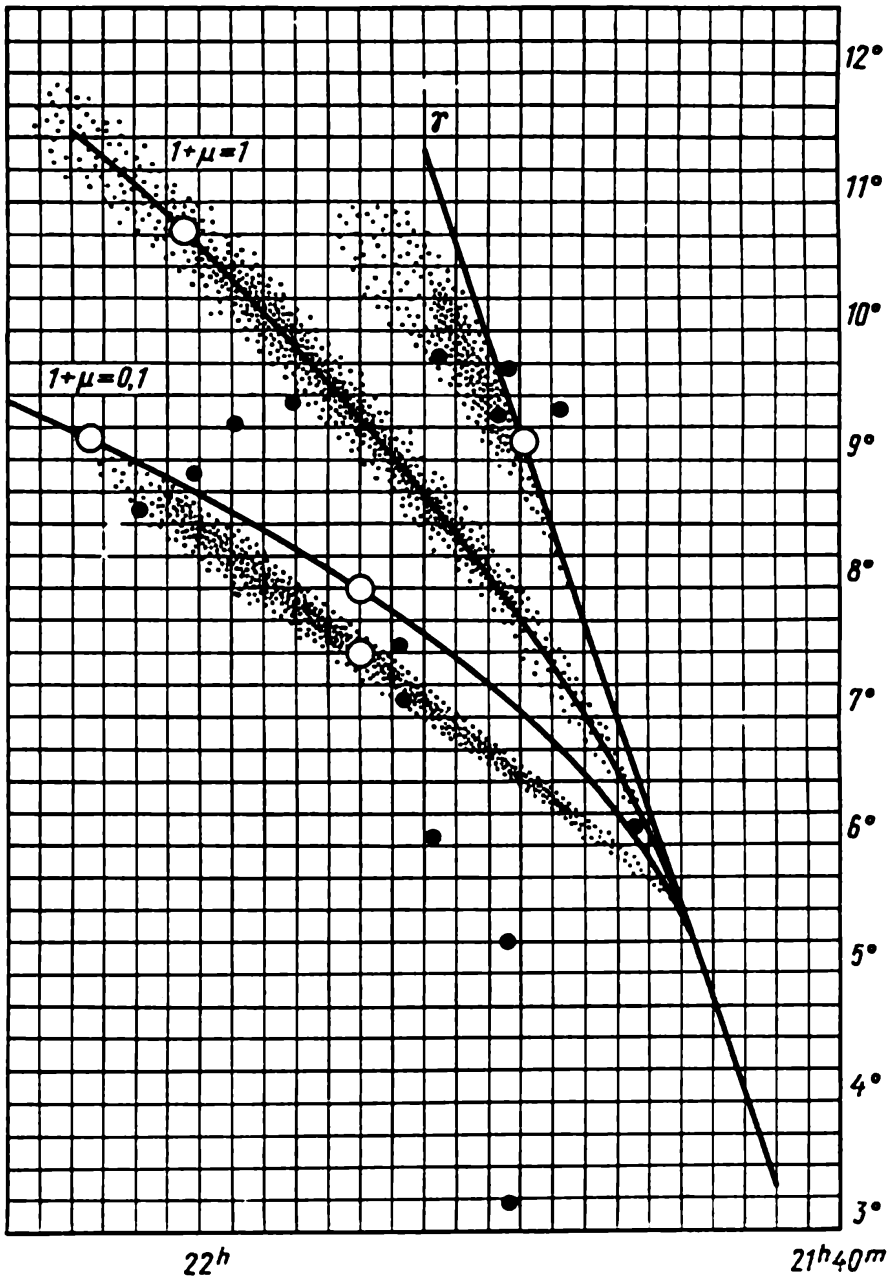


Fig. 31. La comète de 1910 à trois queues

903. Calculer comment doit changer l'éclat total d'une comète lorsque sa distance à la Terre Δ et au Soleil r devient deux fois plus petite, si la loi qui régit la variation de l'éclat des comètes est exprimée par la formule $1 : r^4\Delta^2$.

904. Comment changera la magnitude apparente d'une comète lorsque sa distance à la Terre et au Soleil devient deux fois plus grande, si la loi qui régit la variation de l'éclat de la comète est exprimée par la formule

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{\Delta_0^2 r_0^4}{\Delta_1^2 r_1^4},$$

où Δ est sa distance à la Terre, et r, sa distance au Soleil ?

905. A la distance à la Terre $\rho = 0{,}5$ et au Soleil $r = 1{,}5$ l'éclat total d'une comète était égal à celui d'une étoile de magnitude 8,0. En supposant que l'éclat de la comète varie comme d'ordinaire suivant la loi $1 : r^4\rho^2$, calculer la magnitude qu'aurait la comète aux distances $\rho = 1$, $r = 1$. (VV)

906. A une distance deux fois plus grande au Soleil et à la Terre, l'éclat du noyau d'une comète est devenu 16 fois plus faible. Quelle part de la lumière émise par cette comète constitue sa propre émission (sans les rayons solaires reflétés) ? (VV)

907. Pourquoi les observations des variations de l'éclat des comètes ne permettent pas d'admettre que ce sont là des sphères de gaz analogues aux étoiles qui brillent d'elles-mêmes ? (VV)

908. Sous l'effet d'échauffement par rayons solaires d'un noyau cométaire, à la température de 200 °C, il se dégage de sa surface des molécules de cyane (CN). Quitteront-elles le noyau de la comète, si ce dernier est constitué par un bloc de $2R \cong 100$ m de diamètre, de densité $\delta = 2{,}7$ g/cm³ ? (VV)

909. Qu'adviendra-t-il du noyau d'une comète s'il se compose d'une accumulation de blocs météoriques et s'il s'approche souvent tout près du Soleil ? (VV)

910. D'après l'hypothèse de l'astronome soviétique S. Vsekhsviatski, les comètes périodiques se forment à partir de la matière projetée par les éruptions puissantes sur Jupiter. Si on néglige l'action de l'atmosphère de Jupiter, quelle doit être la vitesse initiale minimale de la projection de la matière par une telle explosion ?

XXII. MÉTÉORES ET MÉTÉORITES

I

Les petits corps célestes comme les pierres et la poussière qui se déplacent dans l'espace invisibles de la Terre s'appellent *météoroïdes*. Les plus nombreux et les plus petits d'entre eux pénètrent dans l'atmosphère terrestre à une grande vitesse, échauffent l'air qui les entoure et, en s'échauffant eux-mêmes, se vaporisent sans atteindre la surface de la Terre. Ce sont les *étoiles filantes* ou *météores*. Les gros météores qui se déplacent dans l'atmosphère sous forme de boule de feu brillante s'appellent *bolides*. Si le corps est gros et s'il tombe sur la Terre, on lui donne le nom de *météorite*.

Si l'on porte sur une carte stellaire les trajectoires des météores observés pendant une nuit, il arrive que la plus grande part des trajectoires prolongées en arrière semblent émaner d'un même point appelé *radiant*. Les essaims météoriques sont nommés suivant les constellations où se trouve leur radiant qui participe à la rotation diurne du ciel, en prouvant l'origine extraterrestre des météores. La convergence des trajectoires des météores au radiant montre que ces trajectoires sont parallèles.

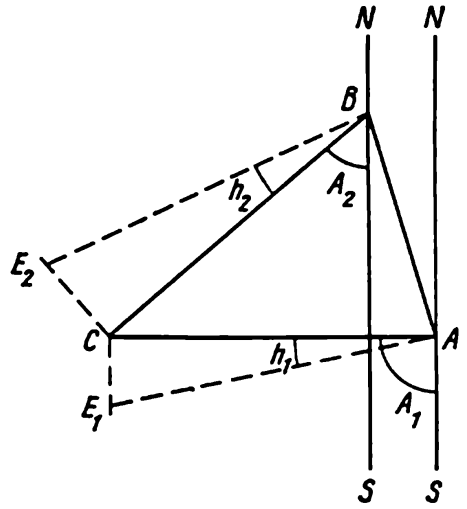


Fig. 32. Détermination de la hauteur d'un météore

Il s'agit là d'un effet de perspective. Les météores qui appartiennent à un radiant donné s'observent chaque année à une ou à plusieurs dates définies. Ceci montre que la trajectoire de ces météoroïdes dans l'espace coupe l'orbite terrestre en un point déterminé, où la Terre se trouve chaque année à la même date. De tels courants météoriques se déplacent autour du Soleil en formant un essaim dont le mouvement suivant une orbite définie est régi par les lois de Kepler.

II

Les essaims météoriques qui reviennent périodiquement vers le Soleil sous l'action des marées provoquées par le Soleil et les planètes, s'écartent progressivement le long de l'orbite et, en général, se dissipent. Les météores qui se déplacent dans l'espace isolément et qui n'appartiennent pas aux radiants sont dits *sporadiques*.

La hauteur où apparaissent ou s'éteignent les météores et les bolides se détermine de la façon suivante. Aux points A et B (extrémités d'une base de longueur définie qui coupe le méridien sous un angle connu) deux observateurs tracent simultanément, sur une carte stellaire, la trajectoire du même météore. La parallaxe fait que les coordonnées horizontales du même point de la trajectoire météorique seront pour l'observateur A, h_1 et A_1,et pour l'observateur B, h_2 et A_2. Traçons à une certaine échelle (fig. 32) la base AB et à ses deux extrémités marquons la direction des méridiens (considérés comme parallèles). Du point A menons une droite d'azimut A_1, et du point B, une droite d'azimut A_2 jusqu'à ce qu'elles se coupent en C. Aux points A et B menons des droites AE_1 et BE_2 sous des angles h_1 et h_2 par rapport aux lignes AC et BC (respectivement). Dressons en C les perpendiculaires à AC et à BC jusqu'à leur intersection avec les droites AE_1 et BE_2 aux points E_1 et E_2. Les segments CE_1 et CE_3 seront justement les hauteurs, au-dessus de la surface

terrestre, du point de la trajectoire du météore dont nous avons pris les coordonnées. Si les observations sont exactes, $CE_1 = CE_2$. Dans le cas contraire, il faut prendre la moyenne.

Premier cycle

911. Comment prouver qu'en réalité les étoiles ne tombent pas du ciel ?

912. Quand un météore brillant éclipse par son éclat les étoiles parmi lesquelles il passe, que doit voir un observateur qui regarde la Terre à partir de la Lune ? (VV)

913. L'ascension droite du radiant de l'essaim des Léonides observé le 14 novembre est de 10^h. A quelle heure de la nuit les observe-t-on ?

914. La période de révolution des Léonides étant de $33^1/_4$ ans, déterminer le demi-grand axe de leur orbite.

915. Evaluer la largeur approchée de l'essaim des Perséides en kilomètres, si l'on sait qu'ils sont observables du 16 juillet au 22 août. (VV)

916. Sur une carte stellaire sont portées les trajectoires des météores observés pendant une soirée. Déterminer la position du radiant et ses coordonnées équatoriales en utilisant un atlas ou une carte stellaire. (VV)

917. La photographie des météores a montré que dans le ciel leur radiant couvre une certaine aire, c'est-à-dire prolongées en arrière leurs trajectoires ne se coupent pas rigoureusement au même point. De quoi témoigne ce fait ? (VV)

918. Démontrer que la longueur de la trajectoire vraie d'un météore dans l'atmosphère

$$L^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos l,$$

où r_1 et r_2 sont les distances initiale et terminale entre le météore et l'observateur, et l, la distance angulaire apparente entre ces points. (Astapovitch.)

919. Le disque apparent d'un bolide observé à une distance de 0,5 km était deux fois plus petit que le disque lunaire. Quel était son diamètre réel ? (VV)

920. Si l'on porte sur une carte géographique les points d'impact de toutes les météorites, tombées dans la partie asiatique de l'U.R.S.S., on verra qu'ils se situent presque tous près du Chemin de fer transsibérien. Quelle est l'explication de ce fait ? (Astapovitch.)

921. Deux météorites en se déplaçant dans le plan de l'écliptique à la vitesse de 30 km/s perpendiculairement au rayon vecteur de leur orbite par rapport au Soleil, pénètrent dans l'atmosphère de la Terre dans des sens opposés. Au début, la direction de leur vitesse dans l'atmosphère coïncide avec la tangente au globe terrestre. Quel sera le sort de ces météorites ?

Indication : Négliger la résistance de l'atmosphère. (VV)

922. Quelle est l'énergie cinétique d'une météorite de masse de 1 g se déplaçant à la vitesse de 60 km/s? (Astapovitch.)

923. La résistance de l'air fait que la vitesse de chute d'une météorite près de la surface terrestre est constante et constitue

$$v = 35{,}5\sqrt[6]{M} \text{ m/s},$$

où M est la masse de la météorite en grammes. Trouver la vitesse de la chute des météorites de 1 mgf et de 1 tf. (Astapovitch.)

924. La profondeur en centimètres à laquelle s'enfoncent les météorites de fer est donnée par la formule approchée

$$D = 18{,}3\sqrt[3]{M},$$

où M est la masse de la météorite en kilogrammes. Trouver D pour les météorites de 0,1 et 100 kgf (Astapovitch.)

Deuxième cycle

925. Un météore s'est embrasé près de Véga et s'est éteint près d'Altaïr. Trouver la longueur de la trajectoire de ce météore en degrés, en établissant les coordonnées du début et de la fin de la trajectoire d'après une carte ou un globe stellaires.

926. La trajectoire d'un météore est portée sur une carte stellaire (fig. 33); le météore a passé près de l'étoile Véga de la constellation de la Lyre. Déterminer sa longueur en degrés en utilisant les formules de la trigonométrie sphérique.

927. Un essaim météorique compact le restera-t-il s'il s'engage dans le Système solaire et sous l'action perturbatrice d'une planète quelconque commence à se déplacer suivant une orbite elliptique?

928. Laquelle des deux formations doit être considérée comme la plus vieille, celle de l'anneau de corps météoriques qui s'étend autour du Soleil ou celle du courant de corps météoriques comportant une condensation?

929. La Terre se déplace autour du Soleil à la vitesse de 29,8 km/s. Admettons que cette vitesse soit circulaire. Quelles sont les limites de la vitesse relative à laquelle la Terre rencontre les météores qui coupent sa trajectoire suivant une orbite parabolique? (Ivanov.)

930. Comment expliquer le fait que vers le matin le nombre de météores sporadiques augmente? (VV)

931. Pourquoi dans les cas courants un essaim météorique régulièrement réparti suivant l'orbite ne rencontre la Terre qu'une fois par an?

932. Démontrer que si ω est la vitesse angulaire moyenne d'un météore; r, sa distance de l'observateur, et ψ, sa distance angulaire du radiant, ω étant petite, la vitesse linéaire du météore est définie par la formule $v = \frac{r}{\sin\psi}\omega$.

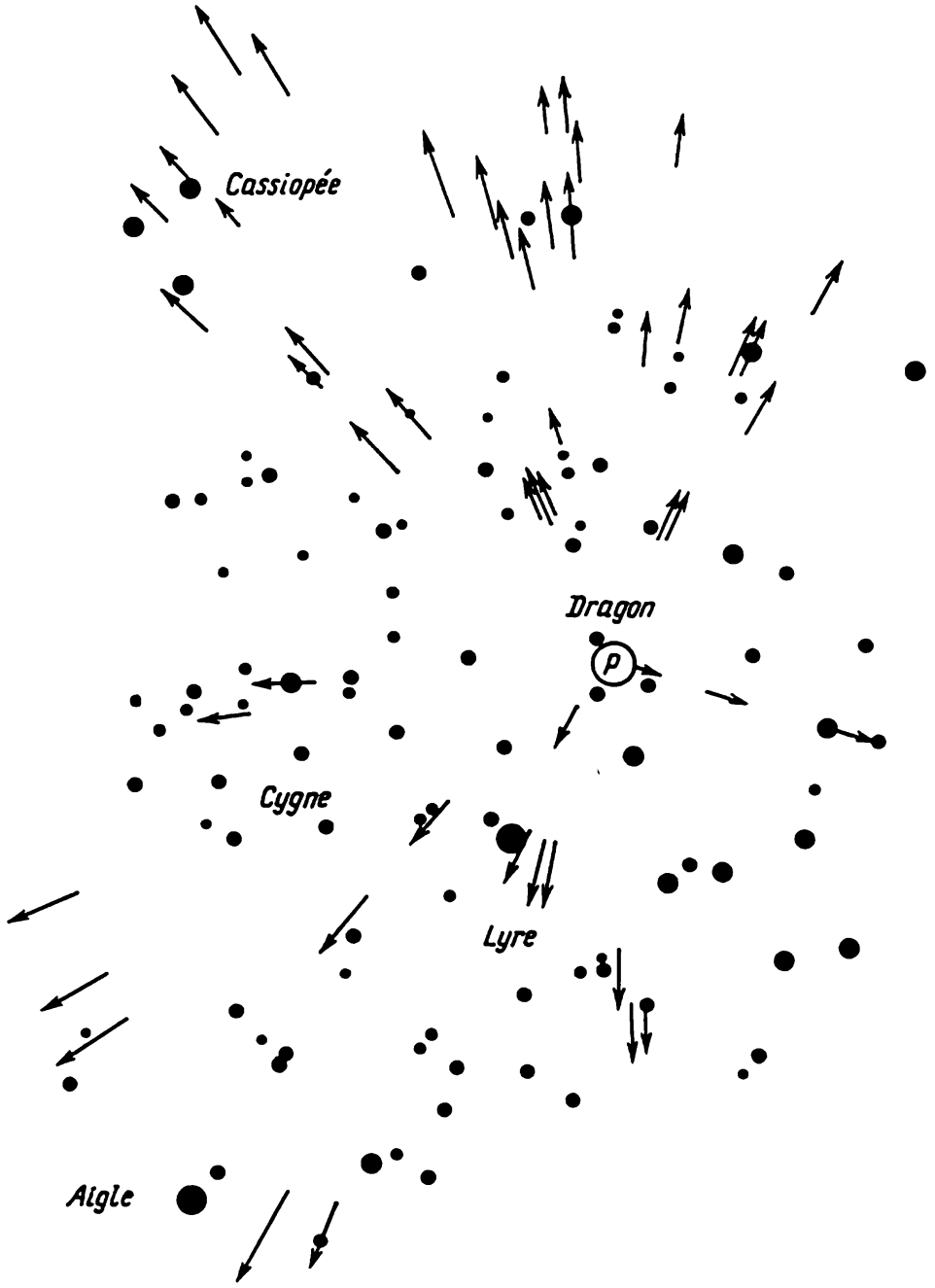


Fig. 33. Trajectoires des météores portées sur une carte

933. Calculer en bougies internationales l'intensité lumineuse d'un météore, s'il se déplace à 100 km au-dessus de la Terre au zénith de l'observateur ayant l'éclat d'une étoile de magnitude 1 et si, à la distance de 1 km, une bougie internationale a la magnitude 0,8. (VV)

934. Supposons que les observateurs se trouvant l'un près de l'autre voient tous les météores qui apparaissent au-dessus d'une surface de 300 km de diamètre. S'ils notent en moyenne 30 météores par heure, combien de météores tombe sur toute la Terre par jour?

935. Le 9 octobre 1933 on a observé partout une pluie abondante de météores. Au maximum, près du zénith, on en comptait 500 par minute. En admettant que les observateurs d'une station voyaient tous les météores apparaissant au-dessus d'un cercle de 300 km de rayon, déterminer quelle était la distance moyenne entre les météores, si leur vitesse par rapport à la Terre était de 40 km/s.

936. En admettant que la Terre rencontre chaque jour 20 000 000 de météores, quel est leur nombre dans l'espace d'un cube de 1600 km de côté?

937. Combien d'impacts de météorites subirait la Terre par jour s'ils emplissaient l'espace de façon que la différence de coordonnées de deux météores voisins (dans les trois directions) soit de 160 km?

938. Déterminer par la méthode graphique décrite à la page 141 la hauteur d'un météore au-dessus de la surface terrestre d'après les données ci-dessous. Les observateurs A et B se trouvaient à 42 km l'un de l'autre et la ligne qui les reliait coupait la méridienne sous un angle de 45°. Les coordonnées du milieu de la trajectoire du météore obtenues par l'observateur A sont : $h_1 = 35°$; $A_1 = -65°$, et par l'observateur B, $h_2 = 45°$; $A_2 = -72°,5$. (VV)

939. En un lieu de coordonnées $\varphi = 55°48',4$; $\lambda = 37°54',6$, le météore à son apparition avait les coordonnées $A = -52°,1$; $h = 24°,2$. Ce même point d'après les observations en un lieu de latitude $\varphi = 56°3'$ et de longitude $\lambda = 40°14',0$ avait les coordonnées $A = -9°,8$; $h = 31°,9$. Trouver la longueur b et l'azimut a de la base des observations, puis déterminer par la méthode graphique la hauteur H au-dessus de la surface terrestre à laquelle est apparu le météore. (Astapovitch.)

940. L'étude de la structure des météorites de fer a montré que, vraisemblablement, elles se sont formées dans les conditions du refroidissement rapide d'une masse qui se trouvait dans un champ gravitationnel faible, mais sous une pression formidable. Quelle importance, à la lumière de ces données, a leur composition chimique pour l'étude des profondeurs de la Terre? (VV)

941. A 11^h49^m du 25 novembre 1916 en un lieu de latitude $\varphi = 53°8'$ est apparue au zénith une boule de feu brillante (un bolide) tombée ensuite sur la Terre sous la forme de deux météorites de 50 et de 200 kgf. Dans quelle constellation se trouvait le point depuis lequel le bolide tombait sur la Terre. *Indication* : Convertir le temps solaire en temps sidéral. (Kamenchtchikov.)

942. Calculer la probabilité du fait qu'un homme reçoit sur la tête une météorite qui tombe verticalement sur la Terre, si l'on sait que la surface terrestre est égale à $5,1 \cdot 10^{18}$ cm^2. (VV)

943. Quelle partie de l'énergie d'un météore se déplaçant à la vitesse de 60 km/s suffit pour assurer son évaporation complète, si l'évaporation de 1 g de météoroïde pierreux consomme 10^9 ergs d'énergie. L'énergie cinétique restante du météroïde, à quoi est-elle dépensée? (Astapovitch.)

944. La météorite Khméliovka est tombée en Sibérie occidentale le 1er mars 1929. A quelle hauteur au-dessus de la Terre elle a cessé de briller, si les observations faites à cet instant en trois lieux différents sont les suivantes:

Bourg	Hauteur apparente du point d'extinction	Distance d
Iékatérininskoïé	12°	34,8 km
Sychtchikovo	30°	13 km
Oupary	20°	30 km

(Astapovitch.)

XXIII. LE SOLEIL

I

Le Soleil est une sphère de gaz incandescente qui tourne comme un corps non solide. C'est à l'équateur que la vitesse angulaire de sa rotation est la plus grande. La période de rotation de ses différentes zones par rapport aux étoiles s'appelle période *sidérale*. A l'équateur elle est environ de 25 jours.

La période *synodique* de la rotation du Soleil sur son axe est la période de sa rotation par rapport à la Terre (qui tourne autour du Soleil dans le même sens que le Soleil lui-même autour de son axe). La période synodique du Soleil à l'équateur est d'environ 27 jours.

Les taches sont des régions refroidies (jusqu'à 4700 °C) des gaz solaires. Elles sont le siège de mouvements tourbillonnaires et leur « fond » repose souvent au-dessous de la surface éblouissante qui les entoure (*photosphère*). La photosphère, surface qui se présente aux yeux, est entourée d'une atmosphère solaire appelée *chromosphère*, au-dessus de laquelle montent des jets de gaz chauds (*protubérances*). La quantité de taches change suivant une période de 11 ans (en moyenne).

Les aurores polaires sont dues à la luminescence électrique de la stratosphère qui a lieu à de grandes altitudes; cette luminescence apparaît sous l'action du rayonnement corpusculaire du Soleil issu surtout des régions des taches. L'augmentation du nombre de taches tend les aurores polaires plus fréquentes et plus fortes.

II

L'équateur du Soleil est incliné par rapport à l'écliptique, à 7°10′,5; la longitude de son nœud ascendant est égale à 73°47′. Les taches se déplacent lentement dans le milieu ambiant. Parmi les raies de Fraunhaufer que présente le spectre du Soleil, certaines sont dues à l'absorption par l'atmosphère terrestre.

L'étude de l'énergie solaire et la détermination de la température du Soleil sont fondées sur l'application des lois fondamentales de la photométrie et de la théorie du rayonnement exposées dans tout cours de physique d'enseignement supérieur.

Premier cycle

945. La parallaxe horizontale diurne du Soleil est égale à 8″,8, et son rayon angulaire, à 16′,0. D'après ces données calculer le rayon linéaire, la surface et le volume du Soleil par rapport à la Terre.

946. Combien de temps faudrait-il pour survoler en avion le Soleil suivant l'équateur à la vitesse de 800 km/h? *Indication*: Les données nécessaires sont fournies par les tables.

947. Un des maxima des taches au Soleil a eu lieu en 1938. Y en avait-il beaucoup en 1950 ? en 1954?

948. D'après la photographie du Soleil (fig. XI) déterminer le nombre de Wolf qui caractérise l'activité solaire le jour où a été prise la photo. *Indication*: Le degré de la couverture du Soleil par des taches est caractérisé par le nombre conventionnel de taches solaires appelé *nombre de Wolf*: $W = n + 10\,N$, où n est le nombre de taches isolées, et N, le nombre de groupes, y compris ceux qui sont constituées de taches isolées. (VV)

949. Quel diamètre angulaire doit avoir une tache solaire pour que son diamètre linéaire soit égal au diamètre de la Terre?

950. Si l'on sait que les plus petits objets discernables doivent apparaître sous un angle non inférieur à 2′, calculer quel est le diamètre de la plus petite tache solaire qu'on peut voir à l'œil nu à travers un verre fumé?

951. Si la plus petite tache solaire que nous pouvons voir est d'un diamètre de 0″,7, quel est son diamètre linéaire?

952. Mesurer avec une règle la plus grosse des taches représentées sur la photographie du Soleil (fig. XI) pour déterminer, en connaissant le diamètre angulaire (32′) et la parallaxe (8″,8) du Soleil, sa dimension par rapport au diamètre de la Terre. (VV)

953. Pourquoi en 1937 on a enregistré en U.R.S.S. beaucoup plus d'aurores polaires qu'en 1933?

954. Mesurer, sur la figure XIII, la position d'un détail quelconque de la protubérance et évaluer la vitesse de son déplacement en kilomètres par seconde. (VV)

955. Le spectre d'un point du disque au voisinage d'une tache solaire comporte la raie rouge d'hydrogène H_α ($\lambda = 6563{,}0$ Å) qui s'est déplacée, de façon que sa longueur d'onde est devenue égale à 6566,0 Å. Quelle est la vitesse radiale de l'hydrogène en ce point?

956. Comment changera en angströms la longueur d'onde de la raie bleu-vert d'hydrogène H_β ($\lambda = 4861{,}5$ Å) en un point du

disque solaire où l'hydrogène s'éloigne de nous à la vitesse de 137 km/s?

957. Quelle magnitude apparente a le Soleil vu de l'étoile la plus proche qui se trouve à 270 000 u.a.? (Polak.)

958. Quelle masse de matière météoritique doit tomber en une journée sur 1 m^2 de la surface terrestre à la vitesse de 40 km/s pour que la chaleur qu'elle communique soit équivalente à son échauffement par le Soleil, si 1 m^2 reçoit en moyenne 5 grandes calories par minute.

959. La constante solaire est égale à 2 cal/cm^2 par minute, alors qu'en moyenne chaque mètre carré de la Terre reçoit du Soleil par minute 5 grandes calories. Quel poids en kilogrammes de matière météoritique devrait tomber sur chaque mètre carré de la Terre par année, à la vitesse de 40,2 km/s, pour produire une quantité de chaleur égale à celle reçue en moyenne par 1 m^2 de la surface terrestre par an?

960. Quelle masse tombant d'une hauteur de 100 m acquiert à la fin de sa chute une énergie cinétique égale à l'énergie du rayonnement solaire qui frappe pendant une heure 10 mètres carrés de la surface terrestre? *Indication*: Admettre que 50 % de cette énergie est absorbée par l'atmosphère. L'équivalent mécanique de la chaleur est égal à 427 kgm/kcal.

Deuxième cycle

961. Quelles sont la latitude et la longitude astronomiques du point d'intersection de l'axe de rotation du Soleil avec la sphère céleste dans l'hémisphère céleste Nord?

962. Si la durée de rotation d'une tache solaire à 45° de latitude est de 28,09 jours, quelle est la durée synodique apparente de la rotation de cette tache?

963. Déterminer les périodes sidérale et synodique de la rotation du Soleil autour de son axe d'après l'intervalle de temps entre les photographies des taches (égal à 2,0 jours) et l'angle de leur pivotement par rapport au méridien central, égal à 24°.

964. En mesurant les dessins reproduits sur la figure XII de la position des taches solaires, déterminer les périodes sidérale et synodique de rotation du Soleil autour de son axe. (VV)

965. L'académicien A. Bélopolski a établi par analyse spectrale que les points de l'équateur du Soleil tournent à une vitesse linéaire de 2 km/s. Quelle est la période sidérale de la rotation du Soleil autour de son axe?

966. A l'équateur du Soleil, la vitesse angulaire moyenne de rotation est de 14°,37 par jour. L'une des taches visibles près de l'équateur a décrit en 25,05 jours un arc de 361°,5. Quelle est la vitesse du déplacement de cette tache en kilomètres par seconde par rapport aux héliogaz ambiants? (VV)

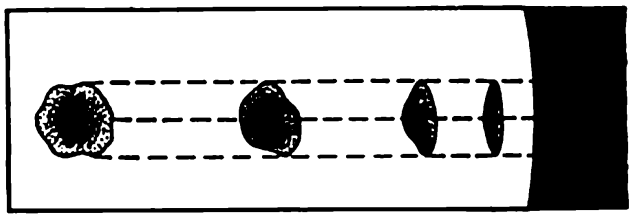


Fig. 34

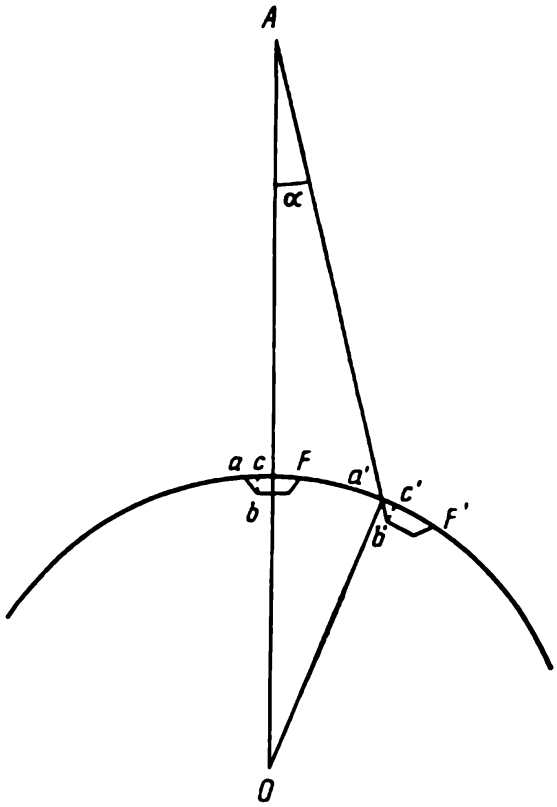


Fig. 35

967. Pour la vitesse de rotation diurne des taches solaires on a déduit la formule

$$\xi = 14°,37 - 2,79 \sin^2 \varphi,$$

où φ est la latitude héliographique des taches.

Quelles sont les périodes de rotation du Soleil à l'équateur, à 30° et à 45° de latitude?

968. Combien de temps faut-il, à l'équateur, à une tache pour devancer d'un tour complet une autre tache se trouvant à 30° de latitude? Sous ces latitudes, la période de rotation du Soleil est respectivement égale à 25,05 et 26,34 jours.

969. On sait que lors de la rotation du Soleil, le bord de la pénombre des taches le plus proche du centre cesse souvent d'être visible (fig. 34), ce qui prouve que la forme des taches s'apparente à celle d'un entonnoir. Déterminer la profondeur de la tache solaire *bc* en kilomètres (fig. 35), si l'on connaît la distance au Soleil. Pour

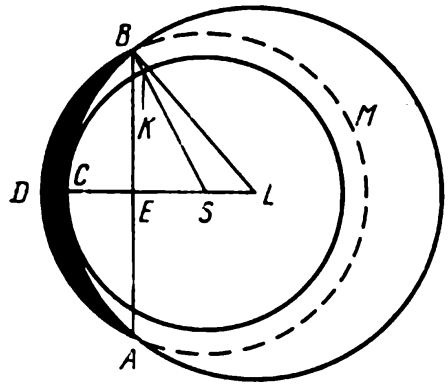


Fig. 36

la tache donnée, sa distance angulaire apparente au centre du disque, à laquelle la paroi de l'entonnoir $a'b'$ s'est confondue avec le rayon visuel, mesurée avec un micromètre, était de 10′. D'après la même mesure $a'c' = ac$ est égal à 10′. Dans le triangle $a'b'c'$ on peut admettre que le côté $a'b'$ est parallèle à la ligne OA, l'observateur se trouvant en A, et le centre du Soleil, en O. (VV)

970. La figure XIV reproduit les spectres du Soleil. Celui d'en haut est pris à une distance zénithale de 30°, celui d'en bas, à une distance zénithale de 87°. La bande inférieure est de plus le prolongement de la bande supérieure et les raies qui se trouvent à droite de la bande supérieure se répètent à gauche de la bande inférieure. En comparant ces spectres, trouver celles des raies qui peuvent être considérées comme télluriques (c'est-à-dire dues à l'absorption de la lumière solaire par l'atmosphère terrestre). (VV)

971. Dans le spectre de la chromosphère photographié avec un prisme-objectif pendant une éclipse solaire totale, les raies des éléments chimiques ont la forme de croissants étroits. La cause de ce phénomène est rendue par la figure 36, où S est le centre du Soleil ; L, le centre de la Lune. La partie noircie de la chromosphère est celle qui n'est pas couverte par la Lune. Supposons que dans le spectrogramme la longueur des arcs de la chromosphère n'est pas perturbée. Alors, elle dépend, pour chacun des arcs, de la hauteur à laquelle les atomes de l'élément donné montent au-dessus de la surface solaire M. Utiliser la figure 36 pour déterminer, en connaissant le rayon du Soleil r et de la Lune R, la hauteur $h = BK = DC$ d'après la longueur de l'arc (corde) AB mesurée sur la photographie. (VV)

---

972. Calculer en bougies internationales le flux lumineux émis par le Soleil si l'éclairement qu'il produit à la distance moyenne de la Terre au Soleil est égal à 135 000 lux. Calculer également l'intensité lumineuse d'un centimètre carré de la surface solaire.

973. Utiliser les données du problème 972 pour exprimer en lumens le flux total du rayonnement du Soleil et en lamberts son éclat superficiel.

974. A partir des données du problème précédent calculer en lamberts l'éclat superficiel d'une surface blanche parfaite (albédo = = 1) distante du Soleil d'une unité astronomique.

975. Calculer l'efficacité lumineuse de la lumière solaire et la comparer à celle de meilleures sources de lumière artificielles qui donnent une ou deux bougies par watt. *Indication*: Admettre que la puissance totale du rayonnement solaire est égale à $3,79 \cdot 10^{26}$ watts.

976. En sachant que la constante solaire est égale à 2 cal/cm^2 par minute, calculer la puissance totale de l'énergie solaire en chevaux-vapeur.

977. Calculer, en posant la constante solaire égale à 2 cal/cm^2 par minute, l'épaisseur de la couche de glace entourant la Terre que les rayons solaires perpendiculaires à la surface terrestre seraient capables de faire fondre en une heure.

978. Si le Soleil était un jour entouré d'une couche de glace de 15 m d'épaisseur combien de temps il lui faudrait pour faire fondre cette glace.

979. Calculer le prix de l'énergie solaire qui frappe la Terre en une seconde en adoptant qu'un kilowatt-heure coûte 4 kopecs et que la constante solaire est égale à 2 cal/cm^2 par minute.

980. Dans le spectre solaire, le maximum d'énergie correspond à la longueur d'onde de 4700 Å. Déterminer la température du Soleil d'après la loi de Wien

$$\lambda_{max} = \frac{c}{T}$$

(la constante de cette loi est égale à 0,288).

981. La formule de Wien

$$E = c \cdot \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$$

est une approximation de la formule précise de Planck. En l'appliquant calculer la température du Soleil, si l'on sait que d'après les mesures prises avec un spectrobolomètre l'énergie du spectre solaire, entre les longueurs d'onde de 4330 à 8660 Å, est égale respectivement à 456 et 174 (unités conventionnelles). Dans la formule de Wien, $c_2 = 1,432$; λ est exprimé en centimètres et la lettre E désigne l'énergie. (VV)

982. Pour déterminer la constante solaire on a employé pour la première fois un pyrhéliomètre composé d'une boîte cylindrique dont la paroi circulaire avant, positionnée perpendiculairement aux rayons, était couverte de suie.

La boîte est remplie d'eau dans laquelle on place un thermomètre. Déduire la formule pour la détermination de la constante

solaire en la désignant par I (sans tenir compte de l'absorption par l'atmosphère). La surface chauffée de la boîte est égale à p. Pendant le temps dt dans le volume V l'eau de capacité spécifique thermique c, qui avant l'échauffement avait la température t_1, a été chauffée jusqu'à la température t_2. La surface de la boîte qui se refroidit par rayonnement est P. La perte de chaleur par unité de surface en une minute était j.

Indication. Négliger l'échauffement de la boîte elle-même et du thermomètre. (VV)

983. En prenant la valeur connue de la constante solaire $c = 2$ cal/cm^2 par minute, calculer d'après la loi de Stefan-Boltzmann ($E = \sigma T^4$) la température du Soleil. La distance du Soleil $R = 1{,}5 \cdot 10^8$ km ; le rayon du Soleil $r = 6{,}9 \cdot 10^5$ km. La constante de Stefan $\sigma = 5{,}73 \cdot 10^{-8}$ W $\cdot$ m^{-2} $\cdot$ K^{-4}; l'équivalent mécanique de la chaleur $a = 4{,}18 \cdot 10^7$ erg/cal.

984. Comment doit changer la température de la surface du Soleil pour que la constante solaire change de 1 % ?

985. Expliquer pourquoi les différents modes de mesure de la température de la surface solaire donnent des résultats légèrement différents?

986. Calculer la température d'un corps noir sphérique, placé au voisinage immédiat de la photosphère solaire.

987. D'après la théorie de Helmholtz, l'énergie du rayonnement solaire pourrait être maintenue par la compression de la sphère solaire à la vitesse de 35 m par an. Quand, à une telle vitesse de compression, le diamètre angulaire apparent du Soleil diminuerait de 0″,1, c'est-à-dire d'une grandeur susceptible d'être mesurée avec les appareils modernes? (VV)

988. Quel travail fourniraient les forces d'attraction si le Soleil se comprimait à partir des dimensions infiniment grandes jusqu'à son rayon actuel? (VV)

989. Le Soleil émet par an $2{,}2 \cdot 10^{29}$ grandes calories d'énergie rayonnante. On supposait que la perte de cette chaleur est compensée par la chute, sur la surface du Soleil, d'un grand nombre de météorites. Calculer de combien doit augmenter la masse du Soleil par an si les météorites tombent en provenance de l'infini ; la constante de la gravitation $k = 6{,}6 \cdot 10^{-8}$ dans le système CGS, et le rayon du Soleil $R = 6{,}9 \cdot 10^5$ km.

990. En partant de la relation entre la masse et l'énergie, calculer comment doit diminuer annuellement la masse du Soleil si le Soleil émet chaque année $1{,}2 \cdot 10^{41}$ ergs.

991. On peut admettre que la masse du Soleil ($2 \cdot 10^{33}$ g) est, à un tiers, composée d'hydrogène. Si le Soleil perd chaque année une énergie de $1{,}2 \cdot 10^{41}$ ergs, pour combien d'années son émission sera encore assurée, si elle se complète par la formation de l'hélium à partir de l'hydrogène? *Indication* : Lorsque 1 g d'hydrogène se transforme en hélium, l'effet d'« empilement » fait qu'il se dégage $6{,}6 \cdot 10^8$ ergs d'énergie.

XXIV. MOUVEMENTS ET NATURE DES ÉTOILES

I

La distance R d'une étoile exprimée en *parsecs* est inversement proportionnelle à la parallaxe π de l'étoile, exprimée en secondes d'arc, c'est-à-dire elle est égale à $1/\pi$. La voie parcourue par un rayon de lumière en un an s'appelle *année de lumière*. 1 parsec = = 3,26 années-lumière = 206 265 u.a. = $3{,}08 \cdot 10^{13}$ km.

La magnitude M d'un astre qu'il aurait s'il se trouvait à une distance de 10 parsecs de nous s'appelle *magnitude absolue*.

$$M = m + 5 + 5 \log \pi$$

ou

$$M = m + 5 - 5 \log r,$$

où m est la magnitude apparente (observée) de l'astre se trouvant à la distance de r parsecs et dont la parallaxe annuelle est π. La magnitude absolue du Soleil est égale à +4,96; sa magnitude apparente hors de l'atmosphère, à —26,78. En connaissant les magnitudes absolues des étoiles nous pouvons comparer leurs éclats vrais.

Les étoiles diffèrent suivant leur couleur: elles sont d'autant plus blanches que leur température est plus élevée. Le type du spectre dépend également de la température. D'après la forme du spectre les étoiles sont rangées dans les classes spectrales différentes: O, B, A, F, G, K, M (dans l'ordre du rougissement de la couleur et de la température plus basse).

Le Système solaire dans son ensemble se déplace dans l'espace dans la direction de la Lyre et d'Hercule à la vitesse de 19,5 km/s; dans la région du ciel vers laquelle nous nous déplaçons (*apex*) les étoiles, en général, font comme si elles se rapprochaient et s'écartaient devant nous; alors que dans la région opposée du ciel (*antiapex*), en général, les étoiles font comme si elles s'éloignaient et se rapprochaient entre elles. Les coordonnées de l'apex du Système solaire: $\alpha = 18^h0^m$; $\delta = +30°$.

II

On appelle mouvement propre μ d'une étoile son déplacement angulaire apparent sur la sphère céleste pendant une année, dû à son mouvement dans l'espace par rapport au Soleil, c'est-à-dire μ est la projection sur la sphère céleste du déplacement de l'étoile dans l'espace par rapport au Soleil en un an.

La *vitesse tangentielle* V_t d'une étoile (la vitesse perpendiculaire au rayon visuel) est exprimée par la formule

$$V_t = 4{,}74 \frac{\mu}{\pi} \text{ km/s},$$

et sa vitesse totale dans l'espace, par la formule

$$V = \sqrt{V_t^2 + V_r^2},$$

où V_r est la vitesse radiale. Si la vitesse V forme un angle θ avec la direction Terre-étoile, nous pouvons écrire

$$V_r = V \cos \theta \quad \text{et} \quad V_t = V \sin \theta.$$

Certains groupes d'étoiles se déplacent dans l'espace suivant des trajectoires parallèles et on a parfois l'impression que les directions de leurs mouvements propres sur la sphère céleste convergent vers un point qu'on appelle *radiant*, ou divergent par rapport à ce point.

Si on désigne par θ la distance angulaire entre une étoile quelconque d'un tel groupe (courant stellaire) et le radiant; par π la parallaxe; par μ son mouvement propre; par V_r, la vitesse radiale et par V, la vitesse spatiale, on peut écrire

$$\pi = \frac{4{,}74\mu}{V \sin \theta} = \frac{4{,}74\mu}{V_r \operatorname{tg} \theta},$$

ce qui permet de déterminer les parallaxes des groupes de cette sorte d'après leur mouvement.

Le mouvement propre μ d'une étoile qui forme avec la direction vers le pôle Nord céleste un angle φ (compté dans le sens direct ou opposé aux aiguilles d'une montre), peut être décomposé en deux mouvements μ_α en ascension droite et μ_δ en déclinaison:

$$\mu^2 = \mu_\delta^2 + (15\mu_\alpha \cos \delta)^2,$$

$$\mu_\delta = \mu \cos \varphi,$$

$$15\mu_\alpha \cos \delta = \mu \sin \varphi,$$

où δ est la déclinaison de l'étoile; μ_α est exprimée en secondes de temps et μ_δ, en secondes d'arc.

La vitesse radiale apparente V_r' d'une étoile se compose de la vitesse qui lui est propre à elle-même V_r (projection de la vitesse anomale sur le rayon visuel) et de la vitesse due au mouvement du Soleil, par rapport à l'ensemble des étoiles, à la vitesse V_0:

$$V_r' = V_r + V_0 \cos \lambda,$$

où λ est la distance angulaire entre l'étoile et l'apex.

L'action exercée par le mouvement du Soleil sur le mouvement propre μ d'une étoile est la suivante. Examinons les deux composantes du mouvement de l'étoile, ν dans la direction de l'antiapex (fig. 37) et τ, perpendiculaire à ν:

$$\mu^2 = \tau^2 + \nu^2.$$

τ ne subit pas l'influence du Soleil. Si ν' est le mouvement anomal de l'étoile dans la direction indiquée et ν, le mouvement apparent, on peut écrire

$$\nu = \nu' + \frac{\pi V_0 \sin \lambda}{4{,}74}.$$

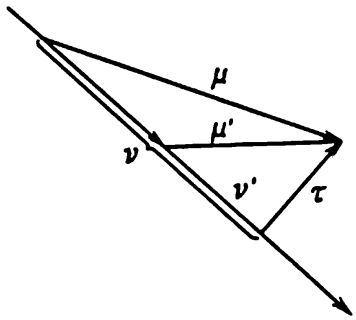


Fig. 37. Composantes du mouvement propre

Si l'on connaît ν et τ, ceci permet de calculer d'après les formules qui suivent la parallaxe moyenne $\bar{\pi}$ des groupes d'étoiles qui possèdent certains traits communs:

$$\bar{\pi} = +\frac{4{,}74\overline{\nu \sin \lambda}}{V_0 \overline{\sin^2 \lambda}}, \quad \bar{\pi} = \frac{4{,}74\bar{\tau}}{\bar{V}_r'},$$

où le trait montre que la quantité correspondante est prise comme une moyenne pour le groupe d'étoiles donné.

Les composantes ν et τ, ainsi que la distance angulaire entre l'étoile et l'apex se calculent d'après les formules:

$$\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg} D}{\cos(\alpha - A)}; \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{\cos N \operatorname{tg}(\alpha - A)}{\sin(\delta - N)};$$

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{\operatorname{tg}(\delta - N)}{\cos \psi}; \quad \nu = \mu \cos(\varphi - \psi); \quad \tau = \mu \sin(\varphi - \psi),$$

où N est l'angle auxiliaire calculé d'après la première formule ($0° < N < 180°$) et ψ, l'angle de position du déplacement parallactique de l'étoile.

L'une des méthodes de la détermination de la distance aux étoiles isolées est la méthode des parallaxes spectroscopiques. Elle consiste à mesurer, d'après certaines particularités du spectre, la magnitude absolue M de l'étoile, dont la magnitude apparente m est mesurée directement. La comparaison de M avec m donne la parallaxe de l'étoile. On a établi une relation entre la masse de l'étoile et sa magnitude absolue. Plus la luminosité (par rapport au Soleil) d'une étoile est forte, plus sa masse est grande. Cette relation (courbe *masse-luminosité* ou *masse-magnitude absolue*) est visualisée sur la figure 38.

Les diamètres des plus grandes étoiles peuvent être mesurés directement avec un appareil spécial appelé interféromètre. Les rayons des étoiles exprimés en fractions du rayon du Soleil peuvent être calculés théoriquement d'après la formule

$$\log R = 5900T^{-1} - 0{,}20M - 0{,}02,$$

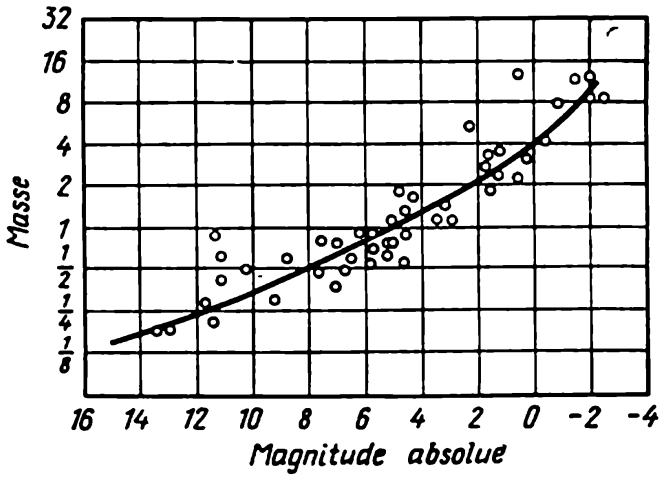


Fig. 38. Courbe *masse-magnitude absolue* des étoiles. En ordonnées sont portées, à l'échelle logarithmique, les masses des étoiles exprimées en masses solaires

où M est la magnitude absolue de l'étoile et T, sa température absolue. Le diamètre angulaire apparent d'une étoile est donné en secondes d'arc par la formule

$$\log d = \log \pi + \log R - 2{,}030.$$

Ces formules sont déduites en partant du fait que les étoiles sont des sphères incandescentes dont l'éclat d'une unité de surface dépend de leur température T. Le rayonnement d'une unité de surface en ergs par seconde est déterminé par la loi de Stefan-Boltzmann

$$E = \sigma T^4.$$

Si E est exprimé en calories par centimètre carré par minute et T, en milliers de degrés de l'échelle Kelvin, alors $\sigma = 82$. Cette quantité multipliée par la valeur de la surface de l'étoile détermine l'énergie totale rayonnée par l'étoile appelée luminosité bolométrique. L'œil ne perçoit pas toute l'énergie lumineuse, mais seulement une partie de celle-ci (depuis les rayons rouges jusqu'aux rayons bleus) et c'est pourquoi pour la vue (éclat visuel) l'éclat d'une étoile dépend de T d'une façon plus compliquée. Une plaque photographique enregistre les couleurs autrement qu'un œil (elle est plus sensible aux rayons violets) et c'est pourquoi, si l'on admet que les étoiles blanches sont de même éclat pour la plaque et les yeux, sur une photographie les étoiles rouges sont moins brillantes qu'elles ne se présentent à la vue. La différence entre les magnitudes d'une même étoile déterminée photographiquement et visuellement s'appelle *indice de couleur* (I). La relation observée entre l'indice de couleur et la classe spectrale est donnée dans le tableau XIV à la fin du livre.

992. Combien de temps faut-il pour un train imaginaire qui se déplace sans s'arrêter à la vitesse de 100 km/h pour atteindre α Centaure, étoile la plus proche de nous, dont la parallaxe est 0″,76?

993. Combien de temps faut-il pour un vaisseau cosmique se déplaçant à la vitesse de 1000 km/s pour atteindre Pollux, étoile dont la parallaxe est égale à 0″,10?

994. La parallaxe de 61 Cygne est égale à 0″,37. A quelle distance en années-lumière de nous se trouve cette étoile?

995. La parallaxe de Sirius est égale à 0″,37, et celle de Spica, à 0″,02. Exprimer la distance à ces étoiles en parsecs, années-lumière, unités astronomiques et kilomètres.

996. La parallaxe d'Altaïr est égale à 0″,20 et celle de Véga, à 0″,12. Exprimer la distance à ces étoiles en parsecs, années-lumière, unités astronomiques et kilomètres.

997. La parallaxe d'une étoile est égale à 0″,312; l'erreur possible (probable) de sa mesure est de ±0″,006. Que peut-on dire de la distance à cette étoile?

998. L'erreur probable de la parallaxe de Riegel (0″,006) est de ± 0″,006. Que peut-on dire de la distance à cette étoile?

999. La magnitude apparente de Sirius est égale à —1,58 et celle de son compagnon, à 8,44. De combien de fois l'éclat vrai de Sirius est plus vif que celui de son compagnon? Tenir compte de la distance entre ces étoiles qui est négligeable par rapport à la distance de la Terre au Sirius.

1000. Calculer la magnitude absolue de Sirius, si l'on sait que sa parallaxe est égale à 0″,371 et sa magnitude apparente, à —1,58.

1001. Calculer la magnitude absolue d'Antarès, si l'on sait que sa parallaxe est égale à 0″,009 et sa magnitude apparente, à +1,22.

1002. De combien de fois l'éclat du Soleil est plus fort que celui de Proxima Centaure pour laquelle $\pi = 0''{,}76$; $m = 10{,}5$.

1003. L'éclat de quel astre, du Soleil ou de l'étoile S Poisson d'Or (dont la magnitude absolue est égale à —9,4) est plus fort et de combien de fois?

1004. Calculer de combien de fois Riegel est plus brillant que le Soleil, si l'on sait que sa parallaxe est égale à 0″,0069 et sa magnitude apparente, à 0,34.

1005. Calculer les magnitudes absolues des composantes de l'étoile Krüger 60, si l'on sait que leurs magnitudes apparentes sont égales à 9,6 et 11,4 et leur parallaxe, à 0″,257.

1006. Exprimer la luminosité des composantes de l'étoile double Krüger 60 par rapport à celle du Soleil, si l'on sait que les magnitudes absolues des composantes sont égales à 11,6 et 13,4, et que la magnitude absolue du Soleil est égale à 4,85.

1007. La magnitude de Véga est égale à +0,1. Quelle serait sa magnitude, si Véga se trouvait à une distance 1000 fois plus grande? Serait-elle accessible alors à l'œil nu?

1008. Combien de kilomètres par an fait le Système solaire dans la direction de l'apex de son mouvement, si sa vitesse est de 19,5 km/s?

1009. Dans quelle partie du ciel le déplacement du Système solaire fait que les distances angulaires apparentes entre les étoiles augmentent sans cesse et dans quelle partie elles diminuent? (VV)

Deuxième cycle

1010. La figure XV reproduit les spectres des étoiles différentes. Déterminer leur classe spectrale en utilisant les tables des spectres stellaires typiques données dans des cours d'astronomie. Les six spectres supérieurs sont photographiés avec un spectrographe à fente, les six spectres inférieurs, avec une chambre à prisme. (VV)

1011. Démontrer que la magnitude apparente d'une étoile dont la distance au Soleil change, est inversement proportionnelle à sa distance. (Parénago.)

1012. Une étoile s'approche du Système solaire à la vitesse de V km/s. Dans combien d'années (y) son éclat apparent augmentera de n fois, si la distance à l'étoile est égale à a années-lumière ou R km? (VV)

Note: Désigner par x la grandeur à laquelle dans ces conditions diminuera la distance et par c, la vitesse de la lumière.

1013. D'après la formule donnée par la réponse au problème précédent, déterminer dans combien d'années l'éclat apparent d'Altaïr augmentera à une grandeur à peine perceptible à l'œil (0,1 magnitude), si la distance à cette étoile est de 15,7 années-lumière et si Altaïr s'approche de nous à la vitesse de 26 km/s. (VV)

1014. La distance au Sirius est de 2,70 parsecs, mais son mouvement fait qu'elle diminue chaque seconde de 8 km. Calculer dans combien d'années l'éclat apparent de Sirius deviendra deux fois plus fort. (VV)

1015. Si une étoile se trouve dans l'écliptique, comment différeraient ses vitesses radiales observées le 9 septembre et le 7 mars de l'année suivante? (VV)

1016. Déduire la formule permettant de corriger la vitesse radiale apparente d'une étoile de l'action du mouvement annuel de la Terre, pour le cas où l'étoile se trouve dans le plan de l'écliptique. (VV)

1017. Déduire la formule permettant de corriger du mouvement annuel de la Terre la vitesse radiale apparente d'une étoile reposant dans le plan de l'écliptique. *Indication*: Poser que l'étoile se trouve au point vernal et que l'orbite de la Terre est circulaire, c'est-à-dire que la vitesse V_0 de la Terre est constante (29,8 km/s). (VV)

1018. Peut-on déterminer par une méthode purement géométrique les vitesses radiales des étoiles à parallaxe mesurable en les observant pendant de très longs intervalles de temps?

1019. Les composantes du mouvement propre d'une étoile de coordonnées $\alpha = 11^h36^m,8$; $\delta = +27°20'$, sont $\mu_\alpha = 0^s,0465$;

$\mu_\delta = -0'',795$. Calculer le mouvement propre total μ et son angle de position ψ. (VV)

1020. Les composantes du mouvement propre d'une étoile de coordonnées $\alpha = 22^h28^m,0$; $\delta = +8°52'$ sont $\mu_\alpha = +0^s,036$; $\mu_\delta = +0'',152$. Déterminer le mouvement propre total μ et son angle de position ψ. (VV)

1021. Le mouvement propre d'une étoile $\mu = 1'',24$ a lieu dans la direction dont l'angle de position est $\psi = 165°$. Calculer la composante μ_δ du mouvement propre. (VV)

1022. Le mouvement propre d'une étoile ($\alpha = 15^h58^m,5$; $\delta = 20°56'$) $\mu = 1'',59$ a lieu dans la direction dont l'angle de position est $\psi = 218°$. Calculer les composantes μ_α et μ_δ du mouvement propre suivant les deux coordonnées. (VV)

1023. Le mouvement annuel propre de l'« étoile projectile de Barnard » est de $10'',25$ et sa parallaxe, de $0'',546$. Quelle est sa vitesse tangentielle?

1024. Quelle est la vitesse tangentielle de Sirius si sa parallaxe est égale à $0'',371$, et son mouvement propre annuel, à $1'',315$?

1025. La vitesse radiale de Véga est égale à —14km/s, son mouvement propre, à $0'',348$ par an et sa parallaxe, à $0'',124$. Calculer sa vitesse spatiale totale par rapport au Soleil. (VV)

1026. La vitesse radiale d'Aldébaran est égale à +54 km/s, et sa vitesse tangentielle, à 18 km/s. Trouver sa vitesse spatiale totale par rapport au Soleil. (VV)

1027. Les coordonnées de Sirius sont : $\alpha = 6^h41^m$; $\delta = -16°35'$. Son mouvement propre en ascension droite est égal à $-0^s,0374$ et en déclinaison, à $-1'',209$ par an; la vitesse radiale, à —7,5 km/s et la parallaxe, à $0'',38$. Calculer la vitesse spatiale totale de Sirius par rapport au Soleil et l'angle qu'elle forme avec le rayon visuel.

1028. La vitesse radiale d'Arcturus est égale à —22 km/s et sa vitesse tangentielle, à 23 km/s. Trouver l'angle formé par la direction du mouvement de l'étoile et le rayon visuel. (VV)

1029. La vitesse radiale de Bételgeuse est égale à +21 km/s, son mouvement propre, à $0'',032$ par an et sa parallaxe, à $0'',012$. Calculer sa vitesse spatiale totale par rapport au Soleil et l'angle formé dans l'espace par la direction du mouvement de l'étoile avec le rayon visuel. (VV)

1030. La vitesse spatiale totale de β Croix du Sud est égale à 21 km/s et sa vitesse radiale, à +13 km/s. Calculer sa vitesse tangentielle. (VV)

1031. La vitesse spatiale totale de 23 km/s de Canopus forme un angle de 37° avec le rayon visuel. Calculer les composantes radiale et tangentielle de la vitesse. (VV)

1032. La direction du mouvement de Capella forme un angle de 48°,2 avec le rayon visuel; la vitesse spatiale totale de son mouvement est égale à 45 km/s. Déterminer le mouvement propre annuel de l'étoile si sa parallaxe est égale à $0'',063$. (VV)

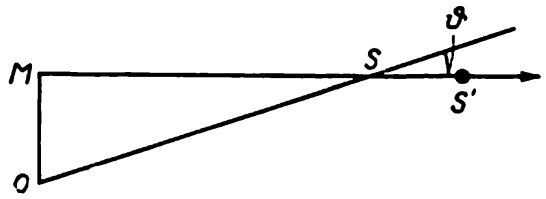


Fig. 39

1033. Soient la vitesse spatiale S de l'étoile, formant avec le rayon visuel un angle ϑ (fig. 39) ; les vitesses radiale V_r et tangentielle V_t de cette étoile, ainsi que sa parallaxe π, son mouvement propre μ et sa magnitude apparente m. Déduire les formules déterminant l'instant t où l'étoile se trouvera (ou s'est trouvée) à la plus courte distance du Soleil O au point M. Quelles seront alors les valeurs de π, μ, m, V_r et V_t (pour ce cas nous les affecterons de prime) ?

1034. D'après les formules de la réponse au problème précédent déterminer quand le Soleil et α Centaure se rapprochent au maximum. Quel seraient à cet instant la parallaxe, le mouvement propre et la magnitude visuelle apparente de l'étoile, si actuellement $V_r = -22$ km/s ; $V_t = 23$ km/s ; $m = 0{,}06$; $\mu = 3'',68$; $\pi = 0'',758$.

1035. Déterminer la date de l'approche maximale entre le Soleil et l'« étoile projectile de Barnard », si les données actuelles de cette étoile sont : $m = 9{,}57$; $\mu = 10'',25$; $\pi = 0'',546$; $V_r = 117$ km/s ; $V_t = 90$ km/s.

1036. Quels seront la parallaxe et le mouvement propre de l'« étoile projectile de Barnard » (cf. problème 1035) dans 2000 ans ?

1037. Déterminer l'apex du Système solaire et sa vitesse d'après les données suivantes. Les vitesses radiales algébriques moyennes des étoiles ont été calculées, en se guidant par les catalogues, à l'intérieur des carrés de 40° de côté et de centres dont les coordonnées sont données ci-dessous :

α	0^h	12^h	6^h	18^h	—	—
δ	0°	0°	0°	0°	+90°	−90°
Nombre d'étoiles	32	27	33	26	24	43
Vitesse radiale moyenne	+4,4	+0,8	+23,7	−15,1	−8,2	+9,3

1038. Peut-on, en principe, établir la courbure du mouvement du Système solaire dans l'espace par mesures systématiques des vitesses radiales d'un grand nombre d'étoiles, effectuées pendant une grande durée de temps ?

1039. Calculer la déclinaison de l'apex du mouvement du Système solaire en utilisant l'exemple qui suit et ses données. D'après le catalogue stellaire de Boss, on a calculé le nombre d'étoiles au voisinage de certaines valeurs de α (dans chaque cas, on a pris 200

étoiles) dont le mouvement propre en ascension droite est positif ou négatif et qui reposent au voisinage des ascensions droites de 0^h, 3^h, 6^h, etc. On a ainsi trouvé:

α	0^h	3^h	6^h	9^h	12^h	15^h	18^h	21^h
Positive	132	152	107	39	46	47	101	143
Négative	68	48	93	161	154	153	99	57

Traçons une circonférence et marquons sur elle les heures d'ascension droite ; près des heures d'ascension droite correspondantes (0^h, 3^h, etc.) traçons des flèches dont la longueur correspondra aux valeurs et aux directions du mouvement préférentiel des étoiles dans cette région. L'interpolation réalisée d'après ces données montre que le nombre de mouvements négatifs et positifs est nul dans les directions 6^h20^m et 18^h0^m d'ascension droite. En moyenne, l'ascension droite de l'apex est 18^h10^m.

Trouver d'une façon analogue la déclinaison de l'apex si l'on sait que le long des bandes entre 17^h30^m-18^h30^m et 5^h30^m-6^h30^m d'ascension droite les nombres d'étoiles de mouvement propre positif et négatif sont:

		de 90° à 60°	de 60° à 30°	de 30° à 0°	de 0° à −30°	de −30° à −60°	de −60° à −90°
$\alpha = 6^h$	Positives	3	9	22	29	31	16
	Négatives	10	35	72	40	32	3
$\alpha = 18^h$	Positives	10	25	22	8	6	4
	Négatives	7	13	38	59	46	9

1040. Supposons que le Système solaire se déplace vers la constellation de la Lyre parmi les étoiles fixes l'une par rapport à l'autre et se trouvant à la même distance du Soleil. Quelle loi doit alors régir la variation des vitesses radiales observées et des mouvements propres des étoiles en fonction de leur distance angulaire apparente λ par rapport à l'apex? (VV)

1041. Pourrait-on, en principe, déterminer la direction du mouvement du Système solaire dans l'espace en se fondant seulement sur les observations photométriques? (VV)

1042. A chaque seconde notre Système solaire s'approche de 14 km de Véga ($\pi = 0'',12$). Dans combien d'années l'éclat apparent de Véga augmentera de $0^m,1$?

1043. En admettant que les coordonnées de l'apex du Soleil soient $\alpha = 18^h0^m$; $\delta = +30°$, et la vitesse V_0, 19,5 km/s, calculer d'après la formule $V'_r = V_r + V_0 \cos\lambda$ la vitesse anomale radiale de l'étoile R Bouclier, pour laquelle la vitesse non corrigée du mouvement solaire est égale à +38,3 km/s et dont

les coordonnées sont : $\alpha = 280\ 1/2°$, $\delta = -6°$; dans la formule donnée, λ est la distance angulaire de l'étoile à l'apex. (VV)

1044. En adoptant pour l'apex du Soleil la valeur « standard » (voir problème précédent), calculer la vitesse radiale anomale de l'étoile U Licorne pour laquelle la vitesse non corrigée par rapport au Soleil est égale à 34,6 km/s et dont les coordonées sont : $\alpha = 111\ ^1/_2°$; $\delta = -10°$. (VV)

1045. Décomposer en ν et τ le mouvement propre de AG Cocher ($\alpha = 6^h20^m,1$; $\delta = 47°5'$) ; $\mu_\alpha = +0^s,0076$; $\mu_\delta = -0'',054$. *Indication* : Prendre les valeurs ordinaires des éléments du mouvement du Soleil. (VV)

1046. Décomposer en ν et τ le mouvement propre de l'étoile βR Bouclier ($\alpha = 18^h42^m,1$; $\delta = -5°49'$) dont le mouvement propre est $\mu_\alpha = -0^s,0039$; $\mu_\delta = -0'',030$. (VV)

1047. La parallaxe d'une étoile est $0'',0015$ et les composantes de son mouvement propre sont $\nu = 0'',015$; $\tau = 0',064$. Elle se trouve à $\lambda = 125°$ de l'apex du Soleil. Calculer les composantes de son mouvement propre anomal ν' et τ'. (VV)

1048. Le mouvement propre annuel d'une étoile de coordonnées $\alpha = 3^h0^m$; $\delta = +10°$ est égal à $0'',1$. En admettant que ce mouvement propre est complètement parallactique, c'est-à-dire un mouvement de perspective dû au déplacement du Système solaire, déterminer la parallaxe de l'étoile, en admettant que le Soleil se déplace vers le point de coordonnées $\alpha = 18^h0^m$; $\delta = +30°$ à la vitesse de 19,5 km/s.

1049. Déterminer la magnitude absolue moyenne des variables du type RV Taureau, si pour huit d'entre elles $\tau = 0'',0165$; $\overline{V} = 33,4$ km/s ; la magnitude apparente moyenne est égale à $8^m,5$. (VV)

1050. Pour un groupe d'étoiles aux indices physiques analogues, on a trouvé que la moyenne de la composante τ de leurs mouvements propres anomaux est égale à $0'',0150$ et que la vitesse moyenne anomale radiale, $V'_r = 10$ km/s. Calculer la parallaxe moyenne de ces étoiles. (VV)

1051. P. Parénago a trouvé pour 11 variables du type RV Taureau que $\nu \overline{\sin \lambda} = -0'',0022$; $\overline{\sin^2\lambda} = 0,366$; la magnitude apparente moyenne est égale à $8^m,7$. (Par la suite, il a précisé ces données.) En posant la vitesse du Système solaire égale à 19,5 km/s, calculer la parallaxe moyenne de ce groupe d'étoiles et leur magnitude absolue moyenne. (VV)

1052. Pour 19 étoiles chaudes des classes spectrales O8 à O9, on a trouvé à partir de leurs mouvements propres que les composantes $\overline{\tau} = 0'',0054$; $\frac{\overline{\nu \sin\lambda}}{\overline{\sin^2\lambda}} = 0'',082$. La magnitude moyenne apparente de ces 19 étoiles est égale à $6^m,04$. Trouver leur parallaxe moyenne et leur magnitude absolue moyenne. (VV)

1053. La distance angulaire de l'étoile au radiant d'un amas en mouvement (ou courant stellaire) $\theta = 30°$, sa vitesse radiale est égale à $+48$ km/s, et son mouvement propre, à $0'',18$. Déterminer la parallaxe de ce courant.

1054. Déterminer la vitesse spatiale et la parallaxe d'un amas en mouvement des Hyades d'après les données suivantes connues pour l'une des étoiles de ce groupe:

$$\mu = 0'',115, \quad V_r = +38,6 \text{ km/s}, \quad \theta = 29°,1.$$

1055. Quelle est, en parsecs, la distance à l'Etoile Polaire, si sa magnitude absolue, établie spectralement, est égale à $-2^m,4$ et sa magnitude apparente, à $+2^m,1$. Faire de même pour la Nova d'Hercule, si sa magnitude absolue, établie spectralement, est de $-7^m,5$ et sa magnitude apparente (à l'éclat maximum), de $+1^m,2$.

1056. La différence entre la magnitude m_p de l'objet établie par observation photographique et m_v établie par observation visuelle s'appelle indice de couleur I. Plus l'étoile est rouge, plus I est grand. Pour les étoiles bleues, l'indice de couleur est négatif étant lié à la température absolue T de l'étoile par la relation

$$I = m_p - m_v = \frac{7200}{T} - 0,64,$$

où m_v est la magnitude visuelle et m_p, la magnitude photovisuelle de l'étoile. Quelles sont les températures auxquelles l'indice de couleur varie plus vite? (VV)

1057. L'indice de couleur des étoiles peut être exprimé par la formule

$$I = M_p - M_v = \frac{7200}{T} - 0,64,$$

où M_v est la magnitude visuelle; M_p, la magnitude photographique absolue de l'étoile, et T, sa température. Déterminer la limite supérieure des valeurs négatives de l'indice de couleur.

1058. Ci-dessous sont données les magnitudes photographiques et visuelles des étoiles brillantes. Disposez-les dans l'ordre de la couleur: blanches, jaunes, oranges, rouges. (VV)

Etoiles	Magnitudes photographiques	Magnitudes visuelles
Spica	0,94	1,21
Antarès	2,95	1,22
Altaïr	1,05	0,89
Capella	0,88	0,21
Arcturus	1,36	0,24
Riegel	0,30	0,34
α Centaure	0,63	0,06

1059. Utiliser le tableau des indices de couleur des étoiles (tableau XIV) pour déterminer les magnitudes photographiques des composantes de la binaire γ Andromède, si leurs classes spectrales sont K0 et B9 et les magnitudes visuelles respectives, $2^m,28$ et $5^m,08$.

1060. Comparer la photographie et la carte du ciel (fig. XVI et XVII) dans la région des constellations du Centaure, de la Croix du Sud et de la Mouche pour trouver les étoiles jaunes et rouges (parmi celles qui sont marquées par des lettres) en les disposant dans l'ordre de leur rougissement plus fort (dans l'ordre d'un plus grand indice de couleur). (VV)

1061. Quel devrait être l'écartement D_0 des miroirs d'un interféromètre stellaire pour qu'il assure la mesure du diamètre angulaire β d'une nova pour laquelle à l'instant du maximum d'éclat on adopte $m_v = 1{,}0$; $\pi = 0'',002$; $T = 10\,000°$. Poser que la longueur d'onde effective λ rayonnée par la nova est égale à 5 000 Å. Pour le calcul du diamètre angulaire en secondes d'arc, on a la formule

$$\beta'' = \frac{1{,}22\lambda}{D_0} \cdot 206\,265.$$

1062. Utiliser la formule $d = 11''6 : D$ caractéristique du pouvoir de résolution d'un télescope, où D est le diamètre de son objectif en centimètres, pour établir quel télescope pourrait permettre de voir directement le disque vrai de la géante Bételgeuse dont le diamètre angulaire est de $0'',04$. (VV)

1063. Comparer les diamètres de α Scorpion et de l'« étoile projectile de Barnard » si l'on sait que leurs magnitudes absolues sont respectivement de $-4{,}0$ et $+13{,}4$ et que leurs températures (et donc, leurs éclats superficiels) sont indentiques. (VV)

1064. Calculer le rayon de β Centaure si sa température $T = 21\,000°$ et sa magnitude visuelle absolue $M_v = -3{,}8$. (VV)

1065. Calculer le rayon d'Antarès, si l'on sait que sa température $T = 3100°$ et sa magnitude absolue $M_v = -4{,}0$. (VV)

1066. Calculer le rayon du compagnon de Sirius, si l'on sait que sa température $T = 7500°$ et sa magnitude absolue $M_v = 11{,}2$. (VV)

1067. Calculer le rayon d'Aldébaran et son diamètre angulaire apparent si l'on sait que sa parallaxe $\pi = 0'',057$; $T = 3300°$ et $M_v = -0{,}1$. (VV)

1068. Quel diamètre devrait avoir le compagnon de Sirius si sa magnitude absolue est de 10 unités plus faible que celle de Sirius, la distance entre ces étoiles étant de 20,4 u.a. et si son éclat est dû à la lumière de Sirius réfléchie, comme dans le cas d'une planète? La magnitude absolue de Sirius est de $+1{,}3$.

Indication: Adopter que le pouvoir de reflexion du compagnon est le même que celui de Jupiter distant de 5,2 u.a. du Soleil et dont la magnitude en opposition est de $-2{,}2$; la magnitude absolue du Soleil est égale à $+5{,}0$ et sa magnitude apparente, à $-26{,}8$. (VV)

1069. Si l'on connaît l'indice de couleur, la température d'une

étoile peut être établie d'après la formule

$$T = \frac{7200}{I + 0,64}.$$

Calculer la température moyenne des étoiles des classes spectrales B0, A0 et dG0, si l'on sait que leurs indices de couleur moyens sont égaux respectivement à —0,33; 0,00; 0,57. (VV)

1070. Déterminer d'après l'indice de couleur I (donné entre parenthèses) la température des étoiles suivantes: δ Eridan (1,12); ε Gémeaux (0,92); Procyon (0,47) et τ Scorpion (—0,33). (VV)

1071. On appelle indice thermique la différence entre les magnitudes de l'objet déterminées visuellement (m_v) et à l'aide d'un radiomètre ou d'un couple thermo-électrique (m_r). Cette quantité est liée à la température de l'étoile par la relation

$$m_v - m_r = 10 \log T + \frac{29\,500}{T} - 42,1.$$

Dans quelles limites change la température des variables à longue période, si en moyenne leur indice thermique est égal à +4,3 à l'époque de l'éclat maximal, et à +7,8, à l'époque de l'éclat minimal? (VV)

1072. Calculer la température moyenne des géantes de la classe spectrale K0, si l'on sait que leur indice thermique est en moyenne égal à + 1,2. (VV)

1073. L'étoile α Orion rayonne vers la Terre une quantité de chaleur égale à $7,7 \cdot 10^{-11}$ cal/cm² par minute. Quelle serait la chaleur reçue par la Terre à partir de cette étoile si on la recueille par le miroir d'un télescope de 2,5 m d'ouverture? (VV)

1074. Calculer quelle quantité de glace est capable de faire fondre pendant une année la chaleur rayonnée à la Terre par l'étoile Sirius et recueillie par un miroir de 1 m de diamètre, si pendant une minute 1 cm² de la surface terrestre perpendiculaire aux rayons de cette étoile reçoit une quantité d'énergie égale à $5,8 \cdot 10^{-11}$ calorie? (VV)

1075. L'étoile α Bouvier rayonne par minute vers 1 cm² de la surface terrestre perpendiculaire à ses rayons $64 \cdot 10^{-12}$ calorie. La parallaxe de l'étoile est égale à 0",08 et son rayon est 26 fois plus grand que le rayon solaire. Calculer la température de α Bouvier. (VV)

1076. L'étoile α Orion envoie par minute vers la Terre une quantité d'énergie traduite par la grandeur $7,7 \cdot 10^{-11}$ cal/cm². Calculer d'après ces données la température de cette étoile, si l'on sait que sa parallaxe est égale à 0",011 et son diamètre angulaire mesuré à l'interféromètre, à 0",047. (VV)

1077. Calculer la température d'Arcturus, si l'on sait que, pendant une minute, il rayonne vers 1 cm² de la surface terrestre perpendiculaire à ses rayons $6,4 \cdot 10^{-11}$ calorie, que sa parallaxe est éga-

le à 0″,080 et son diamètre angulaire mesuré à l'interféromètre, à 0″,020. (VV)

1078. Calculer la température d'Aldébaran, si l'on sait que sa magnitude visuelle est égale à 1,1 et son diamètre angulaire, à 0″,020. (VV)

1079. Quelle est la masse de l'Etoile Polaire donnée par la courbe *masse-magnitude absolue* (fig. 38), si sa magnitude absolue est égale à —2,4? (VV)

1080. Déterminer d'après la courbe masse-magnitude absolue la masse de l'étoile 70 Serpentaire A, si l'on sait que sa parallaxe est égale à 0″,19, et sa magnitude apparente, à 4,3. (VV)

1081. Déterminer la densité moyenne de Capella en utilisant la relation masse-magnitude absolue, si l'on sait que la magnitude absolue de Capella est égale à —0,3 (pour le Soleil elle est de +4,9) et que sa température est égale à 6000°. (VV)

1082. Calculer d'après les données suivantes, en grammes par centimètre cube, la densité moyenne de l'étoile 40 Eridan B : la masse de l'étoile est égale à 0,44 de la masse du Soleil ; $T = 11\,000°$; $M_v = 11{,}2$. (VV)

1083. Déterminer d'après les données suivantes la densité moyenne d'une naine blanche, compagnon d'une autre étoile. Les deux étoiles ont le même spectre. La densité moyenne de l'étoile principale est de 0,2 g/cm³. La différence entre les magnitudes apparentes de l'étoile principale et du compagnon est égale à 10, et le rapport entre leurs masses est 2 : 1. (VV)

1084. La masse des étoiles les plus chaudes et les plus grosses (classe spectrale B) est en moyenne de $20 \cdot 10^{33}$ g et leur vitesse, environ de $15 \cdot 10^5$ cm/s. Les étoiles du type soleil ont des masses environ de $2 \cdot 10^{33}$ g et des vitesses environ de $64 \cdot 10^5$ cm/s. Les masses des étoiles les plus froides et les plus petites (classe spectrale M) sont environ de $1{,}2 \cdot 10^{33}$ g et leurs vitesses, environ de $78 \cdot 10^5$ cm/s.

Comparer les énergies cinétiques en tenant compte des différences aussi grandes entre les masses et les vitesses de ces deux groupes d'étoiles. (VV)

XXV. ETOILES DOUBLES

II

Les étoiles doubles (ou binaires) peuvent être *visuelles*, lorsque, au télescope, leur binarité est révélée directement, et *spectroscopiques*, dont la binarité est révélée par le dédoublement périodique des raies spectrales. Les doubles visuelles peuvent être *optiques*, pour lesquelles la proximité apparente est due à l'action de la perspective, et *physiques*, dans lesquelles les composantes sont réellement proches l'une de l'autre et tournent chacune sur son orbite autour d'un centre de gravité commun d'après les lois de gravitation et, en particulier, en vérifiant les lois de Kepler. Dans les cas courants,

on observe l'orbite du compagnon autour de l'étoile principale. Généralement, elle se présente à la vue comme une projection sur la sphère céleste, formant avec le rayon visuel un angle qui se distingue d'un angle droit à la grandeur i de l'inclinaison de l'orbite.

La position du compagnon par rapport à l'étoile principale est caractérisée par la distance angulaire mesurée ρ et son angle de position θ, c'est-à-dire par l'angle que cette direction forme avec la direction vers le pôle Nord céleste. Cet angle se compte dans le sens direct (inverse de celui des aiguilles d'une montre). L'étoile principale se trouve généralement hors du foyer de l'ellipse apparente (conséquence de la projection), mais se trouve certainement au foyer de l'ellipse vraie de l'orbite. La projection sur la sphère céleste du demi-axe de l'orbite vraie passe par le centre de l'ellipse apparente et l'étoile principale. Si a est le demi-grand axe de l'orbite exprimé en secondes d'arc, A est exprimé en kilomètres et π est la parallaxe, on a

$$A = \frac{a}{\pi}.$$

Il s'ensuit que d'après la troisième loi de Kepler, la masse d'une étoile double $m_1 + m_2$ peut être exprimée par la formule

$$m_1 + m_2 = \frac{A^3}{P^2} = \frac{a^3}{\pi^3 P^2},$$

où m_1 et m_2 sont exprimées en masses solaires et P est la période de révolution en années.

Ceci rend possible la détermination de ce qu'on appelle la parallaxe dynamique d'une étoile double d'après la formule

$$\pi = \frac{a}{\sqrt[3]{P^2 (m_1 + m_2)}};$$

si on pose $(m_1 + m_2)$ égal à la double masse du Soleil, on obtient des parallaxes plus on moins proches de la réalité. Un résultat plus précis est fourni par la méthode des approximations successives, lorsque, après avoir trouvé la parallaxe, on détermine la magnitude absolue des composantes, et d'après la courbe masse-magnitude absolue on établit la masse de chacune des composantes, après quoi on porte de nouveau la somme des masses dans la formule. Reprenant cette méthode plusieurs fois on obtient une parallaxe plus exacte.

Si le décalage des raies d'un spectre observé d'une binaire spectroscopique est porté sur un graphique en fonction du temps, on obtient la courbe des vitesses ; si ensuite on mène une droite parallèle à l'axe des abscisses et coupant la courbe des vitesses de façon que les aires au-dessous de la courbe et celles au-dessus d'elle soient égales, la distance entre cette droite et l'axe des abscisses donne la vitesse du centre de gravité du système. Pour les doubles spectroscopiques l'angle d'inclinaison i reste inconnu. La quantité ω qui est la

distance du périastre au nœud, est déterminée d'après la courbe des vitesses radiales.

Un cas particulier des doubles spectroscopiques est celui des doubles ou binaires à éclipses, ou des étoiles du type Algol dans lesquelles les plans des orbites passent par le rayon visuel et c'est pourquoi une des étoiles éclipse périodiquement l'autre.

Deuxième cycle

1085. Quelle est la distance maximale entre les composantes d'une étoile double à laquelle l'étoile peut apparaître comme un seul disque dans un grand réfracteur de 76 cm (30 pouces) d'ouverture?

1086. Quelle est la magnitude apparente d'une étoile double dont les composantes sont d'un éclat de $1^m,0$ et $2^m,0$?

1087. L'étoile double Castor (α Gémeaux) se compose de deux étoiles de magnitudes 2,0 et 2,8. Quel est l'éclat total de la binaire en magnitudes?

1088. Démontrer que, si une étoile double est optique (c'est-à-dire si le compagnon n'est pas lié physiquement à l'étoile principale, mais se trouve seulement presque sur le même rayon visuel que celle-ci et le mouvement régulier apparent est conditionné par les mouvements propres des deux étoiles qui se déplacent suivant une ligne droite), alors on vérifie les relations suivantes

$$\rho^2 = a^2 + (t-T)^2 m^2 \quad \text{et} \quad \operatorname{tg}(\theta - \theta_0) = \frac{m}{a}(t-T),$$

où a est la perpendiculaire abaissée de l'étoile considérée comme fixe sur la ligne du mouvement du compagnon; θ_0 l'angle de position de cette perpendiculaire; t, le temps auquel correspond la distance ρ entre les étoiles sous l'angle de position θ; T, l'instant, où le compagnon se trouve à la base de cette perpendiculaire; m, le mouvement annuel du compagnon. (Si les observations s'accordent avec ces formules, le couple est optique.) (VV)

1089. Calculer la somme des masses de l'étoile double Capella, si le demi-grand axe de l'orbite de ses composantes est égal à 0.85 u.a. et la période de révolution, à 0,285 année.

1090. Calculer la somme des masses de l'étoile double Procyon, si la période de révolution de son compagnon autour de l'étoile principale est égale à 39 ans et le demi-grand axe de son orbite est de 13 u.a.

1091. Le demi-grand axe de l'orbite de l'étoile double α Centaure est vu sous un angle de $17'',65$. De combien de fois cette distance est plus grande que celle de la Terre au Soleil? *Indication*: La parallaxe de l'étoile est égale à $0'',75$. (VV)

1092. Calculer la masse de la binaire α Centaure pour laquelle

$$\pi = 0'',75, \quad P = 79 \text{ ans}, \quad \alpha = 17'',6.$$

1093. La période de révolution de l'étoile double ε Hydre est de 15,3 ans, sa parallaxe, de 0″,020 et les dimensions angulaires du demi-grand axe de son orbite, de 0″,23. Déterminer les dimensions linéaires du demi-grand axe et la somme des masses de ses composantes.

1094. La parallaxe de la binaire α Gémeaux est de 0″,076, les dimensions angulaires du demi-grand axe de son orbite, de 6″,06, et la période de révolution, de 306 ans. Calculer la somme des masses des composantes.

1095. La parallaxe de l'étoile double ϰ Pégase de 0″,026 est déterminée avec une erreur probable de ± 0″,005. Comment changera la somme calculée des masses de cette étoile, si on prend pour parallaxe sa valeur augmentée de son erreur probable? Le demi-grand axe de l'orbite est égal à 0″,29. (VV)

1096. Admettons que la distance apparente entre deux étoiles doive être au moins de 0″,2 pour qu'elles puissent être discernées comme deux étoiles isolées dans les plus grands télescopes; supposons encore que la distance à l'étoile double est de 500 parsecs. Quelle devrait être alors la distance en unités astronomiques entre ses composantes pour qu'elles puissent être observées comme des étoiles isolées? Si la masse de chaque étoile est égale à la masse du Soleil, quelle sera la période de leur révolution? Si leurs dimensions et éclats superficiels sont les mêmes que ceux du Soleil, quelle sera la magnitude apparente totale et la magnitude apparente de chacune d'elles?

1097. La parallaxe de la double visuelle Castor est égale à 0″,076, son mouvement propre à 0″,20 par an, la vitesse radiale du système, à + 3 km/s, la magnitude apparente des composantes, à 2,0 et 2,8 magnitudes; le demi-grand axe de l'orbite, à 6″,06; la période de révolution, à 306 ans. Calculer le demi-grand axe en kilomètres, l'éclat des composantes par rapport au Soleil, la vitesse orbitale relative du compagnon en kilomètres par seconde, la masse de deux étoiles, le rapport entre leurs rayons (la température de deux étoiles est la même) et la vitesse du système dans son ensemble. (VV)

1098. Admettons que la densité des composantes d'une étoile double est égale à la densité solaire et que les deux composantes, considérées comme sphériques, se trouvent en contact; quelle est la période de leur révolution, si la masse de chacune d'elles est égale à $^1/_{10}$ de la masse solaire? Quelle est leur vitesse relative en kilomètres par seconde? (VV)

1099. Déterminer la parallaxe dynamique de l'étoile double α Centaure en égalant la somme des masses de ses composantes à deux masses du Soleil. La période de révolution du couple est de 78,8 ans et le demi-grand axe de son orbite est de 17″,65.

1100. Calculer la parallaxe dynamique de l'étoile double β 7642 pour laquelle $a = 2''{,}87$ et la période $P = 317{,}5$ ans. La parallaxe trigonométrique est égale à 0″,088. Comment expliquer la différence entre les parallaxes?

1101. Calculer par la méthode des approximations successives en utilisant la courbe masse-magnitude absolue (fig. 38) la parallaxe dynamique de la binaire $\varkappa$ Pégase d'après les données suivantes: demi-grand axe $a = 0'',29$; période $P = 11,35$ ans; magnitudes apparentes des composantes: 4,8 et 5.5. (VV)

1102. Utiliser la courbe masse-magnitude absolue (fig. 38) pour calculer par la méthode des approximations successives la parallaxe dynamique de l'étoile double ζ Hercule en partant des données: $P = 34,5$ ans; $a = 1'',35$; magnitudes apparentes: 3,0 et 6,5. (VV)

1103. Le pas d'un tour de vis d'un micromètre à croisée de fils est égal à $8'',14$. Le fil mobile, perpendiculaire à la ligne qui lie les étoiles, a dû être déplacé, dans le champ de vision de l'oculaire, à 0,34 de tour de vis pour qu'il passe de la coïncidence avec le fil fixe (qui visait tout le temps l'une des étoiles) en position dans laquelle il couvre la deuxième étoile. Quelle est la distance entre les composantes de la binaire? (VV)

1104. Quelle est la distance angulaire α entre les deux composantes d'une étoile double serrée, si, lors de son observation à l'interféromètre stellaire, les bandes d'interférence ont disparu avec l'écartement des miroirs à $D_0 = 206$ cm; $\alpha = 206\ 265\ \lambda : 2D_0$. *Indication*: Admettre que la longueur d'onde effective λ émise par l'étoile est égale à 5500 Å. (VV)

1105. La distance ρ de la faible étoile à l'étoile brillante ne dépasse pas $1''$ et varie en fonction du temps t d'après la loi

$$\rho = 1'',0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + t_0\right),$$

où T est la période et t_0, l'instant zéro du temps. Que peut-on dire de ces étoiles? (VV)

1106. En adoptant que le rapport entre les masses de deux composantes d'une binaire visuelle est 4 : 3, que son orbite est circulaire et que l'inclinaison de cette orbite est de 60°, tracer les orbites apparentes des deux composantes et l'orbite relative en prenant une échelle correcte des dimensions relatives.

1107. La figure 40 représente l'orbite apparente du compagnon d'une étoile double par rapport à la composante principale et donne la position du cercle de déclinaison qui passe par l'étoile principale. Déterminer graphiquement l'angle de position de la projection du demi-grand axe de l'orbite sur la sphère céleste. (VV)

1108. La figure 41 représente l'orbite apparente du compagnon d'une binaire par rapport à la composante principale. En relevant les mesures sur le dessin, déterminer l'excentricité de l'orbite vraie. (VV)

1109. Sur la figure 41 sont marqués les points qui visualisent les positions du compagnon, observées au télescope aux années correspondantes, par rapport à l'étoile principale du système ζ Hercule (l'image est renversée). D'après ces observations tracer sur le dessin l'ellipse régulière de l'orbite apparente (l'établir d'après les règles

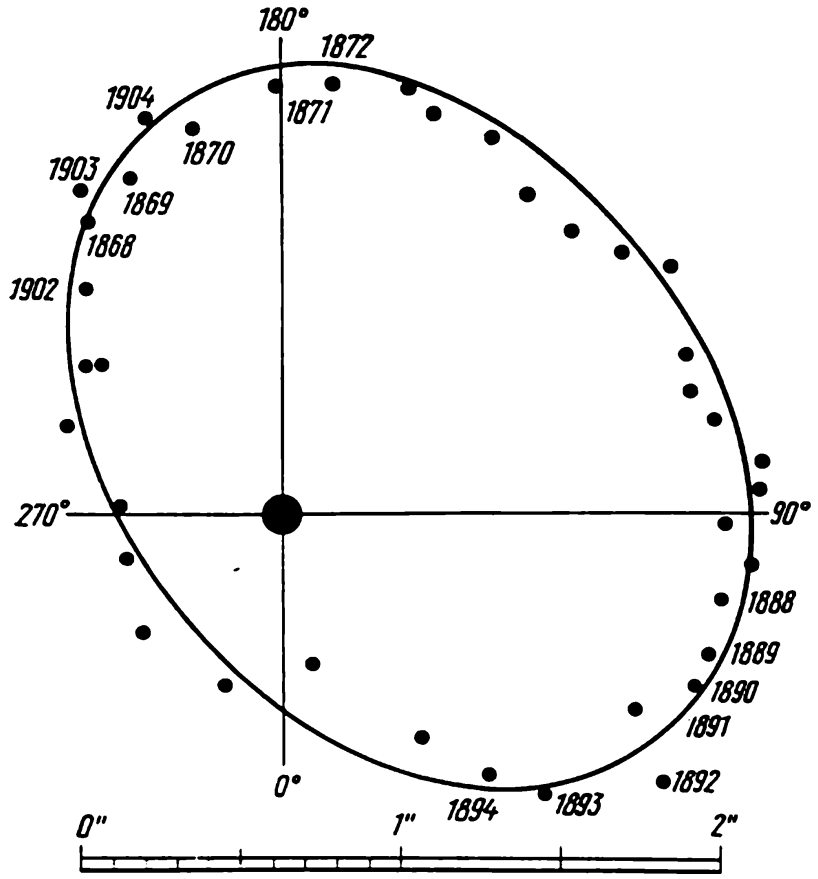


Fig. 40. Orbite apparente d'une étoile double

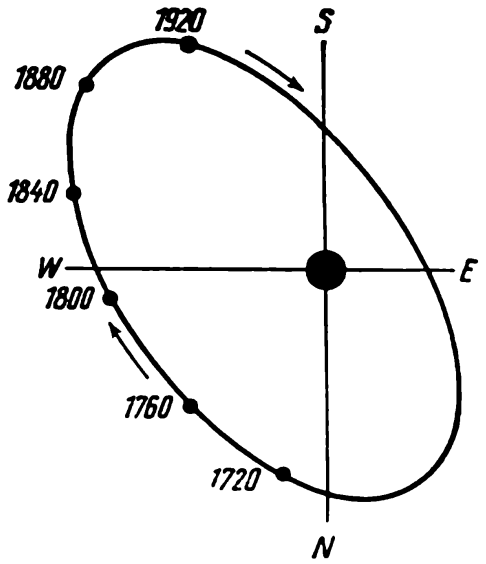


Fig. 41. Orbite apparente du compagnon de ζ Hercule

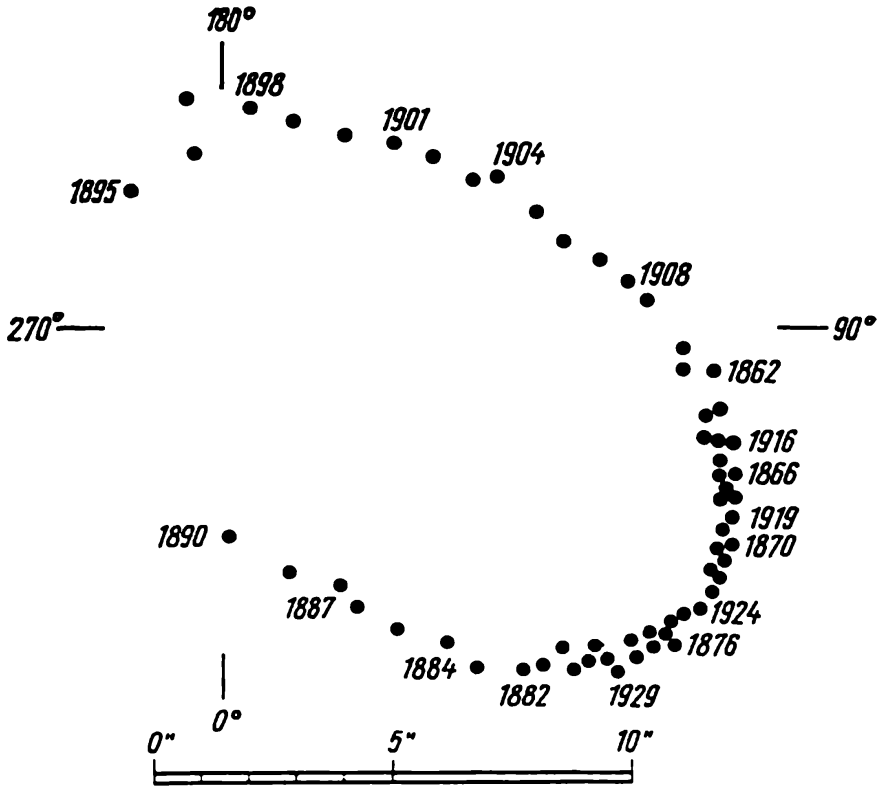


Fig. 42. Orbite apparente du compagnon de Sirius

de construction de cette courbe) et, en sachant que l'inclinaison de l'orbite est de 48°, tracer l'ellipse de l'orbite réelle du compagnon par rapport à l'étoile principale. Déterminer la période de révolution, l'excentricité et le demi-grand axe de l'orbite. Trouver l'instant de passage du compagnon par le périastre et la somme des masses du système (parallaxe 0",11). Faire le même exercice pour l'étoile double Sirius (fig. 42), pour laquelle l'inclinaison de l'orbite $i = 43°$ et la parallaxe est de 0",37. (VV)

1110. Construire l'orbite apparente de la binaire visuelle β Dauphin, évaluer la période de sa révolution, le demi-grand axe de l'orbite apparente et l'excentricité d'après les données suivantes (les observations sont faites par diverses personnes aux télescopes différents et ne sont pas parfaitement exactes):

t	θ	d	t	θ	d
1873,6	355°	0",7	1877,8	48°,8	0",32
1874,7	15,6	0,65	1878,6	53,7	0,24
1874,7	13,6	0,49	1878,7	59,2	—
1874,7	6,5	0,66	1880,7	133,6	0,26
1875,6	20,1	0,54	1881,5	149,2	0,26
1875,9	15,1	0,42	1882,6	167,5	0,26
1876,7	25,8	0,48	1883,6	182,5	0,23
1877,7	29,7	0,51			

(Ivanov)

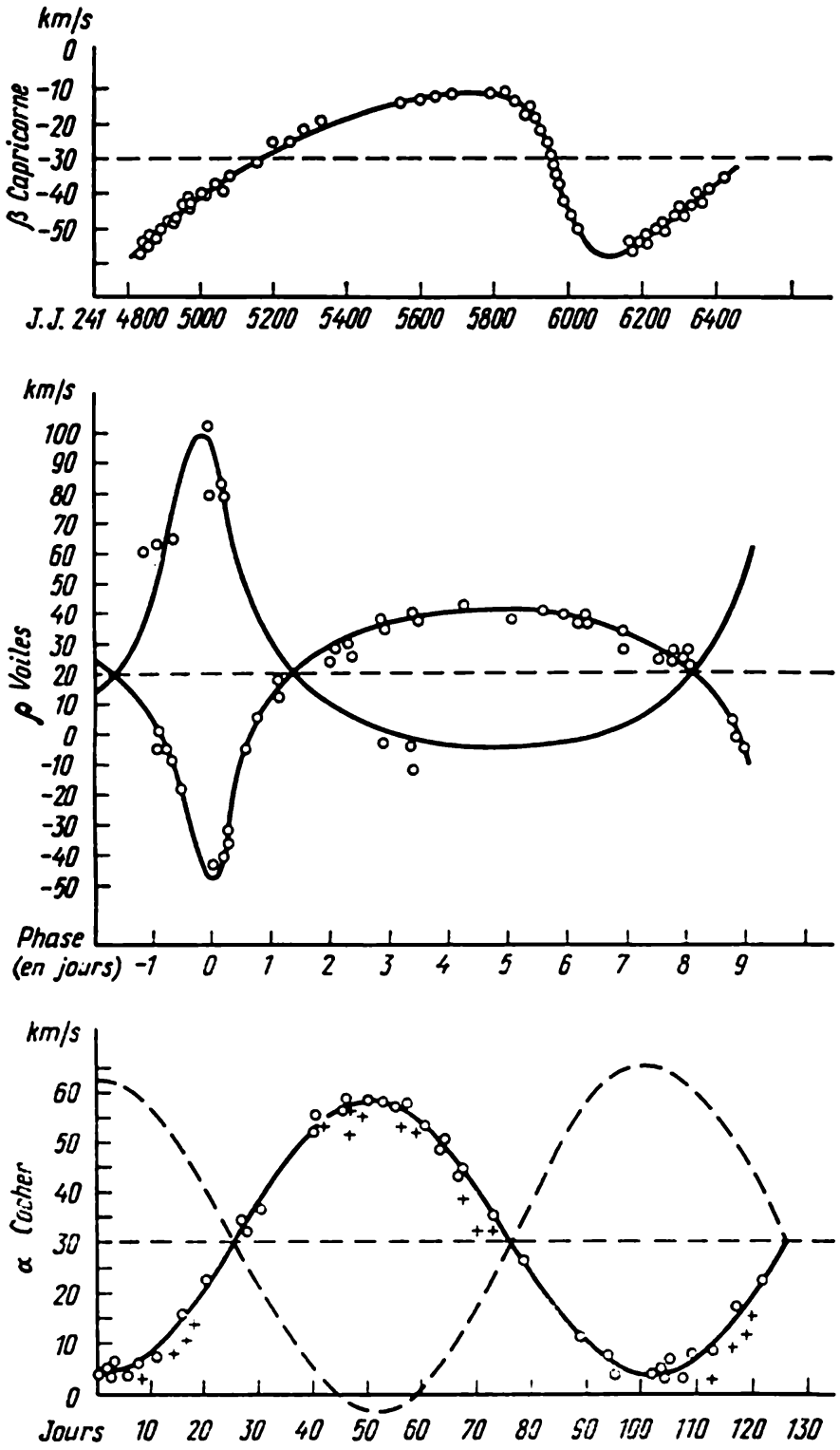


Fig. 43. Courbes des vitesses radiales des binaires spectroscopiques

1111. Dans le spectre de Mizar, la distance entre les composantes de la raie d'hydrogène H_γ se dédoublant périodiquement (longueur d'onde 4341 Å) est de 0,5 Å. Quelle est la vitesse orbitale relative du système binaire dans la projection sur le rayon visuel ?

1112. Quelle est la vitesse du centre de gravité des binaires spectroscopiques β Capricorne, ρ Voiles et α Cocher (fig. 43) ?

1113. Pour les étoiles doubles spectroscopiques, il existe une relation entre les masses m_1 et m_2 de leurs composantes et les demi-grands axes a_1 et a_2 des orbites par rapport à leur centre de gravité commun :

$$\frac{(a_1+a_2)\sin^3 i}{P^2} = (m_1+m_2)\sin^3 i,$$

où P est la période de révolution et i, l'inclinaison de l'orbite. Démontrer que, si on exprime $a \sin i$ non pas en unités astronomiques mais en millions de kilomètres, et P non plus en années, mais en jours, cette expression se ramène à la forme

$$(m_1+m_2)\sin^3 i = \frac{(a_1+a_2)\sin^3 i}{25{,}0P^2}. \qquad \text{(V.V.)}$$

1114. Déterminer le rapport des masses des composantes de la binaire spectroscopique β Scorpion, si les demi-amplitudes des vitesses radiales de l'étoile principale et du compagnon sont égales respectivement à $k_1 = 152$ et $k_2 = 126$ km/s. (VV)

1115. Calculer la valeur approchée de ω, c'est-à-dire de la distance du périastre au nœud pour trois systèmes binaires spectroscopiques représentés sur la figure 43 en utilisant la figure 44.

1116. Supposons que la vitesse relative des composantes doit être égale au moins à 8 km/s pour qu'on puisse établir, par la méthode spectroscopique, que l'étoile est une binaire. Quel devrait être le rapprochement entre deux étoiles pour qu'on puisse lever le doute si la masse du système est égale à dix masses solaires ? *Indication* : Admettre que l'orbite est circulaire et que le plan de l'orbite passe par le rayon visuel.

1117. Déterminer le rayon de l'orbite de la binaire spectroscopique Lacaille 3105, si, comme cela est établi d'après le dédoublement des raies de son spectre, la vitesse relative des composantes est de 620 km/s et la période est égale à $3^j2^h46^m$. *Indication* : Admettre que l'orbite est circulaire, que son plan passe par le Soleil et que les mesures des deux composantes sont égales entre elles.

1118. Déterminer le rayon de l'orbite décrite par Spica comme composante d'un système binaire spectroscopique de vitesse orbitale relative égale à 91 km/s et de période de $4^j0^h19^m$. *Indication* : Poser que l'orbite est circulaire et que son plan passe par le Soleil.

1119. Déterminer la masse d'un système binaire spectroscopique pour lequel le rayon de l'orbite apparente coïncide avec le rayon vrai de l'orbite relative, si les deux étoiles sont identiques, la période est

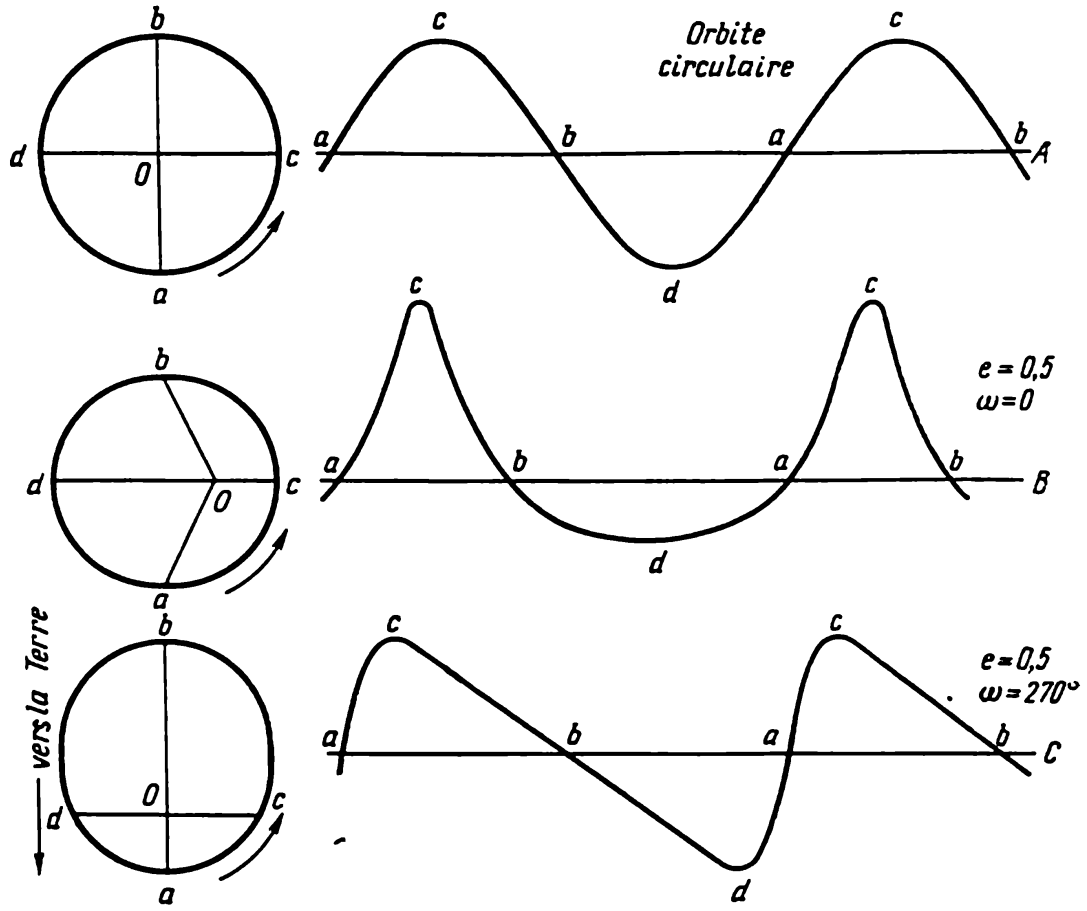


Fig. 44. Courbes des vitesses radiales des binaires spectroscopiques aux orbites différentes

de $3^{j}2^{h}46^{m}$ et que le rayon de l'orbite apparente est égal à 26 600 000 km.

1120. Quelle est la masse du système, si la masse de l'étoile principale « sombre » du système binaire du problème 1118 est égale à celle de l'étoile brillante? (Dans ce cas, le rayon de l'orbite relative est de diamètre de l'orbite de Spica.)

1121. Quelle est la masse du système (cf. problème 1118), si la masse de l'étoile « sombre » est égale à un quart de la masse de l'étoile brillante? (Dans ce cas, l'orbite de l'étoile « sombre » est d'un rayon quatre fois plus grand que celui de Spica et le rayon de l'orbite relative est cinq fois plus grand que le rayon de l'orbite relative de Spica.)

1122. Calculer la masse du système de Spica (cf. problème 1118) en admettant que la masse de l'étoile brillante soit infiniment petite par rapport à celle de l'étoile « sombre ». (La réalisation de ces conditions est, certes, peu probable.)

1123. L'orbite circulaire d'une binaire visuelle de composantes aux magnitudes 7,3 et 7,3 ayant le même spectre (classe G) est inclinée au rayon visuel à 45°. La vitesse radiale maximale observée

du compagnon par rapport à l'étoile principale est de 20 km/s et la vitesse maximale observée du mouvement du compagnon est de 0″,05 par an. La période de révolution est de 6 ans; l'orbite est circulaire. Déterminer les dimensions, la parallaxe, la masse et la luminosité de chaque composante du système, le rayon de l'orbite relative. Comparer les masses obtenues avec celles qu'on peut obtenir d'après une luminosité définie et la courbe masse-magnitude absolue. (VV)

XXVI. VARIABLES ET NOVAE

Les étoiles variables peuvent être *périodiques* et *irrégulières*. Les variables périodiques sont caractérisées par le fait que leur éclat change périodiquement. Les variations d'éclat sont définies par l'*amplitude*, c'est-à-dire par la valeur de son changement, et par la durée de la période P qui est établie par observation. L'instant de l'apparition d'un éclat défini, par exemple, de son maximum, se calcule d'après la formule

$$M = M_0 + PE,$$

où M_0 est un instant donné quelconque du maximum et E, un nombre entier. Dans de tels calculs, il est commode d'exprimer les instants en jours, dits juliens, lorsque chaque jour d'une année est déterminé par son quantième. Le jour julien qui correspond à chaque jour du mois et de l'année se trouve dans un annuaire astronomique (dans sa partie variable ou constante). *Indication*: Il est plus commode d'exprimer les heures et les minutes en fractions du jour et utiliser à cet effet la table III à la fin du livre.

Suivant la forme de leur courbe de lumière et la période, les variables périodiques se divisent en étoiles du type *Algol* (ou étoiles doubles à éclipses), *Céphéides* (à courte ou à longue période de quelques heures à quelques jours) et étoiles à *longue période*. Le facteur qui détermine la variation de l'éclat des étoiles du type Algol est indiqué au chapitre XXV. Leur courbe de lumière est caractérisée par une longue période d'éclat constant et par des périodes relativement courtes et rapides de la variation définie par l'éclipse d'une étoile par l'autre. La courbe de lumière des Céphéides est caractérisée par une allure continue, son renforcement étant généralement plus rapide que son affaiblissement. Leur variabilité est due aux pulsations périodiques de la surface (c'est-à-dire aux variations périodiques des dimensions de l'étoile) qui s'accompagnent de variations de température. Les Céphéides possèdent cette propriété remarquable que leur éclat vrai (ou leur magnitude absolue) est lié à la durée de la période de la variation de l'éclat. Cette relation sous la forme d'une courbe *période-magnitude absolue* est représentée sur la figure 45.

Les courbes de lumière des étoiles à longue période ressemblent à celles des Céphéides, mais elles changent quelque peu d'une fois à

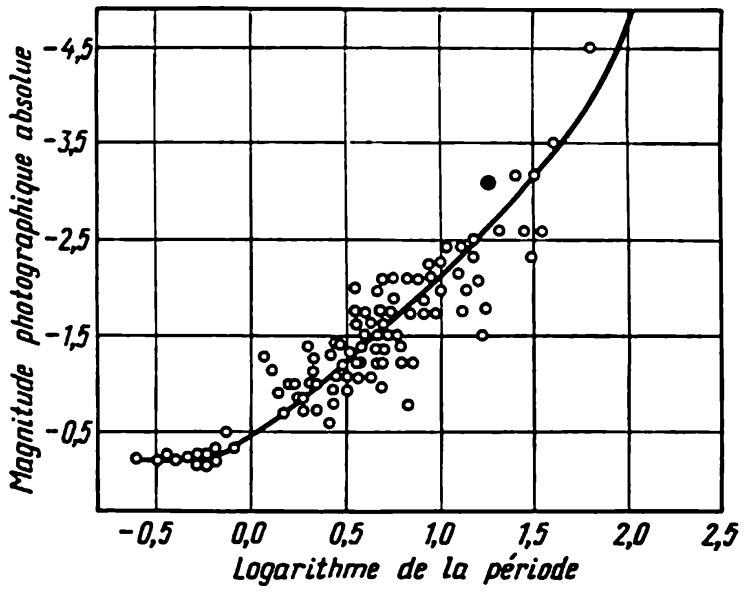


Fig. 45. Courbe *période-magnitude absolue* des Céphéides. En abscisses sont portés les logarithmes de la période exprimée en jours

l'autre et leur période est supérieure à 90 jours. Les causes de la variation de l'éclat sont vraisemblablement les mêmes que dans le cas des Céphéides.

Premier cycle

1124. Comparer trois photographies de la même région du ciel (fig. XVIII) et trouver les étoiles variables. (VV)

1125. La variable Mira Ceti atteint au maximum d'éclat la magnitude 2,5 et au minimum, la magnitude 9,2. De combien de fois au maximum son éclat est plus fort qu'au minimum?

1126. De combien de fois, au minimum, une variable est plus faible qu'au maximum, si alors son éclat est de magnitude 9,5 et, au minimum, de magnitude 12,5.

1127. Le maximum d'éclat de χ Cygne a eu lieu le 20 mai, sa période est de 405,6 jours. Quand le maximum est survenu pendant les trois années suivantes? *Indication*: Pour résoudre ce problème il est commode d'utiliser les jours juliens.

1128. L'un des minimums d'Algol est tombé le 3 janvier à 13^h55^m, temps universel. En partant de la durée de la période d'Algol égale à 2,8673 jours, calculer l'instant du minimum le plus proche pour l'année et le mois courants. *Indication*: Pour résoudre ce problème, il est commode d'utiliser la table de conversion des fractions du jour en heures et minutes.

1129. De combien de fois change le rayon d'une Céphéide, si son éclat varie de 1,5 magnitude, en admettant que la luminosité d'une unité de sa surface reste constante? (VV)

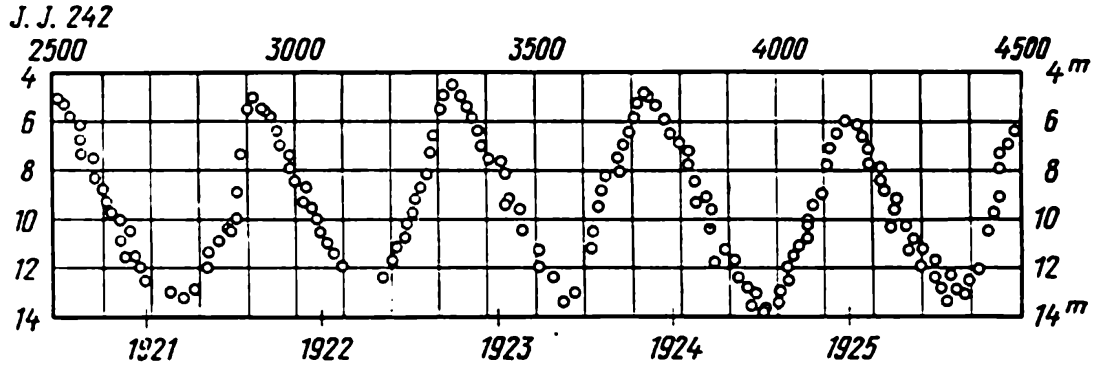


Fig. 46. Courbe de lumière de χ Cygne. En haut: jours juliens; en bas: années

1130. Déterminer, d'après la figure 46, la période moyenne et l'amplitude de la variation de l'éclat de χ Cygne.

1131. Convertir les magnitudes de χ Cygne aux maximums (fig. 46) en *éclat intrinsèque* et les comparer.

1132. Déterminer la période de la variation de l'éclat de la double à éclipses (type Algol) RV Serpentaire, se guidant par ses minimums observés aux instants suivants, exprimés en jours juliens:

2416604,701	2418112,739
6641,572	8138,548
7334,753	8477,764

Déterminer la période à la cinquième décimale près.

1133. Construire la courbe de lumière d'une variable, si pour les instants de temps définis, comptés en jours à partir d'une origine arbitraire, l'éclat correspondant est donné en magnitudes

0j,01	7m,36	0j,21	7m,60	0j,53	7m,72
0,03	7,28	0,26	7,68	0,55	7,64
0,06	7,28	0,34	7,74	0,56	7,49
0,09	7,36	0,38	7,76	0,58	7,36
0,12	7,42	0,44	7,77	0,60	7,28
0,17	7,52	0,49	7,78	0,62	7,28

Déterminer l'amplitude et la période de la variation de l'éclat. Comment s'appellent les variables dont la courbe de lumière a cette forme? (VV)

1134. Voici les observations de l'éclat d'une variable en magnitudes pour les jours juliens:

	m		m		m		m		m
2425799,3	6,63	810,3	6,51	818,3	6,77	826,4	6,40	835,4	6,68
800,3	6,64	811,3	6,51	819,3	6,77	827,3	6,49	836,4	6,64
801,3	6,61	812,3	6,57	820,3	6,57	828,3	6,57	837,3	6,30
802,3	6,57	813,3	6,57	821,3	6,31	829,3	6,64	838,3	6,24

803,3	6,53	814,3	6,58	822,3	6,27	830,3	6,75	839,3	6,20
804,3	6,31	815,3	6,63	823,3	6,31	831,3	6,80	840,3	6,33
805,3	6,27	816,3	6,71	824,3	6,31	832,3	6,81	841,3	6,33
809,3	6,39	817,3	6,73	825,3	6,36	834,4	6,71	844,3	6,64

Les porter sur un diagramme. Déterminer la période et l'amplitude de l'étoile; indiquer son type. (VV)

1135. D'après les observations réalisées en mai 1949 une étoile avait l'éclat suivant:

		m			*m*			*m*			*m*
Mai	4,5	4,00	Mai	14,5	4,13	Mai	21,5	3,72	Mai	25,5	4,16
»	6,5	3,87	»	16,5	3,70	»	22,5	3,84	»	28,5	3,93
»	7,5	3,91	»	17,5	3,90	»	23,5	3,97	»	29,5	4,10
»	13,5	4,05	»	19,5	4,11	»	24,5	4,12	»	31,5	4,08

Porter ces observations sur un graphique et établir quel est le type probable de cette variable et, approximativement, quelles sont son amplitude et sa période.

1136. Porter les observations ci-dessous sur un diagramme

	m		*m*		*m*		*m*		*m*
2426423	6,98	461	6,96	480	7,52	498	7,44	539	7,53
436	7,17	462	6,95	482	7,65	513	7,59	540	7,60
440	7,34	464	6,86	484	7,69	514	7,65	545	7,45
448	7,36	467	6,88	486	7,57	515	7,61	555	7,34
454	7,23	472	6,99	488	7,23	516	7,77	557	7,35
457	6,90	473	7,06	492	7,49	526	7,44	560	7,05

Que peut-on dire de cette variable? (VV)

Deuxième cycle

1137. Pourquoi les variations de l'éclat et d'autres caractéristiques des Céphéides ne peuvent pas être attribuées aux éclipses?

1138. Utiliser la courbe *période-magnitude absolue* (fig. 45) obtenue pour les Céphéides et déterminer la distance à la Céphéide ζ Gémeaux à période de 10 jours et à magnitude photovisuelle moyenne de 4,8.

1139. La période de la variable δ Céphée est de 5 jours et sa magnitude photovisuelle est 4,4. A quelle distance de nous, en parsecs, se trouve cette étoile? *Indication*: Utiliser la figure 45.

1140. Calculer le rapport entre les luminosités superficielles des composantes de l'étoile double Algol, si le rapport entre leurs éclats est 0,93: 0,07 et si leurs rayons font 0,21 et 0,24 du rayon du Soleil.

1141. Si l'amplitude de la variation de l'éclat d'une Céphéide, en magnitudes bolométriques, est égale à 2,0 et si les variations de

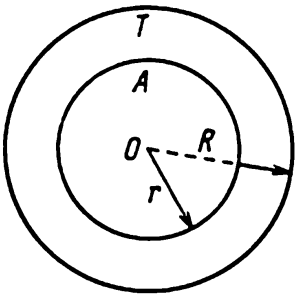


Fig. 47

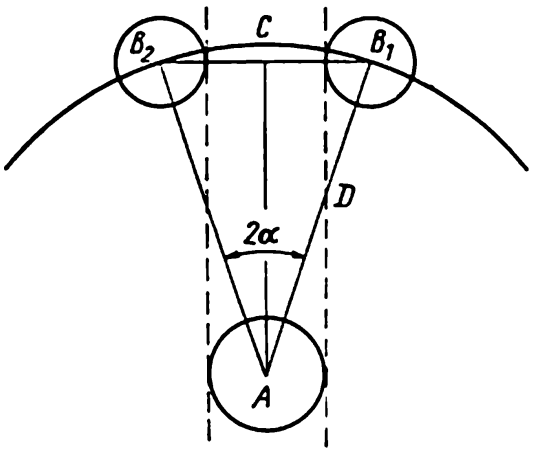


Fig. 48

son éclat sont dues à la pulsation, quelle est la variation de son diamètre? Au maximum d'éclat la température de l'étoile $T_1 = 9000°$, et au minimum, $T_2 = 7000°$. (VV)

1142. Calculer le rapport des rayons $r : R$ entre les étoiles faible et brillante du système d'une étoile double à éclipses type Algol, si on a établi d'après les observations que le rapport entre ses éclats au minimum et au maximum est k. *Indication*: Utiliser la figure 47 qui représente l'instant de l'éclipse centrale de l'étoile brillante T par l'étoile moins brillante A. Prendre en considération que, pendant une éclipse, l'éclat d'une étoile est proportionnel à la surface non couverte. Admettre que le compagnon A est complètement sombre. (VV)

1143. Calculer le rayon D de l'orbite relative du compagnon « sombre » d'un système binaire à éclipses type Algol en unités de rayon R de l'étoile brillante, en admettant que l'orbite est circulaire et que sont connus le rapport entre les rayons des étoiles $r : R$, la période de la variation de l'éclat (révolution des étoiles) P et la durée de cette variation (durée de l'éclipse) p. *Indication*: Utiliser la figure 48 sur laquelle A est l'étoile principale et B_1 et B_2, le compagnon au début et à la fin de l'éclipse. (VV)

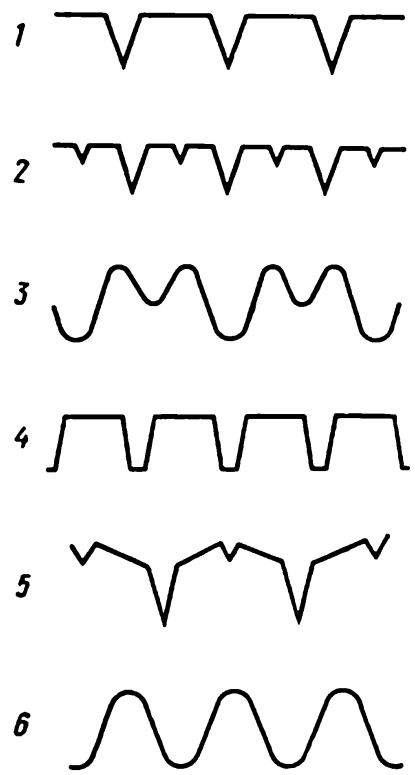


Fig. 49. Courbes de lumière des Algol

1144. En utilisant la formule donnée par la réponse au problème 1142, calculer le rapport du rayon du compagnon « sombre » au rayon de l'étoile principale brillante dans le système RZ Cassiopée, étoile type Algol, si, d'après les observations, l'amplitude des variations de son éclat est de 6,6 à 7,7 magnitudes. (VV)

1145. Déterminer d'après les formules données dans les réponses aux problèmes précédents le rapport des rayons du compagnon « sombre » et de l'étoile brillante dans le système TW Andromède, étoile type Algol, ainsi que le rayon de l'orbite du compagnon en rayons de l'étoile principale. D'après les observations, la période de TW Andromède est égale à 4,1227 jours, la durée de l'éclipse est de 8,8 heures, l'éclat variant de la magnitude 8,6 à la magnitude 11,5. (VV)

1146. La forme de la courbe de lumière d'une étoile type Algol changera-t-elle et comment, si le compagnon n'est pas tout à fait sombre, mais brille lui-même d'un éclat plusieurs fois plus faible que celui de l'étoile principale?

1147. D'après les courbes des binaires à éclipses, représentées sur la figure 49, déterminer qualitativement les éléments de l'éclipse, c'est-à-dire: sa durée; sa forme (totale, partielle ou annulaire); l'éclat du compagnon y est-il pour quelque chose dans l'éclat de l'étoile principale; quelles sont les dimensions des deux étoiles par rapport au rayon de leur orbite relative? Quelle courbe a subi l'effet de phase, c'est-à-dire l'influence de l'éclairement d'une étoile moins brillante par une étoile plus brillante? (VV)

1148. On sait que la densité de l'étoile brillante d'un système binaire à éclipses peut être établie même si l'on ne connaît pas ses dimensions réelles. La théorie conduit, par exemple, à une formule approchée qui donne la densité de l'étoile en fractions de la densité du Soleil $\rho = \frac{1}{74{,}4\, P^2 r^3}$, où P est la période de révolution en jours; r, le rayon de l'étoile brillante en fractions du rayon de l'orbite connu d'après les observations photométriques. Evaluer, d'après cette formule, la densité de l'étoile R7 Cassiopée pour laquelle $r = 0{,}28$ et $P = 1^j{,}20$. (VV)

1149. La période vraie de la variation d'éclat d'une variable à éclipses est égale à 3 jours et la vitesse radiale, à +30 km/s. Quelle est la période de cette étoile observée directement? *Indication*: Tenir compte de la vitesse de propagation de la lumière. (VV)

1150. Les coordonnées écliptiques d'une variable sont λ et β. Démontrer que si T est l'instant du maximum de son éclat pour un observateur terrestre et T_0, l'instant de ce même phénomène pour un observateur au Soleil, alors on vérifie la relation

$$T_0 = T - \frac{a}{c} \cos\beta \cos(\lambda - \odot),$$

où a est le rayon de l'orbite terrestre en kilomètres; c, la vitesse de la lumière en kilomètres par seconde; $\odot$, la longitude du Soleil.

1151. En 1901, l'éclat de la nova de Persée est passé en deux jours de la magnitude 12 à la magnitude 2. De combien de fois elle devenait plus brillante par jour?

1152. La magnitude absolue de la nova de 1918 de la constellation de l'Aigle au maximum d'éclat était $M = -8{,}8$. De combien de fois elle était plus brillante que le Soleil? A quelle distance se trouvait-elle si sa magnitude apparente était $m = -1{,}1$? A quelle distance elle apparaîtrait aussi brillante que la Pleine Lune? *Indication*: L'éclat apparent de la Pleine Lune est de magnitude —12,5.

1153. En 1934, une nova est apparue dans la constellation d'Hercule. Pendant un jour, son éclat a augmenté de 5 magnitudes. La distance à l'étoile, mesurée immédiatement après l'explosion, s'est avérée égale à 1800 années-lumière. En partant du principe d'inexistence des vitesses supérieures à celles de la lumière, démontrer que cette explosion ne saurait être produite par une approche brusque de l'étoile à la Terre. (VV)

1154. L'amplitude bolométrique de la variation d'éclat des novae, égale à 13 magnitudes, peut-elle être expliquée par la variation de température (bien que cela soit déjà réfuté par les données spectroscopiques)? *Indication*: Faire le calcul en admettant qu'avant l'explosion la température superficielle était de 10 000°. (VV)

XXVII. STRUCTURE DE L'UNIVERS

L'immense majorité des étoiles visibles au télescope et sur les photographies forment le système unique appelé *Galaxie*. D'après sa forme, la Galaxie ressemble à une lentille; le nombre de ses étoiles

augmente à mesure qu'on s'approche du plan de symétrie et du centre du système. Le Système solaire se trouve presque dans le plan de symétrie de la Galaxie bien qu'assez loin de son centre. C'est pourquoi dans le plan de symétrie nous arrivons à voir le plus loin dans l'étendue du système et dans ces directions nous observons le plus d'étoiles. Les étoiles lointaines, qui nous semblent très faibles, fusionnent en une luminosité continue qui forme dans le ciel l'anneau de la bande de la *Voie Lactée*. Le nombre d'étoiles visibles sur la sphère céleste augmente rapidement à mesure qu'on s'approche de la ligne médiane de la Voie Lactée, et d'autant plus vite que l'éclat apparent de ces étoiles est plus faible.

Le système stellaire de la Galaxie est entouré d'*amas globulaires des étoiles* et plus loin, à des distances immenses, sont diffusées les galaxies, dont bon nombre ont la forme en spirale. Ces galaxies sont des systèmes stellaires géants qui ressemblent, quant à la forme et les dimensions, à notre Galaxie.

La détermination des distances aux amas globulaires et aux galaxies très éloignés est plus exacte lorsqu'on discerne dans ces amas des variables appelées Céphéides, dont la magnitude dépend d'une façon bien connue des périodes de variation de leur éclat (cf. fig. 45). La période et la magnitude apparente d'une Céphéide se déterminent d'après les observations qui permettent de calculer la parallaxe de la Céphéide π d'après la formule

$$\log \pi = -1 - 0{,}2\,(m - M).$$

La dimension du système stellaire contenant une Céphéide étant relativement petite par rapport à la distance qui nous en sépare, la parallaxe ainsi obtenue est pratiquement égale à la parallaxe de l'ensemble de ce système.

A l'intérieur de la Galaxie, surtout près du plan de sa symétrie, l'espace entre les étoiles est rempli d'un milieu extrêmement raréfié (*gaz interstellaires*). Lorsque un rayon de lumière traverse une couche épaisse de ce milieu, il est partiellement absorbé, de façon que, en général, plus une étoile se trouve loin de nous, plus son éclat est faible par rapport à celui qu'elle aurait dans le cas d'un espace parfaitement transparent.

Premier cycle

1155. Le diamètre angulaire de la nébuleuse planétaire dans la constellation de la Lyre est de 83″, la distance à cette nébuleuse est de 660 parsecs. Quelles sont ses dimensions linéaires en unités astronomiques ?

1156. Les éclats apparents des étoiles de l'amas globulaire NGC 5694 sont de 18 magnitudes plus forts que leurs éclats absolus. Quelle est la distance à cet amas stellaire ?

1157. Le diamètre angulaire de l'amas globulaire NGC 5694 est égal à 3′ et la distance à cet amas est de 40 000 parsecs. Quel est le diamètre linéaire de l'amas ?

1158. L'éclat apparent d'une Céphéide dans l'amas stellaire de la constellation d'Hercule $m = 15{,}1$. La durée de sa période a permis d'établir que sa magnitude absolue $M = 0{,}0$. Calculer la distance à l'amas d'Hercule.

1159. L'amas stellaire d'Hercule est éloigné à 10,5 mille parsecs de nous, son diamètre angulaire est égal à 12′ et son éclat total, à 5,9 magnitudes. Calculer le diamètre réel de l'amas et sa magnitude absolue.

1160. En utilisant la courbe période-magnitude absolue des Céphéides (cf. fig. 45), déterminer la distance en années-lumière et le diamètre angulaire de la galaxie spiralée dans la constellation du Triangle, si son diamètre angulaire est égal à 1° et la période des Céphéides observées dans cette galaxie est de 13 jours, leur magnitude apparente étant de 19,6.

1160 a. En adoptant la constante de Hubble $H = 100$ km/s·Mpc, évaluer la distance à la galaxie si le « décalage rouge » (le « red shift ») de son spectre est de 10 000 km/s. (H est la grandeur à laquelle augmente dans le spectre le red shift avec une augmentation de 10^6 parsecs des distances aux galaxies.)

1161. La magnitude photovisuelle des Céphéides à courte période (à période moyenne de $0^j{,}54$) appartenant à l'amas globulaire Messier 3 est égale à 15,50. Utiliser la courbe période-magnitude absolue (fig. 45) pour déterminer la distance à cet amas.

1162. La figure 50 représente une partie du ciel d'après l'atlas stellaire du professeur A. Mikhaïlov, qui contient les étoiles dont la magnitude va jusqu'à 7,5 ou 8. Calculer le nombre d'étoiles entre 40 et 50° de déclinaison et entre les cercles d'ascension droite 3^h0^m et 3^h20^m (c'est la région par laquelle passe la Voie Lactée). Calculer le nombre d'étoiles dans les mêmes limites de déclinaison, entre les cercles d'ascension droite 3^h40^m et 4^h0^m (cette région est déjà extérieure à la Voie Lactée). Comparer les nombres obtenus. (VV)

1163. En utilisant la carte du ciel stellaire (fig. 50) dénombrer approximativement les étoiles plus brillantes que la magnitude 4, que la magnitude 6 et que la magnitude 8 contenues dans l'aire donnée du ciel de même dimension que dans le problème précédent et trouver le rapport entre les nombres voisins ainsi obtenus. (VV)

Deuxième cycle

1164. Quelle doit être la loi qui régit la variation (en fonction du rayon) du nombre d'étoiles à l'intérieur d'une sphère décrite autour du Soleil, si les étoiles qui l'entourent se trouvent toutes à l'intérieur d'une couche plane? (VV)

1165. Calculer de combien de fois le nombre d'étoiles plus brillantes que la magnitude m doit être plus petit que le nombre $(m + 2)$, en supposant que la distribution des étoiles dans l'espace est régulière et que toutes les étoiles dans l'espace ont le même éclat vrai.

1166. Deux novae, une très brillante, l'autre très faible, se

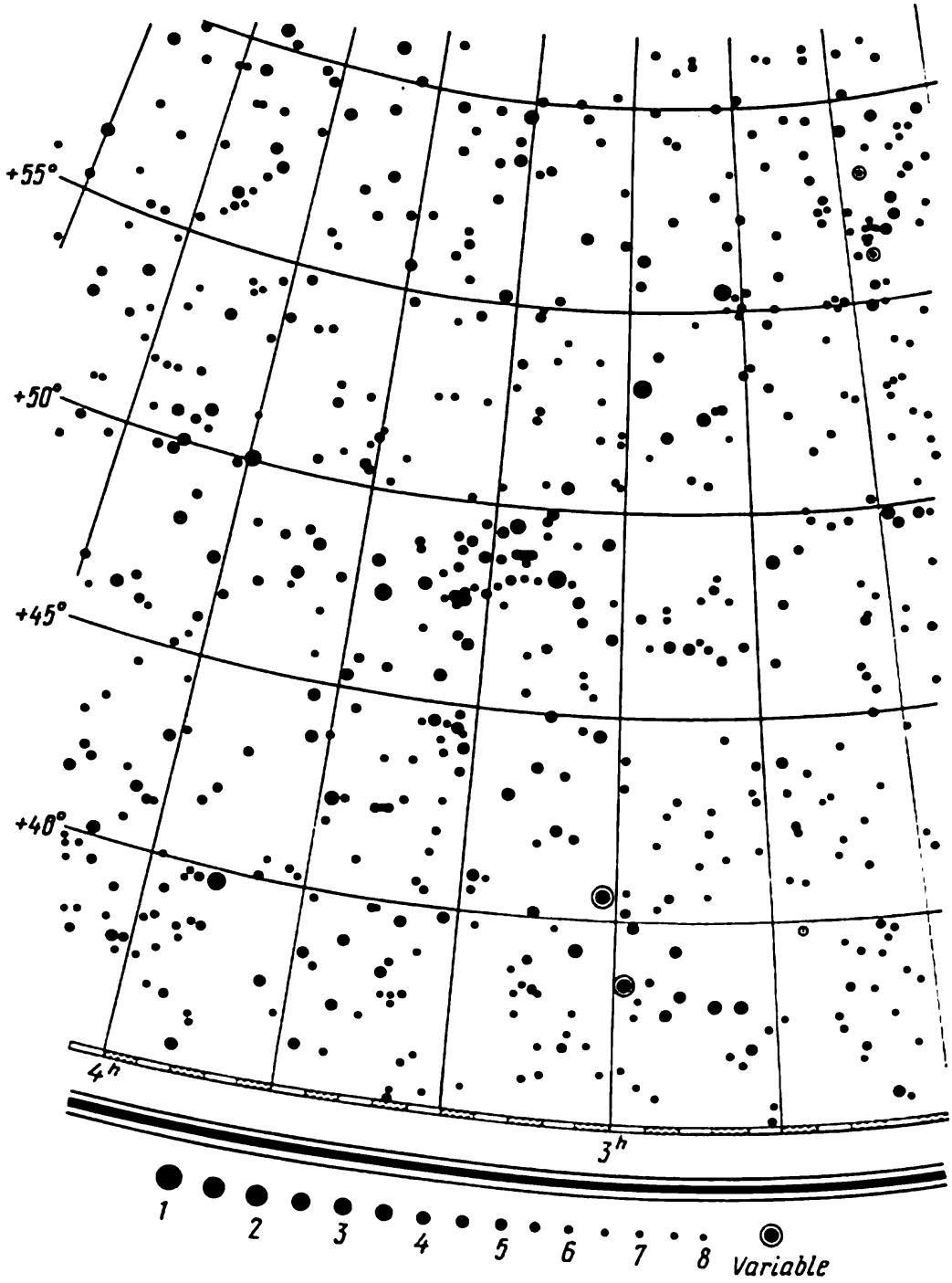


Fig. 50. Carte du ciel stellaire dans la région de la constellation de Persée

trouvaient à la même distance angulaire apparente de la ligne médiane de la Voie Lactée (c'est-à-dire avaient la même latitude galactique). Ces étoiles se trouvaient-elles à la même distance linéaire du plan de la Voie Lactée ?

Indication : Au maximum, les magnitudes absolues de toutes les novae se distinguent peu entre elles. (VV)

1167. Tracer le diagramme et montrer que le fait que la ligne médiane de la Voie Lactée s'écarte quelque peu du grand cercle, en formant un petit cercle qui passe à une petite distance du grand, témoigne de ce que le Système solaire ne se trouve pas exactement dans le plan galactique (plan de symétrie du système stellaire de la Voie Lactée).

1168. Quel sera l'aspect de la Voie Lactée pour un observateur se trouvant dans le plan de sa symétrie mais très loin de son centre? Comment se répercutera sur la forme visible de la Voie Lactée la position d'un observateur se trouvant loin du plan de sa symétrie?

Note: Négliger l'absorption de la lumière dans l'espace. (VV)

1169. L'influence de la rotation des étoiles autour du centre de la Galaxie sur leurs vitesses radiales est exprimée par la formule approchée

$$\Delta V_r = Ar \sin 2 (l - l_0),$$

où l est la longitude galactique de l'étoile; $l_0 = 325°$, la longitude galactique de la direction vers le centre de la Galaxie et r, la distance à l'étoile en parsecs. La constante $A = 0{,}020$ km/s par parsec. Pour un groupe d'étoiles se trouvant dans un petit secteur du ciel de longitude galactique $l = 345°$, la vitesse radiale moyenne corrigée de tous les effets connus s'est avérée égale à 30 km/s. Quelle est sa distance du Soleil, si la vitesse résiduelle indiquée est déterminée totalement par la rotation galactique du groupe?

1170. Démontrer que le pouvoir d'absorption de la masse de poussière donnée est ordinairement proportionnel au rayon des particules qui la composent.

1171. La distance aux plusieurs galaxies a été déterminée par la *méthode des Céphéides*. Par la suite on a établi que l'espace interstellaire absorbe quelque peu la lumière qui le parcourt. Comment devrait intervenir ce phénomène dans les diamètres des galaxies spiralées, calculés auparavant? (VV)

1172. Si l'on admet que les diamètres linéaires et les magnitudes absolues totales de tous les amas globulaires sont les mêmes, par quelle formule devraient être liées leurs magnitudes apparentes totales m et les diamètres angulaires apparents d, compte tenu des distances aux amas, qui sont différentes? (VV)

1173. Comment changera la relation entre les diamètres angulaires et les magnitudes apparentes totales des amas globulaires (cf. problème précédent), si dans l'espace interstellaire existe une absorption de lumière perceptible? (VV)

1174. Dans la galaxie spiralée qui se trouve à 7,5 millions d'années-lumière de nous ont été découvertes deux Céphéides de même période, mais l'une d'elles se trouve au bord de la galaxie le plus proche de nous, alors que l'autre à 20 000 années-lumière plus loin. Quelle est la différence entre les magnitudes apparentes de ces étoiles si l'on admet que leurs magnitudes absolues sont strictement égales? (VV)

1175. Si la magnitude photographique absolue de certaines galaxies est égale à —13,8, tandis que la magnitude photovisuelle limite pour un réflecteur de 2,5 mètres d'ouverture est de 20,2, quelle est, en années-lumière, la distance aux galaxies les plus éloignées accessibles à ce télescope?

1176. Quelle forme des spirales connues des mathématiciens correspond le mieux à la forme de la galaxie spiralée de la constellation des Chiens de Chasse (cf. fig. XIX)?

Indication: L'élucider en mesurant les branches de la nébuleuse en coordonnées polaires (ρ et φ). (VV)

XXVIII. CHAPITRE MIXTE

Le présent chapitre contient surtout des problèmes aux aspects multiples qui imposent l'application simultanée de renseignements astronomiques divers. Y font partie également quelques problèmes intéressants qui pour une raison ou une autre n'ont pas trouvé place dans les chapitres précédents.

Premier cycle

1177. Problème chinois. « Quand le soir la queue de la Grande Ourse est dirigée vers l'Est, écrivait Ho-Koan-Tsé, sage chinois du IVe siècle de notre ère, c'est le printemps; quand elle est tournée vers le midi, c'est l'été; quand elle regarde l'Ouest, on a l'automne et quand elle est tournée au Nord, c'est l'hiver. » En est-il ainsi pour l'U.R.S.S.? (Kamenchtchikov)

1178. Problème de Virgile. Virgile, poète latin du Ier siècle avant notre ère, disait que la terre devait être labourée à l'époque où brille au ciel Arcturus:

« Si, au contraire, le sol n'est pas fécond, il suffira
Que, vers le lever d'Arcture, on le soulève en y traçant un mince sillon. »

Quelle est cette époque? (Kamenchtchikov)

1179. Osiris-Sagou. Les livres sacrés égyptiens appellent la constellation d'Orion *Osiris-Sagou*, « seigneur de tous les mouvements célestes ». La légende veut que Osiris-Sagou ait découvert la source du Nil et ait frayé la voie au Soleil. Quand Orion se lève-t-il avec le Soleil? (Kamenchtchikov)

1180. En U.R.S.S., les paysans appellent parfois Sirius « Zoritsa » (aurore). « Zoritsa » ouvre la voie au blé, elle se lève quand le blé doit mûrir ». Quand Sirius commence à se lever avant le lever du Soleil? (Kamenchtchikov)

1181. Rencontre de V. Korolenko avec le vagabond Boguylaï. Dans la nouvelle « Sokolinetz » V. Korolenko écrit: « Nous sommes sortis tous deux dans la cour. Le froid baissait, la brume se dissipait. Le vagabond scruta le ciel. « Les Stojary sont bien haut, a-t-il dit.

Il est déjà minuit passé » *). On demande quand cela avait eu lieu, ou au moins, quel était le mois? Stojary est le nom qu'on donne aux Pléiades. (Kamenchtchikov)

1182. Chasse d'Oblonski et de Lévine. « Il commençait à faire sombre. Très bas, à l'Occident, Vénus, claire et argentée, brillait déjà de son doux éclat, derrière les bouleaux; et haut, à l'Orient, Arcturus allumait ses feux rouge sombre. Au-dessus de sa tête, Lévine distinguait puis perdait les étoiles de la Grande Ourse » **).

Ces lignes se rapportent à la description de la chasse d'Oblonski avec Lévine dans « Anna Karénine » de Léon Tolstoï. Dire d'après cette description quels étaient la saison et le mois de la chasse. (Kamenchtchikov)

1183. Voyage de « Nautilius ». Lorsque « Nautilius » se trouvait encore au pôle Sud, « les constellations resplendissaient avec une surprenante intensité. Au zénith brillait cette admirable Croix du Sud, l'étoile polaire des régions antarctiques » ***).

1) La Croix du Sud peut-elle monter au zénith au pôle Sud? 2) Si la réponse est négative, dire quelle était la latitude de « Nautilius »? (Kamenchtchikov). 3) La Croix du Sud est-elle « l'étoile polaire des régions antarctiques »?

1184. Périple d'Ulysse. Dans la description du périple d'Ulysse, de son voyage de la nymphe Calipso vers l'île Schérie, on lit:

« ... Plein de joie, le divin Ulysse ouvrit ses voiles.

Assis près de la barre, en maître il gouvernait sans qu'un somme jamais tombât sur ses paupières, son œil fixait les Pléiades et le Bouvier ****) qui se couche si tard, et l'Ourse, qu'on appelle aussi le Chariot, la seule des étoiles, qui jamais ne se plonge aux bains de l'Océan, mais tourne en même place, en guettant Orion; l'avis de Calypso, cette toute divine, était de naviguer sur les routes du large en gardant toujours l'Ourse à gauche de la main » *****).

Se guidant par cette description du firmament trouver quels furent la saison, le mois et dans quelle direction naviguait Ulysse? (Kamenchtchikov)

Deuxième cycle

1185. Dans le journal « Izvestia », E. Fédorov, astronome de la station scientifique en dérive « Pôle Nord », écrivait le 4 mai 1937: « Nous allons déterminer les coordonnées du camp surtout par la méthode astronomique... Il convient de noter que la détermination astronomique pendant le jour, au Soleil, n'est possible qu'à 0,5 km près. La nuit, avec les étoiles, cette détermination sera plus exacte, l'erreur ne dépassant pas 200 à 300 mètres ».

---

*) V. Korolenko. Sokolinetz, chapitre VI.
**) L. Tolstoï. Anne Karénine. Paris, 1972, p. 207.
***) Jules Verne. 80 000 lieues sous les mers. Paris, 1966, p. 507.
****) La constellation du Bouvier, ou autrement dit de Boötes.
*****) Homère. Odyssée, chant X, vers 269-277.

Expliquer pourquoi la nuit les résultats des observations sont plus exacts que le jour. Quelle était la précision avec laquelle Fédorov déterminait sur la banquise en dérive à 89° de latitude la distance zénithale du Soleil et le temps local? Quelle sera l'erreur en kilomètres en longitude dans la détermination de la position d'un navire qui se déplace le long de l'équateur, si le navigateur établit le temps local avec la même précision que E. Fédorov le faisait d'après le Soleil pendant la dérive? (VV)

1186. Dans le journal « Krasnaïa Zvezda » du 23 mai 1937, I. Spirine, navigateur de l'expédition soviétique au pôle Nord, écrivait à propos des vols arctiques: « Dans une telle traversée, le rôle de l'astronomie est très important ... Si la détermination et le calcul de la ligne de position d'après le Soleil prend actuellement 8 à 10 minutes, moi, au cours d'un vol, je le fais pas plus qu'en une minute... Le 84e parallèle passé, la hauteur du Soleil est égale à sa déclinaison, et l'angle horaire du Soleil, à son azimut, ce qui a permis de composer des tables spéciales qui simplifient, dans une grande mesure, les calculs ».

Expliquer comment et pourquoi les conditions de visibilité du Soleil dans les régions polaires sont telles que les décrit I. Spirine. Pourquoi ces conditions facilitent le calcul des données nécessaires pour établir le cap d'un avion et ses coordonnées? (VV)

1187. L'île de Rodolphe se trouve dans le secteur soviétique de l'Arctique entre 81°44′ et 81°53′ de latitude Nord et 58°0′ et 59°10′ de longitude Est. Sa forme est presque carrée. Quelle est la superficie de cette île? Combien de kilomètres y a-t-il de cette île au pôle Nord? A quelle heure du temps local les hivernants de l'île entendent par radio le carillon de la tour de Kremlin *)? Combien de temps de suite Saturne peut ne pas être visible en ces lieux? (VV)

1188. Les aviateurs soviétiques M. Gromov, A. Youmachev et S. Daniline ont décollé de Moscou à 3^h31^m le 12 juillet 1937, temps civil de Moscou, pour une traversée sans escale vers l'Amérique du Nord. A San Jacintho, en Californie, ils ont atterri 62^h17^m après le départ. Les coordonnées géographiques de San Jacintho sont $\varphi = 33°$; $\lambda = 120°$ à l'Ouest de Greenwich. A quelle heure du temps local et à quelle date (d'après le calendrier local de San Jacintho) les aviateurs soviétiques ont touché le sol américain? Quelle était à cet instant, à San Jacintho, la position du Soleil par rapport à l'horizon?

1189. La hauteur du bord inférieur du Soleil mesurée à midi à partir d'un navire était de 62°24′45″; la déclinaison du centre du Soleil était égale à 20°55′10″ et son demi-diamètre, à 15′47″. Pour la hauteur donnée, la parallaxe diurne du Soleil était de 5″, la réfraction correspondait à sa valeur normale donnée par la table (pression 760 mm Hg; température 10 °C). L'observateur se trouvait à 4,95 m

*) La radio de Moscou diffuse deux fois par jour l'heure locale carillonnée par l'horloge de la Tour Spasskaïa (Moscou se trouve dans le fuseau III horaire). (*N. du Trad.*)

au-dessus du niveau de la mer. Déterminer la latitude géographique du navire. (VV)

1190. Trouver la latitude du lieu (compte tenu de la réfraction), si l'on sait que le bord inférieur de la Lune au méridien avait une hauteur de 49°37′ (la Lune se trouvait au Sud du zénith), la déclinaison de la Lune était de +3°13′, son rayon de 15′,0 et sa parallaxe horizontale de 55′,2. Les yeux de l'observateur se trouvaient à 12 m au-dessus de la mer.

1191. Démontrer à l'aide des lignes de position qu'une erreur même importante dans la latitude déterminée, par exemple, sur une carte n'influe pas sur la longitude calculée d'après les observations du Soleil dans le premier vertical.

1192. Le 10 janvier, la hauteur de la Lune, mesurée avec un sextant à partir d'un avion à $8^h37^m33^s$, temps de Greenwich, était égale à 38°55′ et la hauteur du Soleil, mesurée à $8^h43^m58^s$, à 12°59′. Les observations sont corrigées de la réfraction et des erreurs d'instruments. On sait que les coordonnées de l'avion à ces instants étaient $\varphi = 37°4'$; $\lambda = 76°24'$ W. La hauteur du Soleil, calculée pour l'instant d'observation, était de 12°55′, son azimut, S 39° W, alors que pour la Lune ces mêmes grandeurs étaient respectivement: 39°4′ et S 81° E (on a tenu compte de l'influence de la parallaxe). Tracer les lignes de position et trouver l'erreur dans la détermination de la position de l'avion à partir de ces observations.

1193. Le jour le plus long à Dnepropétrovsk le Soleil monte à une hauteur $h = 65°$. Quelle est ce jour-là la longueur de l'ombre projetée par un homme d'une taille de 1,80 m? (VV)

1194. Un poteau télégraphique est éclairé par le Soleil. Sa hauteur $h = 9$ m. Les rayons du bord supérieur du Soleil tangents au sommet du poteau rencontrent le plan horizontal sous un angle $\beta = 42°17'$. Quelle est la longueur de la pénombre du poteau, si le diamètre apparent du Soleil $d = 32'$?

1195. Un mur droit de h mètres de hauteur s'étend dans la direction dont l'azimut est θ (l'angle θ se compte du Sud vers l'Ouest). Démontrer que pendant les jours d'équinoxe le mur ne projette pas d'ombre lorsque l'angle horaire du Soleil t se calcule d'après la formule $\operatorname{tg} t = \sin\varphi \operatorname{tg}\theta$ et qu'à midi vrai, la largeur de l'ombre est égale à $h \operatorname{tg}\varphi \sin\theta$.

1196. Quel est l'angle du centre α du segment sphérique de surface terrestre éclairé par la Nouvelle Lune? *Indication*: Poser le rayon de la Terre égal à r; le rayon de la Lune égal à 0,273 r et la distance Terre-Lune $l = 60\,r$.

1197. Dénombrer tous les phénomènes connus qui influent sur la détermination des coordonnées des étoiles à partir des observations et dont il faut tenir compte lorsqu'on veut connaître le mouvement propre des étoiles sur la sphère céleste, en comparant à cet effet les coordonnées déterminées aux instants séparés par un intervalle de temps non inférieur à une dizaine d'années. *Indication*: Négliger les erreurs d'instrument. (VV)

1198. Quelle sera la succession des dates pour le passager d'un avion d'un proche avenir qui, en partant de Léningrad (fuseau II) à l'Ouest à midi du 1 juillet (heure du fuseau), aura contourné le monde en 12 heures suivant le parallèle? (M. Bortchev)

1199. Lequel des deux astres, le Soleil ou la Lune, les observateurs terrestres voient-ils en moyenne plus longtemps au-dessus de l'horizon? (M. Bortchev)

1200. Combien a duré l'intervalle de temps entre la conjonction et l'opposition d'une planète, si son éclat pendant ce temps est devenu de 0,85 magnitude plus fort? Admettre que l'orbite de la planète est circulaire et repose dans le plan de l'écliptique. (M. Bortchev)

XXIX. PROBLÈMES DE L'ASTRONAUTIQUE

Dans les problèmes relatifs à l'astronautique, on a le plus souvent à examiner le mouvement des corps célestes artificiels. Les principes de la théorie du mouvement des corps à masse variable (y compris les fusées) ont été énoncés par I. Mechtcherski. Indépendamment de lui, K. Tsiolkovski a établi la théorie du mouvement par réaction directement liée aux problèmes d'astronautique. Ordinairement, cette théorie est examinée dans les cours de physique. Une fois le carburant d'une fusée consommé, son enveloppe, ou l'appareil qu'elle porte, poursuit leur mouvement sous l'action du champ de gravitation dans lequel ils se trouvent. Si ce champ est central, c'est-à-dire s'il est défini par un seul corps céleste, le mouvement dans ce champ est régi par les lois de Kepler et l'orbite du corps céleste artificiel, fonction de sa vitesse en point donné, se calcule d'après les formules du chapitre XVII. Les objets célestes artificiels (satellites de la Terre, stations automatiques interplanétaires, vaisseaux cosmiques) sont accélérés jusqu'à la hauteur h, en surmontant la résistance de l'atmosphère qui diminue avec la hauteur. La vitesse qu'un corps acquiert à cette hauteur h détermine le type de l'orbite, la dimension de son demi-grand axe a et son excentricité $e = 1 - q/a$, où q est la distance entre le périgée et le centre de la Terre,

$$q = r_0 = R + h,$$

R étant le rayon terrestre.

A la différence des formules du chapitre XVII, dans le cas du lancement à partir de la hauteur h, les formules déterminant le rapport entre la vitesse à la hauteur donnée et les paramètres caractéristiques de la forme de l'orbite s'écrivent de la façon suivante:

Première vitesse cosmique qui correspond à une orbite circulaire:

$$V_c = \sqrt{gR^2 : (R+h)} = \sqrt{fm : (R+h)},$$

où m est la masse de la planète depuis laquelle est réalisé le lancement; g, l'accélération de la pesanteur sur cette planète et f, la constante de la gravitation; $(R + h)$, le rayon de l'orbite. Avec $h = 0$, $V_c = 7{,}91$ km/s (pour la Terre).

Deuxième vitesse cosmique qui correspond à la libération de la gravitation de la planète, ou, autrement dit, au mouvement suivant une parabole: $V_p = V_c\sqrt{2}$.

Vitesse hyperbolique $V_h > V_p$. Pour $V_c < V_e < V_h$, le corps se déplace autour de la planète suivant une ellipse, dont le demi-grand axe a est déterminé par la formule

$$V_e^2 = fm\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right),$$

où V_e est la vitesse en tout point de l'orbite à la distance r au centre de la planète. En particulier

$$V_{e_0}^2 = fm\left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a}\right) = fm\left(\frac{2}{R+h} - \frac{1}{a}\right).$$

Ici V_{e_0} est la vitesse de lancement à la hauteur h. Les distances entre l'apogée et le périgée d'une part et le centre de la planète de l'autre, sont respectivement:

$$q = a(1 - e) = R + h_p,$$
$$Q = a(1 + e) = R + h_a,$$

où Q est la distance entre l'apogée et le centre, et h_a, h_p sont les distances de l'apogée et du périgée à la surface de la planète. Les termes d'apogée et de périgée se rapportent à la Terre (Gê), alors que pour les autres planètes les termes doivent être adaptés d'une façon correspondante. Par exemple pour la Lune il faut dire « périsélène » et « aposélène » (Lune en grec se nommant *Selênê*), pour Mars, « périarès » et « apoarès » (*Arès* étant le nom grec de Mars), etc. On emploie également la notion d'« apocentre » et de « péricentre ». D'après la troisième loi de Kepler, les périodes de révolution des corps se déterminent de la façon suivante:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{fm}}a^{3/2} = \frac{2\pi}{R\sqrt{g}}a^{3/2}.$$

Si l'on admet que la Terre est une sphère de 6371 km de rayon, de volume équivalent à celui de la Terre, approximation suffisante pour nos problèmes, alors, on a pour la Terre

$$T = 1{,}659 \cdot 10^{-4} a^{3/2}$$

en minutes de temps. Dans nos formules, nous posons pour l'orbite circulaire $r = a = R + h = q = Q$.

En principe, l'action de la gravitation d'un corps s'étend à l'infini, mais au voisinage de la Terre, par exemple, l'attraction de cette dernière domine infiniment l'attraction du Soleil, sans parler déjà de l'attraction de la Lune et des planètes. Aussi, en pratique, le mouvement d'un corps cosmique est-il envisagé, approximativement, comme celui d'un corps qui passe de la « sphère d'action » d'un corps à la « sphère d'action » d'un autre corps; en première approximation

on néglige l'attraction des autres corps. (Les perturbations dues aux autres corps sont prises en considération plus tard.)

Le rayon de la sphère d'action d'un corps de masse m *par rapport à un autre corps* de masse m', distant du premier à r, se calcule d'après la formule:

$$\rho = r\left(\frac{m}{m'}\right)^{2/5}.$$

Pour la Terre, se trouvant à 150 millions de kilomètres du Soleil, le rayon de la sphère d'action *par rapport au Soleil* est quelque peu inférieur à 1 million de kilomètres. La sphère d'action du Soleil est prise par rapport aux étoiles. Pour qu'un corps céleste artificiel ne tombe pas sur le Soleil en s'échappant de la sphère d'action d'une planète, il doit avoir une vitesse supérieure à zéro par rapport au Soleil.

Lancé de la Terre, à une vitesse horizontale inférieure à la vitesse circulaire, un corps décrira une ellipse dont l'un des foyers sera toujours au centre de la Terre, alors que l'aphélie sera à l'intérieur de la Terre et le corps n'aura qu'à tomber à la surface terrestre. Pour lancer un corps vers la Lune, on lui communique une vitesse $V_e > V_c$ de façon que l'aphélie se trouve sur l'orbite lunaire et que la Lune parvienne à ce point au même instant que le corps. On dit alors que le lancement a eu lieu suivant une orbite semi-elliptique. Un tel lancement n'impose qu'une vitesse minimale possible, et, par conséquent, un débit minimal de combustible. C'est de cette façon que les vaisseaux cosmiques sont lancés vers les planètes. A cet effet, le corps doit s'échapper de la sphère d'attraction de la Terre à une vitesse supérieure à la deuxième vitesse cosmique, c'est-à-dire plus grande que 11,2 km/s. S'il est, en plus, animé d'une certaine vitesse supplémentaire, inférieure, pourtant, à la vitesse parabolique par rapport au Soleil, il décrira alors une ellipse déterminée par l'attraction du Soleil. Ce sera déjà une planète artificielle et le foyer de l'ellipse qu'elle décrit se trouvera à l'intérieur du Soleil et non pas de la Terre. A la distance Terre-Soleil, la vitesse circulaire autour du Soleil est de 29,8 km/s et la vitesse parabolique est $\sqrt{2}$ fois plus grande, c'est-à-dire elle est de 42,1 km/s. Si, à cette distance, la vitesse d'un corps dépasse cette valeur, le corps quittera la sphère d'action du Soleil par rapport aux étoiles et s'échappera pour toujours du Système solaire. Un corps lancé de la Terre dans le sens de son mouvement possède déjà une vitesse de 29,8 km/s. En l'accélérant jusqu'à 16,6 km/s nous obtiendrons la *troisième vitesse cosmique* (c'est-à-dire 42,1 km/s suffisante pour qu'il rompt ses liens avec le Soleil.

Les chapitres précédents comptent près de 70 problèmes directement liés à l'astronautique; les voici:

Chapitre « Mouvement des planètes »: n°s 383, 401-403.
Chapitre « Parallaxe et aberration »: n°s 468, 470, 478, 479.
Chapitre « Mouvement et phases de la Lune »: n° 582.
Chapitre « Eclipses »: n°s 620, 621.

Chapitre « Gravitation »: n°s 656, 657, 677-679, 683-691, 695, 696, 709, 712, 718, 725, 726.

Chapitre « La Lune »: n°s 807-813, 816-822, 824-826.

Chapitre « Planètes »: n°s 828, 834-842, 847, 849, 856, 866-869, 872.

Chapitre « Météores et météorites »: n° 912.

Chapitre « Mouvements et nature des étoiles »: n° 993.

Ces problèmes peuvent être résolus en étudiant les chapitres correspondants du cours, ou peuvent être choisis d'après cette liste pour être résolus, par exemple, dans un club d'astronautes amateurs ou bien à la fin du cours, lorsque les élèves auront déjà assimilé les renseignements nécessaires pour leur résolution. Vu les progrès de l'astronautique, son importance et l'intérêt qu'elle inspire, nous ajoutons au présent chapitre d'autres problèmes, y compris des problèmes relatifs aux dernières acquisitions dans ce domaine ainsi qu'aux projets d'avenir. Tous ces problèmes sont suffisamment élémentaires.

Nous avons épargné à nos lecteurs la tâche d'examiner une multitude de questions et nombre de problèmes relatifs à la physique des vols et des voyages cosmiques, pour ne pas surcharger notre recueil. De tels problèmes, on peut les trouver en quantité dans les recueils modernes de problèmes de physique.

1201. La femme cosmonaute Valentine Téréchkova a survolé Berlin dans un vaisseau cosmique, à une altitude de 170 km. Pouvait-elle voir en même temps Moscou qui se trouve à 2000 km de Berlin?

1202. Pourquoi lorsqu'on observe de la Terre les satellites artificiels qui parcourent le ciel, il semble qu'ils miroitent en changeant d'éclat?

1203. Peut-on, dans la cabine d'un vaisseau cosmique qui tourne autour de la Terre sur une orbite circulaire à 100 km, peser avec une balance à bascule ou à ressort? Et le faire à une altitude de 1000 km?

1204. Pourquoi, à l'intérieur d'un vaisseau cosmique qui se déplace, les moteurs débranchés, les corps subissent l'apesanteur?

1205. Dans quelle direction faut-il larguer en parachute un container porteur d'animaux pour que le cosmonaute qui se déplace suivant une orbite circulaire, assure leur retour à la Terre?

1206. Pourquoi la vitesse initiale d'un satellite artificiel doit être d'autant plus grande qu'on veut le lancer plus loin, alors que la période de sa révolution est d'autant plus courte qu'il tourne plus près de la Terre?

1207. Un lanceur ayant largué un satellite de la Terre le suit d'abord, puis le devance. Pourquoi en est-il ainsi? Ce phénomène a-t-il lieu lorsqu'un vaisseau, se déplaçant encore sur une orbite circumlunaire, se prépare à reprendre le chemin de retour sur la Terre?

1208. Quelle est la vitesse des satellites artificiels de la Terre évoluant sur des orbites circulaires à 125, 250, 500 et 1000 km d'altitude? Calculer-la aussi pour les satellites artificiels de Mars.

1209. On dit polaire d'un satellite se déplaçant sur une orbite circulaire dont le plan passe par les pôles terrestres. Si son altitude est de 250 km, à combien de kilomètres vers l'Ouest se déplacera en un tour la projection de son orbite sur Terre à 57°37′ de latitude?

1210. Calculer les vitesses linéaires d'un vaisseau cosmique au périgée et à l'apogée, si, au périgée, il passe à 227 km au-dessus de l'océan et si le grand axe de son orbite est de 13 900 km.

1211. Les premiers vaisseaux cosmiques soviétiques avaient, au périgée, une vitesse moyenne de 7,9 km/s et leur orbite faisait 65° avec la direction de rotation de la surface terrestre. Le départ avait lieu à partir de 47° de latitude géographique. Quelle vitesse avaient les lanceurs et quelle était la direction de cette vitesse?

1212. Un vaisseau cosmique est mis sur orbite circulaire à une altitude de 250 km. En accélérant il a parcouru en cinq minutes la partie active de son orbite. Calculer l'accélération et la surcharge moyennes subies, dans ce secteur, par les cosmonautes.

1213. Les astronautes se déplacent sur une orbite circulaire autour de la Terre, à une altitude de 930 km. Pénétrant dans l'ombre de la Terre, ils plongent dans la nuit, et, passant par la pénombre, ils vivent dans le crépuscule. Calculer la durée de ces périodes en négligeant le déplacement de la Terre par rapport au Soleil. Faire le dessin.

1214. Les communications télévisées internationales ont besoin d'un satellite géostationnaire, c'est-à-dire « suspendu » au-dessus de la Terre. Il faut le lancer vers l'Est, dans le sens de la rotation de la Terre. A quelle hauteur faut-il le placer?

1215. Peut-on, de la Terre, distinguer sur la Lune, à l'œil nu, un trajet de longueur égal environ à 10,5 km parcouru au total par le « Lunokhod-1 » soviétique vers le 4 octobre 1971, jour où il a cessé de fonctionner?

1216. Déterminer le type de l'orbite et la durée du vol jusqu'à la Lune pour un débit minimal de combustible.

1217. Lorsque les astronautes survolent la Lune, sur une orbite circulaire de 50 km, comment leur faut-il en actionnant les moteurs élever la vitesse du vaisseau cosmique pour qu'il se dirige vers la Terre?

1218. Un astronaute verrait-il du centre du cirque lunaire Copernic les points les plus hauts de sa paroi circulaire, s'élevant à 1 500 m par rapport au fond du cirque dont le diamètre est de 90 km?

1219. Quelle sera la vitesse d'un satellite artificiel de la Lune qui survole sa surface à une hauteur de 50 km?

1220. Déterminer les vitesses des satellites artificiels de la Lune, de Mars et de la Terre, qui tournent sur des orbites circulaires à une hauteur de 250 km.

1221. Quelle est la distance à l'horizon dans une plaine lunaire pour un homme d'une taille de 1,6 m? Et sur Mars?

1222. Combien de temps après la descente sur Mars devraient passer les astronautes avant de reprendre le chemin de retour, si l'aller-retour se fait sur des orbites semi-elliptiques?

1223. Quelle est la fréquence avec laquelle on peut envoyer sur Mars des vaisseaux cosmiques qui doivent se déplacer suivant des orbites semi-elliptiques?

1224. Les stations interplanétaires « Mars-2 » et « Mars 3 » lancées en mai 1971 ont atteint la planète et sont devenues ses satellites artificiels, sur la commande donnée à partir de la Terre après 192 et 181 jours de vol. De combien la durée de leur vol a été plus longue que dans le cas où elles auraient suivi une orbite semi-elliptique qui correspond à la distance moyenne entre Mars et la Terre à l'époque de l'opposition?

1225. Les distances minimales entre la surface de Mars et les satellites artificiels soviétiques « Mars-2 » et « Mars-3 » étaient de 1380 et 1500 km respectivement, et les périodes de révolution des satellites, de 18 heures et de 11 jours respectivement. A quelle distance de la surface de Mars ils se trouvaient à leurs apoarès?

1226. L'opposition de Mars a eu lieu le 10 août 1971. Les stations interplanétaires soviétiques « Mars-2 » et « Mars-3 » s'approchèrent de la planète le 27 novembre et le 2 décembre 1971 respectivement. Faire le dessin de la configuration, à cette époque, du Soleil, de la Terre et de Mars, en admettant que les orbites sont circulaires. (VV)

1227. On a placé sur la Lune des réflecteurs en coin pour renvoyer vers la Terre les signaux laser émis dans leur direction. Cette méthode permet de déterminer la distance exacte au réflecteur en mesurant le temps que met le rayon de lumière à parcourir le trajet aller-retour. Calculer ce temps, si le réflecteur est placé sur Mars et si l'expérience est entreprise au voisinage de la quadrature de Mars. Admettre que l'orbite de la planète est circulaire. (VV)

1228. La masse et l'intensité inconnues d'une planète peuvent être déterminées si l'on sait à quelle vitesse et en combien de temps un vaisseau cosmique fait le tour de la planète sur une orbite circulaire. Calculer ces inconnues, si la vitesse est égale à 9 km/s, la période de révolution, à 2 heures et la distance à la surface, à 100 km.

1229. Si une fusée acquiert une vitesse initiale de 11,2 km/s, elle quittera pour toujours la Terre pour devenir planète-satellite du Soleil indépendant de la Terre. Pour que cette fusée s'échappe du Système solaire, il faut lui communiquer encore une vitesse supplémentaire de 12,3 km/s par rapport à la Terre. Mais quelle est la vitesse qu'il faut lui communiquer pour obtenir ce résultat dès la surface terrestre?

1230. Peut-on lancer un satellite artificiel de la Terre, de façon qu'il se tienne toujours au-dessus du parallèle géographique de Moscou ou de Tachkent?

1231. Combien de temps mettrait à boucler un tour un satellite artificiel de la Terre se déplaçant uniformément sur une orbite circulaire à 250 km de la surface terrestre?

1232. Quelle doit être la vitesse d'un satellite artificiel de la Lune pour qu'il se déplace sur une orbite circulaire à 50 km de la surface lunaire?

1233. Calculer la première vitesse cosmique à la surface de Vénus.

1234. A quelle vitesse doit être lancé un satellite artificiel de Mars pour qu'il tourne sur une orbite circulaire en rasant presque le sol?

1235. A quelle vitesse tombera sur la surface de Vénus un corps en chute libre venu d'une distance infiniment grande, si sa vitesse initiale était nulle? *Indication.* Négliger la résistance de l'atmosphère.

1236. La première fusée cosmique soviétique mise le 2 janvier 1959 sur une orbite elliptique se déplaçait à une distance moyenne de 1,15 u.a. du Soleil. En appliquant les lois de Kepler, calculer la période de sa révolution autour du Soleil.

1237. Déterminer la distance au périgée et à l'apogée d'un satellite artificiel qui tourne à une distance moyenne de 1055 km de la surface terrestre, sous la condition que l'excentricité de son orbite elliptique $e = 0{,}11$.

1238. Trouver le rapport entre les vitesses d'un satellite artificiel en apogée et en périgée, si l'apogée et le périgée se trouvent respectivement à 1880 et à 230 km de la surface terrestre.

1239. Calculer d'après la formule de Constantin Tsiolkovski $M_i : M_t = e^{v/c_p}$ comment changera la masse d'un vaisseau cosmique qui se déplace à la vitesse de 5 km/s, lors de son passage d'une orbite circulaire à une orbite parabolique. *Indication.* M_i et M_t sont les masses initiale et terminale du vaisseau; e, la base des logarithmes népériens; v, la différence des vitesses et c_p, la vitesse de l'écoulement des gaz, égale à 2,8 km/s.

1240. Déterminer la résistance de l'air, si un satellite artificiel de la Terre se déplace à la vitesse $v = 8$ km/s à une altitude de 160 km. La section droite du satellite $S = 1$ m^2; la densité de l'air $\rho = 10^{-9}$ kg/m^3. *Indication.* Pour résoudre le problème utiliser la formule

$$R = k\rho S v^2,$$

où k est le coefficient de proportionnalité pour le cas où toutes les mesures linéaires sont exprimées en mètres.

1241. Calculer combien de fois l'énergie cinétique nécessaire pour la mise sur orbite parabolique d'un satellite artificiel de la Terre est plus grande que l'énergie cinétique nécessaire pour sa mise sur orbite circulaire. *Indication.* Négliger l'atmosphère de la Terre.

1242. En quel point de son orbite l'énergie potentielle d'un satellite artificiel de la Terre sera la plus grande et en quel point elle sera la plus petite? Quel phénomène absorbe une partie de l'énergie potentielle d'un satellite qui passe de l'apogée en périgée?

1243. La distance entre deux stations d'observation des satellites est de 10 982 km suivant la surface terrestre. L'une des stations se trouve à l'équateur. La différence des longitudes géographiques des stations est de $9^h29^m08^s{,}67$. Trouver la différence des latitudes

géographiques. *Indication.* Admettre que la Terre est une sphère de 6 371 km de rayon.

1244. Trouver la plus courte distance à la surface terrestre entre les stations d'observation des satellites de coordonnées $\lambda_1 = 13°23'44''$; $\varphi_1 = 52°30'17''$ et Paris (son Observatoire national) : $\lambda_2 = 2°20'15''$; $\varphi_2 = 48°50'11''$.

1245. Une fusée intercontinentale partie d'un point de coordonnées géographiques $\varphi_1 = 28°30'$; $\lambda_1 = -80°30'$ (cap Kennedy) a atterri au point de coordonnées $\varphi = -16°56'$; $\lambda = 127°37'$ (Australie centrale). Calculer la plus courte distance à la surface terrestre entre ces points en admettant que la Terre est une sphère.

1246. Un objet cosmique assez éloigné est-il observable à la latitude géographique $\varphi = 60°$, si l'inclinaison du plan de son orbite à l'équateur $i = 10°$?

1247. Elucider si une fusée cosmique dont les coordonnées équatoriales à un instant sont $\alpha = 6^h40^m$; $\delta = -5°20'$ est visible à la latitude géographique $\varphi = -55°$. *Indication.* Le rayon de la Terre est négligeable par rapport à la distance géocentrique de la fusée.

1248. La fusée soviétique lancée le 12 septembre 1960 et ayant atteint la surface de la Lune avait par rapport à la Terre, à la distance de 320 000 km, une vitesse d'environ 2,31 km/s. En admettant que la fusée se déplaçait suivant une conique (depuis la fin de la partie active de la trajectoire jusqu'au moment de l'éloignement à 320 000 km), déterminer si la trajectoire de la fusée était elliptique, hyperbolique ou parabolique.

1249. Le satellite d'une planète se trouve au point de son orbite tel que l'angle de son rayon vecteur avec la direction du périgée est v. On connaît la vitesse circulaire v_c en ce point de l'orbite et l'excentricité e de cette dernière. Quelle est la vitesse du satellite à l'instant donné?

1250. Les moteurs étant débranchés, un appareil cosmique se déplace dans le champ d'attraction centrale de la Lune. Le demi-grand axe de son orbite $a = 2R_L$, où R_L est le rayon de la Lune. Quelle sera la vitesse de l'appareil par rapport à la Lune à l'instant où sa distance au centre de la Lune est $4\,R_L$?

1251. Si à 230 km de la surface terrestre une fusée cosmique reçoit une vitesse de 10 km/s dans la direction perpendiculaire à son rayon vecteur héliocentrique, l'apogée de l'orbite de la fusée se trouvera à peu près à une distance héliocentrique de 370 000 km. Quelle sera la vitesse de la fusée en apogée?

RÉPONSES ET SOLUTIONS

Chapitre premier. INTERPOLATION

1. Dans ce cas, la variation de l'équation du temps par heure pour les jours qui se suivent est presque la même, et il suffit d'ajouter à l'équation du temps à minuit sa variation horaire multipliée par 6, c'est-à-dire $1^m4^s,06 + (0^s,546) \times 6 = 1^m7^s,34$. 2. En interpolant avec les différences secondes, on obtient

$$\delta = +23°15'52'',3.$$

3. $6^h59^m27^s,58$. 4. $7^h25^m18^s,60$. 5. $+22°18'33'',8$. 6. $+3^m37^s,43$. 7. Cherchons la précession : pour $\alpha = 1^h,8$ et $\delta = 60°$, elle vaut $+4^s,1$; pour $\alpha = 1^h,8$ et $\delta = 70°$, elle vaut $+4^s,7$. (Dans ce cas, on peut négliger les différences d'ordre supérieur au premier.) Entre les deux valeurs obtenues, on réalise l'interpolation pour $\delta = 63°$ pour trouver $+4^s,3$. (Si la table avait une colonne pour $\delta = 80°$, il faudrait voir quelle est la valeur de la différence seconde dans le sens horizontal.) 8. $+4^s,4$; $+4''$. 9. $+1^s,0$; $-0'',5$. 10. $+4^s,1$; $-6''$.

Chapitre II. SPHÈRE CÉLESTE

11. 1,9 m. 12. 3 km. 18. A 8 heures du soir. 22. 34°15'. 23. 55°. 25. L'observateur se trouve à l'un des pôles de la Terre, ou bien l'astre se trouve à l'un des pôles célestes. 26. L'écliptique, le premier vertical, les colures des équinoxes et des solstices. 27. Comme le grand cercle incliné à l'horizon sous un angle de 23°27'. 28. $(90° - 55°45') \pm 23°27'$. L'angle maximal est 57°42', l'angle minimal, 10°48'. 29. Aux cercles polaires ; au cercle polaire Nord, à l'instant du lever du point vernal ; au cercle polaire Sud, à l'instant du coucher du point vernal. 30. Cf. la réponse au problème précédent. 31. 84 1/2°. 32. 11 1/2° ; 58 1/2° ; 0° ; 47°. 33. $\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \theta}$.

Chapitre III. SYSTÈMES DE COORDONNÉES CÉLESTES

I

34. Pôle Sud céleste. 35. 89°2'. 36. 180° ; 0° ; 270° ; 90°. 37. +42°. 38. $A = 180°$, $h = 23°27'$. 39. 0^h ; indéterminé. 40. 6^h ; 18^h ou -6^h. 41. $\alpha = \delta = 0$. 42. Pour le point vernal. Pour ce point, $\lambda = \beta = 0$. 43. +66 1/2° ; 90°. 44. 18^h0^m ; +66 1/2°. 45. $\beta = 90°$; λ est indéterminée. 46. 45°. 47. Dans la constellation des Gémeaux. 49. Parce que ce calcul correspond à la rotation diurne de la sphère céleste. 50. Parce que, dans ce cas, les instants de la culmination des étoiles se suivent dans l'ordre des ascensions droites. 51. Pour la première, $18^h57^m1^s,13$. 52. Pour la première, 49°17'15''. 53. 5°. 54. Au Sud-Ouest. 55. Dans la partie orientale. 56. 6^h. 57. 2^h39^m. 58. $\alpha - 12^h < s < \alpha$. 59. $t =$

$= 6^h44^m$. 60. $s = 3^h24^m$. 61. $14^h36^m38^s$. 62. Bas au Sud dans les deux cas. 63. Au zénith. 64. Dans les parties occidentale (5^h26^m) et orientale (18^h50^m); dans les parties orientale (17^h26^m) et occidentale (6^h50^m). 65. 1^h24^m. 66. 13^h24^m; 1^h24^m. 67. 0°. 68. Pour un observateur se trouvant à l'équateur terrestre et observant une étoile équatoriale. 69. Au cercle polaire Nord à l'instant du lever du point vernal. 70. Le colure des solstices (sauf les arcs joignant les pôles de l'écliptique aux pôles célestes les plus proches). 71. Le grand cercle qui passe au milieu entre l'équateur et l'écliptique et qui fait avec eux des angles de 78°16′,5. 72. Points d'équinoxe. 73. $\delta = 28°$; $\alpha = 12^h40^m$. 74. Culminant au Nord du zénith (et se levant au Sud du point Est, abstraction faite des intersections avec le premier vertical qui passe sous l'horizon).

II

75. 83°46′32″, 57°40′45″ et 72°49′50″. 76. $\cos l = \sin\delta_1 \sin\delta_2 + \cos\delta_1 \cos\delta_2 \times \times \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$. 77. $l = 5°23'$. Puisque $\alpha_2 - \alpha_1$ est petite, on peut considérer à 1′ près qu'elle est nulle. 78. La longueur de la trajectoire est de 71°18′10″, les angles sont de 40°13′48″ et 69°14′45″. 79. $\sin\delta = \sin\varphi \cos z - \cos\varphi \sin z \times \times \cos A$, $\cos\delta \cos t = \cos\varphi \cos z + \sin\varphi \sin z \cos A$, $\cos\delta \sin t = \sin z \times \times \sin A$. Après la réduction à la forme logarithmique

$$\cos\delta \sin t = \sin z \sin A, \quad \cos\delta \cos t = n \cos(\varphi - N),$$

$$\sin\delta = n \sin(\varphi - N),$$

où $n \sin N = \sin z \cos A$ et $n \cos N$ $(n > 0)$.

80. $\cos\beta \cos\lambda = \cos\delta \cos\alpha$,

$$\cos\beta \sin\lambda = \sin\varepsilon \sin\delta + \cos\varepsilon \cos\delta \sin\alpha,$$

$$\sin\beta = \cos\varepsilon \sin\delta - \sin\varepsilon \cos\delta \sin\alpha.$$

Pour le Soleil, $\cos\lambda = \cos\delta \cos\alpha$.

81. $\cos\delta \cos\alpha = \cos\lambda$, $\cos\delta \sin\alpha = \sin\lambda \cos\varepsilon$, $\sin\delta = \sin\lambda \sin\varepsilon$.

82. $\cos\beta \cos\lambda = \cos\delta \cos\alpha$, $\cos\beta \sin\lambda = n \cos(N - \varepsilon)$, $\sin\beta = = n \sin(N - \varepsilon)$, $n \sin N = \sin\delta$ et $n \cos N = \cos\delta \sin\alpha$ $(n > 0)$.

83. $\cos x' \cos(y' - \theta^1) = \cos x \cos(y - \theta)$,

$$\cos x' \sin(y' - \theta) = -\sin x \sin i + \cos x \cos i \sin(y - \theta),$$

$$\sin x' = \sin x \cos i - \cos x \sin i \sin(y - \theta).$$

85. $A = 279°28'$; $z = 68°46'$. 86. $z = 32°45',0$; $A = 343°42',9$. 87. $\alpha = = 14^h11^m35^s$; $\delta = +19°38',7$. 88. $\lambda = 85°45',0$; $\beta = +45°7',8$. 89. $\lambda = = 87°10'$; $\beta = -16°2'$. 90. $\delta = +17°11',5$. 91. $\alpha = 4^h38^m5^s$; $\delta = +22°8'0$. 92. $\alpha = 2^h44^m24^s$; $\delta = +15°9'$; $\alpha = 9^h43^m36^s$; $\delta = +13°,7$. 93. 281°,3; 102°,7. 94. $\delta = 15°20',3$; $A = 70°37',5$. 95. $4^h10^m,2$.

96. $\sin z \sin p = \cos\varphi \sin(s - \alpha)$,

$$\sin z \cos p = m \sin(M - \delta),$$

$$\cos z = m \sin(M - \delta),$$

où $m \sin M = \sin\varphi$ et $m \cos M = \cos\varphi \cos(s - \alpha)$ $(m > 0)$. 97. L'angle x entre le plan de l'horizon et le plan de l'écliptique est égal à l'angle entre le zénith et le pôle de l'écliptique; donc, dans le triangle sphérique pôle-zénith-pôle de l'écliptique, il est déterminé par le côté pôle de l'écliptique-zénith. Les autres côtés sont égaux à ε, et $90° - \varphi$, et l'angle opposé au côté x est égal à $90° + s$. En appliquant la formule du cosinus d'un côté, on a

$$\cos x = \cos\varepsilon \sin\varphi - \sin\varepsilon \cos\varphi \sin s.$$

Le maximum avec $s = 6^h$; le minimum avec $s = 18^h$. 98. Les formules indiquées sont les formules de transformation des coordonnées spatiales dans le cas où l'axe Ox garde sa direction et les axes Oy et Oz tournent de l'angle ε. 99. Les formules indiquées sont les formules de transformation des coordonnées spatiales dans le cas de translation des axes à des valeurs X_0, Y_0, Z_0. Les premiers membres sont les coordonnées rectangulaires équatoriales géocentriques.

Chapitre IV. PASSAGE DES ASTRES AU MÉRIDIEN. LATITUDE GÉOGRAPHIQUE ET COORDONNÉES DES ASTRES CÉLESTES

I

101. 0°, si $\delta < \varphi$ et 180°, si $\delta > \varphi$. 102. Pour les astres culminant au Nord du zénith ($\delta > \varphi$). 104. 47°. 105. Les hauteurs se distinguent de 30°; les azimuts sont soit égaux, soit se distinguent de 180°, si $-(\varphi + 30°) < \delta < -\varphi$ (c'est le cas de certaines étoiles sans lever). 107. 17°3′. 108. 14°3′; 4°34′. 109. Toujours. 110. Ne peut nulle part. 111. 51°2′. 112. A Odessa et à Tbilissi, pas toujours. A Moscou et à Kiev, toujours. 113. Non. 114. Depuis la latitude 35°. 115. Non. 116. 35°. 117. 35°25′. 118. —16°36′. 119. $\delta = 90° - \varphi$. 120. $\delta = \varphi$. 121. Pour que $\delta > 90° - \varphi$; pour que $\delta < -(90° - \varphi)$. 122. 55°45′; 50°27′; 41°43′. 123. Jusqu'à —30°3′; jusqu'à —48°40′. 124. Aux environs du 11 juin ou du 3 juillet. 125. A 8″ près. 126. 41°43′. 127. 44°06′. 128. 60°. 129. Plus près du zénith où l'erreur due à la réfraction est plus petite et l'image de l'étoile plus calme. 130. Le bâton n'était pas perpendiculaire à l'ombre. 131. 24°2′. 132. 40°20′. 133. +40°51′13″. 134. +72°3′. 135. Le problème a deux solutions: 1) L'étoile passe au méridien supérieur au Sud du zénith; alors, on a deux équations: $\delta = \varphi - 40°$ et $\delta = 110° - \varphi$, d'où l'on tire $\delta = 35°$; $\varphi = 75°$. 2) L'étoile passe au méridien supérieur au Nord du zénith; alors, on a deux équations: $\delta = 40° + \varphi$ et $\delta = 110° - \varphi$, d'où l'on tire $\delta = 75°$; $\varphi = 35°$. 136. 54°12′. 137. A l'équateur. 138. 4^h. 139. A $22^h33^m48^s$. 140. 8^h48^m. 141. Dans 5^h2^m; dans 18^h58^m d'après une horloge sidérale. 142. Environ à 7^h20^m du soir. 143. A 4^h52^m du matin. 144. Près de $5\frac{1}{2}$ heures du soir. 145. Près de 8^h du soir. 147. Celles dont l'ascension droite est à peu près de $18\frac{1}{2}$ heures, par exemple, α et ε Lyre. 149. En janvier. 150. Au début de l'année. 151. Près du 22 août. 152. A minuit. 153. Près du 22 décembre; $\alpha = 5\frac{1}{2}^h$. 154. 7^h35^m, 15°45′ et 19^h35^m, 84°15′. 155. 5°48′; $10^h59^m37^s$. 156. $\alpha = 15^h15^m10^s$; $\delta = 46°35'$. 157. $\alpha = 7^h35^m48^s.8$; $\delta = 12°5'$. 158. $\alpha = 0^h16^m45^s$; $\delta = -0°6',2$. 159. $\alpha = 19^h9^m13^s$; $\delta = -18°10'18''$.

II

160. Le maximum dans les parties orientale et occidentale du ciel (au premier vertical); le minimum, au méridien. 161. Le plus vite au méridien, le plus lentement à l'Est et à l'Ouest (au premier vertical). 162. Le deuxième est plus exact. 163. Voir la réponse aux problèmes 160 et 161. 164. Une étoile équatoriale (déclinaison nulle) observée de l'équateur de la Terre. 165. En posant $t = 0$, on trouve, $z = \pm(\varphi - \delta)$. 166. 52°30′. 167. $\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\delta \dfrac{\sin t_1 + \sin t_2}{\sin(t_1 + t_2)}$.

Chapitre V. RÉFRACTION

II

170. Sur les deux, à l'exception de l'angle horaire et de l'ascension droite pendant les culminations. **171.** Sur les deux et toujours. **172.** $5°44'11''$. **173.** $+7°44'28''$. **174.** $88°3'32''$. **175.** $\varphi = 51°32'09''$; $\delta = +74°34'41''$. **176.** En été, au-delà des cercles polaires Nord ou Sud. L'erreur éventuelle pouvait atteindre 8 ou 9 km. **177.** De 5 minutes. **178.** On le peut par suite de l'action de la réfraction atmosphérique. **179.** La différence perceptible entre la réfraction du bord inférieur et du bord supérieur des disques solaire et lunaire fait que leurs diamètres semblent plus petits dans le sens vertical. **180.** Non, elle la diminue. **181.** Sa position ne change pas. **182.** Non, parce que, pour les étoiles, la différence de réfraction peut être considérée comme infime.

183. Non, puisque la réfraction ne change pas les azimuts des astres. **184.** $\delta = 74°34'43''$; $\varphi = 40°22'10''$. **185.** $\alpha = 5^h14^m55^s$, $\delta = -9°22'7''$. **186.** De trois jours. **187.** $z = 53°49'52'',3$. **188.** *Solution*: $z' = z + r$. D'après la loi de réfraction

$$\frac{n}{1} = \frac{\sin z'}{\sin z} = \frac{\sin (z+r)}{\sin z}$$

ou

$$n \sin z = \sin z \cos r + \cos z \sin r.$$

r étant très petit, adoptons $\cos r = 1$ et $\sin r = r \sin 1''$. Alors,

$$(n - 1) \sin z = r \sin 1'' \cos z$$

et

$$r = \frac{n-1}{\sin 1''} \operatorname{tg} z = 58'',3 \operatorname{tg} z.$$

Chapitre VI. MOUVEMENT APPARENT DU SOLEIL

190. Environ en 12 heures. **191.** 90° et 0°; 270° et 0°. **192.** 180°, 188°, 280°. **194.** 0^h et 0°; 12^h et 0°. **195.** 6^h, $+23°27'$; 18^h, $-23°27'$. **196.** 90° et 0°; 180° et 0°. **197.** Près du 22 de chaque mois. **198.** $57°42'$. **199.** $2°0'$. **200.** $53°30'$; $72°07'$; 90°; $46°54'$; $43°06'$; 0°. Tropique du Cancer; cercle polaire Nord. **202.** $66°33'$. **203.** De 2°. **204.** $23°27'$. **205.** $43°49'$; $22°44'$. **206.** $36°10'$. **207.** Le 3 mai ou le 11 août. **208.** 12^h; 45°. **209.** A midi, près du 22 décembre. **210.** Latitude: $+34°47'$; obliquité: $23°54'$. **211.** α, lorsque la Terre se trouve au périhélie (début janvier); δ, près des moments des équinoxes. **212.** Environ 282°; environ 101°. **213.** Varie de 20 à 21 mars avec une période de quatre ans des années bissextiles; cf. la réponse au problème suivant. **214.** Les éphémérides calculées pour tous les jours d'une année ne seront pas correctes pour une autre année, puisque l'année tropique ne coïncide pas avec l'année du calendrier. La différence entre les éphémérides est la plus grande pour une année bissextile et une année qui la précède. L'erreur peut atteindre $1\frac{3}{4}$ du déplacement duirne du Soleil, lorsque, d'après le calendrier grégorien, on saute une année bissextile (par exemple, en 1900). **215.** Dans le triangle formé par l'équateur, l'écliptique et le cercle de déclinaison du Soleil, l'angle opposé au côté L est droit, et la formule devient: $\cos L = \cos \alpha \cos \delta$. D'après le théorème des sinus, $\sin \delta = \sin \varepsilon \sin L$. **216.** La formule est fournie par la réponse au problème 81.

217. Le 19 juin, $\alpha = 86°,7$; $\delta = +23°,4$ ou

$$\lambda = 87°,0; \ \beta = 0°.$$

Le 19 décembre, $\alpha = 266°,7$; $\delta = -23°,4$ ou

$$\lambda = 267°,0; \ \beta = 0°.$$

Chapitre VII. TEMPS ET LONGITUDE

I

219. Le jour solaire serait plus court que le jour sidéral. 220. Les deux. 221. $32°20' = 2^h9^m20^s$. 222. $0^h39^m12^s$. 223. $2^h26^m07^s$ à l'Est de Greenwich. 224. $-2^h42^m50^s$. 225. 3^h11^mE. 226. 8^h45^mE 227. $6°26'$. 228. 0^h22^m. 229. 2^h14^m à l'Est de Poulkovo. 230. 9^h18^mE. 231. 7^h47^mE. 232. 1^h22^mE. 233. Le 3 avril à 0^h3^m; le 3 avril à 1^h3^m; le 3 avril à 0^h11^m. 234. 9^h28^m; 6^h du soir; $22°13'$. 235. $\lambda = 2^h57^m$ à l'Est de Greenwich; $\varphi = 40°27'$. 237. Le voyageur avait à: 1) Observer une étoile quelconque avant et après le passage supérieur à la même hauteur, établir la méridienne et le méridien. 2) Noter le passage des étoiles au méridien, établir le temps sidéral et régler, d'après ce temps, le chronomètre. 3) Au même instant, en comptant sur le limbe, établir la latitude d'après les hauteurs méridiennes. 4) Observer sur son chronomètre les instants des éclipses des satellites de Jupiter. Convertir le temps sidéral en temps moyen et le comparer avec les tables pour déterminer la longitude. 238. A cette latitude, 20 km traduisent une différence de longitudes de $360° \times \frac{20}{2\pi R \cos\varphi} = 0°,32 = 1^m17^s$, ce qui fait précisément la différence de l'instant de l'avènement du midi. 239. $-26^m35^s,07$ et $-26^m34^s,27$. 240. $9^h16^m18^s,2$. 241. $+6^m36^s$; $+5^m41^s$. 242. $+7^s,4$. 243. -2^m35^s; $-2^m38^s,5$; -3^m03^s. 244. A l'équateur le pendule fait $n = 86\,400\sqrt{g_0 : g} = 86\,247$ oscillations par jour, c'est-à-dire 153 oscillations de moins qu'à Moscou; l'horloge retarderait par jour de 2^m33^s. 245. De $1^m43^s,5$. 246. $23^h56^m4^s,09$. 247. $15^h9^m21^s,4$. 250. $2^h23^m48^s,48$. 251. 1461. 252. Le 1 juillet à 5^h28^m. 253. 14^h32^m et 19^h44^m en comptant, la première fois à partir du 23 mars, et la deuxième fois à partir du 23 juin, lorsqu'à minuit le temps sidéral est environ 18^h. 254. 3^h0^m. 255. 21^h20^m. 256. 13^h10^m. 257. $17^h59^m34^s$. 258. $7^h10^m30^s$. 259. $23^h46^m23^s$ à Omsk et $4^h46^m23^s$ à Yakoutsk. 263. A $11^h44^m51^s$. 264. 4^h6^m; 11^h37^m. 265. $13^h4^m15^s,5$. 266. 3^h23^m. 267. 6^m après le midi vrai. 268. L'horloge avance de 1^h6^m. 269. -18^m44^s. 270. $+16^s$; $10^h57^m18^s$. 271. $+15^m$. 272. -9^m. 273. 32^m. 274. Près de 14^m48^s. 275. Oui. 276. Dix, pour l'équipage d'un bateau qui navigue entre la Sibérie et l'Alaska en une année bissextile et qui quitte la Sibérie dimanche le 1 février; l'aller et retour doit de surcroît durer exactement une semaine. 277. 18 jours. 278. Samedi, le 29 octobre.

II

279. De $8^s,18$. 280. 3^m3^s. 281. 236 fois. 282. $+1^m6^s,91$. 283. En 6^m6^s. 284. L'ascension droite du Soleil moyen à midi est égale à s. L'ascension droite du Soleil vrai à midi est égale à $s + \varepsilon$. L'ascension droite du Soleil vrai à l'instant t est égale à $\alpha + t = s + \varepsilon$ ou $s - \alpha + \varepsilon - t = 0$. 285. $20^h53^m57^s,63$. 287. -29^m. 288. $12^h4^m29^s,51$. 289. -1^m18^s. 290. $+47^s$. 291. -57^m29^s; -58^m48^s; $+1^m12^s$. 292. -35^s; -1^m36^s. 293. Pour le temps local: $-57^m48^s,3$. 294. Le 21 mars à 23^h45^m. 295. Parce que, pendant ces jours, l'équation du temps augmente plus vite que n'arrive le coucher du Soleil sous l'action de la variation de sa déclinaison. 296. Elle augmenterait. Elle deviendrait nulle. 297. Sensiblement plus grandes. 298. Un temps solaire moyen s'impose sur Mars.

Chapitre VIII. CALENDRIER

I

304. 352 jours. 305. Non. 306. Parce que le nombre de jours d'une année tropique n'est pas un nombre entier. 307. Le 22 mars à 0^h47^m; le 22 mars à 6^h36^m; le 21 mars à 12^h24^m; le 21 mars à 18^h13^m; le 22 mars à 0^h2^m. 308. $5^h48^m46^s$ par an; le 15 avril. Dans 730 ans. 309. Le 27 février. Le 9 mars.

Le 18 mars. 312. Le 16 mars 2445. 313. Dans 10 400 ans. 314. 365,2425 jours; 0,0003 jour ou 26 secondes par an. 315. 43^m; $3\frac{1}{2}^h$; 7^h; le 22 mars, comme à notre époque. 316. Alors, 128 années compteront 31 années bissextiles et 97 années simples et une année comptera 365,24219 jours moyens. Ceci donne une erreur égale seulement à un jour en 10 000 ans, puisqu'une année tropique est égale à 365,24220 jours moyens. 317. 0,013 jour pour chaque 30 ans, ou un jour en trois millénaires. 318. Alors, 33 ans compteront 25 années simples de 365 jours et 8 années bissextiles de 366 jours. C'est pourquoi une année comptera en moyenne 365,2424 jours moyens, c'est-à-dire elle sera plus grande que la durée réelle seulement de 0,0002 jour moyen, ce qui ne fait un jour qu'en 5000 ans. 319. 19 ans = 235 mois. 320. 63e année. 322. En 1880. 323. 1394. 324. En l'an 22 749.

Chapitre IX. LEVER ET COUCHER DES ASTRES

I

326. Peut très bien. Ne peut pas. 330. A 10 heures du soir. 332. Sous toutes les latitudes au Nord de 72°. 333. Au Sud de 48°,5. 334. 60°,5.

II

337. A Irkoutsk. 338. A Londres plus tôt. 339. Quel que soit le lieu de la Terre, l'angle horaire de son lever et de son coucher est égal à 18 heures et à 6 heures, alors que l'azimut du lever et celui du coucher sont 270° et 90°, parce que l'étoile se trouve presqu'à l'équateur. 340. Calculer les angles horaires du lever et du coucher t d'après la formule (2) de l'introduction au chapitre IX :

$$\begin{array}{rl} \log(-\operatorname{tg}\varphi) & 0{,}1669_n \\ \log\operatorname{tg}\delta & \underline{9{,}6726} \\ \log\cos t & 9{,}8395_n \end{array}$$

$$t = \pm 133°43', \text{ c'est-à-dire } t_L = 15^h5^m{,}1\,;\ t_C = 8^h54^m{,}9\,.$$

Le temps sidéral étant $s = t + \alpha$, on a $s_L = 21^h44^m{,}8$; $s_C = 15^h34^m{,}6$. Les azimuts des points du lever et du coucher se calculent d'après la formule (4) de l'introduction au chapitre

$$\begin{array}{rl} \log(-\sin\delta) & 9{,}6292_n \\ \partial\log\cos\varphi & \underline{0{,}2496} \\ \log\cos A & 9{,}8788_n \end{array}$$

$$A \pm 139°9',$$

autrement dit, $A_L = 220°51'$; $A_C = 139°9'$.

341. En calculant nous trouvons $\log\cos t = 0{,}1387$ et $\log\cos A = 0{,}0944$, ce qui est impossible. Par conséquent, à Poulkovo Véga est une étoile sans coucher. 342. 23^h54^m, c'est-à-dire 11^h54^m du soir. 343. Le lever à $0^h56^m28^s$, le coucher à $14^h12^m30^s$; d'après le temps moyen: $0^h11^m7^s$ et $13^h24^m59^s$. 344. $t = \pm 7^h27^m56^s$; $A = \pm 115°2',7$; 14^h53^m, temps moyen. Le lever à $12^h50^m28^s$; le coucher, à $3^h43^m53^s$. 345. $\delta = -18°,8$; $A = 55°,1$. 346. $\delta = -32°,5$; 4^h48^m; $h = 5°,8$. 347. L'angle ψ est égal au troisième angle du triangle pôle-zénith-astre (les deux premiers sont t et $180° - A$), dit *angle parallactique p*. En appliquant les formules de la trigonométrie sphérique, on obtient

$$\cos\delta\cos\psi = \sin z\sin\varphi + \cos z\cos\varphi\cos A\,.$$

Mais pour le lever $z = 90°$, et la formule imposée est ainsi déduite. 349. $\varphi = -64°48'$. 350. Le calcul se fait d'après la formule (5) de l'introduction au chapitre IX :

log 0,0145	8,1703			
$\partial \log \cos \varphi$	0,1680	$\log \operatorname{tg} \varphi$	0,0337	
$\partial \log \cos \delta$	0,0287	$\log \operatorname{tg} \delta$	9,5755	
log I terme	8,3670	log II terme	9,6092	
		I terme	0,0233	
		II terme	0,4066	c'est-à-dire
		$\cos t$ —	0,4299	$t = \pm 7^h41^m,9$
		$\log \cos t$	9,6334	$t_L = 4^h18^m,1$
		$t \pm 115°28'$		$t_C = 19^h41^m,9$

La durée du jour est de 15^h24^m. Le temps moyen du lever et du coucher est égal à l'angle horaire du Soleil vrai plus l'équation du temps, c'est-à-dire le lever à $4^h14^m,7$; le coucher à $19^h38^m,5$.

351. Le jour le plus court à Léningrad est de 5^h31^m ; à Douchanbé, 9^h18^m. La somme des durées du jour le plus court et le plus long est égale à 24^h. 353. $\varphi = 52°30',2$. 354. Dans 1^h12^m ; 1^h44^m ; 2^h33^m. 355. 2^h30^m. 356. 77°,7. 357. $\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi} = -\frac{\sin \delta}{\sin \varepsilon}$. Pour le Soleil, $\sin \delta = \sin \varepsilon \sin l$, par conséquent, $\cos A = -\sin l$; en désignant par A_C l'azimut du point du coucher, on en tire : $A_C = 90° + l$ dans la période du 22 décembre au 22 juin et $A_C = 270° - l$ dans la période du 22 juin au 22 décembre, c'est-à-dire la valeur absolue de la variation diurne de A_C est égale à la variation diurne de l. 358. Aux points opposés quelconques du globe terrestre. 359. Au cercle polaire Nord, le plan de l'écliptique une fois par jour (à 18 heures, temps sidéral) coïncide avec le plan de l'horizon et, par conséquent, à cet instant le Soleil se lève ou se couche. Lorsque la longitude du Soleil augmente de 90° à 270° (ce qui correspond à six mois, du 22 juin au 22 décembre), son azimut à 18^h, temps sidéral, passe de 180° à 0° : à cet instant le Soleil se couche. Dans la période du 22 décembre au 22 juin, à 18 heures, temps sidéral, le Soleil se lève. La constance du temps sidéral du lever succède à la constance du temps du coucher le 22 juin, lorsque les points du lever et du coucher du Soleil coïncident avec son passage inférieur. 360. Soient $t_{-90°}$ et t_C les angles horaires du passage à l'azimut —90° et du coucher. Alors,

$$\cos t_{-90°} = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}; \quad \cos t_C = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta.$$

Pour $\varphi = 45°$, $\cos t_{-90°} = \cos t_C$, d'où $t_C - t_{-90°} = 12^h$ indépendamment de δ. 361. En exprimant dt en secondes de temps et dz, en secondes d'arc, on obtient

$$dt = \frac{dz}{15 \cos \varphi \cos \delta \sin t}.$$

362. $\cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$; $\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}$.

363. $h = 54°58'$; $s = 0^h16^m,8$ et $17^h2^m,2$;
$h = 22°53'$; $s = 8^h44^m,8$ et $18^h58^m,0$;
$h = 41°18'$; $s = 0^h37^m,8$ et $9^h7^m,2$.

Chapitre X. PRECESSION

II

364. En 360 ans. 365. Non, parce que les solstices n'ont plus lieu dans ces constellations. 366. Dans la constellation de la Vierge. 367. Que la Terre ait la forme exacte d'une sphère ou que son équateur, le plan de l'orbite lunaire et celui de l'écliptique coïncident. 368. A sa culmination supérieure Orion toucherait de son bord inférieur l'horizon. La Couronne du Sud montera au-dessus de l'horizon presque aussi haut que monte à présent l'Orion.

371. Plus rapide dans les deux premiers cas; plus lente dans les deux derniers cas. 373. Oui, parce que l'orbite terrestre étant elliptique, la distance au Soleil à laquelle dans l'hémisphère Nord, par exemple, survient l'été, change.

374. $\lambda = 359°09'22''$; $\beta = -17°35'37''$;
$\lambda = 357°54'00''$ $\beta = -17°36'37''$;
$\lambda = 0°41'28''$; $\beta = -17°35'37''$.

375. L'augmentation des ascensions droites est continue partout, sauf dans la région circulaire de diamètre pôle céleste — pôle de l'écliptique, où elles diminuent. Les déclinaisons augmentent ou diminuent en fonction de l'ascension droite. 376. Pour les étoiles circumpolaires.

377. $22^h4^m56^s$; $+27°40',5$;
$22^h9^m04^s$; $+28°6',9$.

378. $10^h58^m17^s$; $-2°5',6$;
$3^h42^m9^s$; $+23°44',1$;
$22^h26^m34^s$; $+58°3',4$;
$2^h15^m48^s$; $-3°17',7$.

380. La longitude du périhélie augmente de 0°,33 par siècle.

Chapitre XII. MOUVEMENT DES PLANÈTES

I

381. Environ 6600 ans. 382. En $12\frac{1}{2}$ minutes. 383. 0,7 an. 384. Non. Oui. Non. 385. Non. 386. Supérieure. 387. Mars est opposée au Soleil, c'est-à-dire se trouve dans la Balance; Vénus se trouve environ à 45° à l'Est du Soleil, c'est-à-dire dans les Poissons. 388. Au printemps, lorsque le soir à l'Ouest l'angle que compose l'écliptique avec l'horizon est maximal. 389. Celle dont la trace est plus longue est plus proche du Soleil et de la Terre. 390. De $\frac{360°}{365,25} - \frac{360°}{687} = 0°,461$. 391. Non. 392. 688 jours. 393. $\frac{3}{4}$, ou bien $1\frac{1}{2}$ ans. 394. $\frac{4}{3}$, ou bien $\frac{4}{5}$ d'un an. 395. 2 ans. 396. Le 18 août de l'année suivante. 397. 1320 jours. 398. Le 12 septembre de l'année suivante. 400. Trouvons d'abord la période sidérale de Mercure qui est égale à 87,97 jours. Alors, le mouvement diurne moyen de Mercure est égal à 4°5'30''. 401. La période de ces phénomènes est de 780 jours, elle est égale à la période synodique de Mars. 402. 41°. 403. Près de 17'. 404. Le rapport $\sin x = \frac{1}{5,2}$ donne $x = 11°$. 405. Supposons qu'une

telle opposition ait lieu. L'opposition suivante aura lieu du même point de l'espace dans un intervalle de temps qui comprend un nombre entier de tours de la Terre (x) et un nombre entier de tours de Mars (y). Par conséquent,

$$\frac{x}{y}=1{,}88=\frac{47}{25}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{3+\dots}}}$$

En se bornant aux trois premiers termes, on a $\frac{x}{y}=\frac{15}{8}$, c'est-à-dire que les grandes oppositions ont lieu tous les 15 ans (tous les 8 tours complets de Mars). **406.** Désignons par x le quantième du jour de l'opposition la plus proche de Jupiter avec le Soleil et composons l'équation en retenant qu'à l'instant de l'opposition la différence entre les longitudes héliocentriques de la Terre et de la planète est égale à 0° ou à 360°, en général, à $2n \cdot 180°$, où n est un nombre entier. Les mouvements diurnes moyens des planètes sont donnés dans l'introduction au chapitre. Nous obtiendrons ainsi l'équation suivante: $(99°55' + 59'x) - (306°55' + 5'x) = 0$, qui donne après simplification $54'x = 207°$ ou $x = \frac{207 \cdot 60}{54} \approx 230$. Ainsi, l'opposition la plus proche de Jupiter a eu lieu 230 jours après le 1 janvier, c'est-à-dire le 19 août. **407.** Le 31 janvier et le 7 mars de l'année suivante. **408.** Le 21 novembre. **409.** Le 12 septembre. **410.** Le 29 janvier de l'année suivante. **411.** Le 1 mai Mars se trouve de quelques degrés plus au Nord de α Scorpion qui par son éclat et sa couleur rouge rivalise avec Mars et c'est ce qui lui vaut son nom d'*Antarès* (« opposé à Mars »). Dans deux ans, le 1 mai Mars se trouvera dans le Sagittaire entre les étoiles λ et π. **412.** Il se trouvait dans le Sagittaire près de l'étoile π. Sa visibilité était parfaite, c'était presque l'opposition. **413.** Oui. **414.** Elle est minimale en conjonctions et oppositions et maximale en quadratures et grandes élongations. **415.** En conjonction, à 48',16 par jour. En opposition, à 21',52 par jour. **416.** A 53",68 par heure ou à 21'28" par jour. **417.** La durée du passage est égale à $\frac{277}{723} \times \frac{1}{675} \times 584 = 0^{j}{,}332 = 7^{h}58^{m}$. La vitesse angulaire apparente est égale à 241" par heure. **418.** $R = \sin 47° = 0{,}73$. **419.** 0,39 u.a. $= 58 \cdot 10^6$ km. **420.** Si la distance en unités astronomiques entre le Soleil et Jupiter est désignée par x, et l'angle au Soleil entre les rayons vecteurs de la Terre et de Jupiter par t, il est clair qu'on peut écrire la proportion

$$\frac{x}{\sin \Delta l}=\frac{1}{\sin(180°-\Delta l-t)},$$

d'où l'on tire $x = 5$. **422.** Mille ans. **423.** 4,62 ans. **424.** 4 u.a. **425.** De 2,362 fois. **426.** 74 ans; à la distance de 0,009 u.a. **427.** 1,70. **428.** 0,63 u.a. **429.** 0,763 et 1588 u.a. **430.** 0,153. **431.** $11^{h}57^{m}$; 739^{j}. **432.** 0°. **433.** 4 u.a.

II

434. Ceci ne pouvait pas être une planète. **435.** Si ε est l'obliquité de l'écliptique, et φ la latitude, la plus grande distance entre le pôle de l'écliptique et le zénith est $90° - \varphi + \varepsilon$. C'est pourquoi le sinus de la plus grande hauteur de Vénus sera $0{,}72 \cos(\varphi - \varepsilon)$, et l'époque, celle de l'équinoxe de printemps. **436.** Comme le montre la formule du mouvement synodique, la période synodique est égale, à la limite, à l'année sidérale. **437.** $\rho^2 = a^2 + 1 - 2a \cos \varphi$.

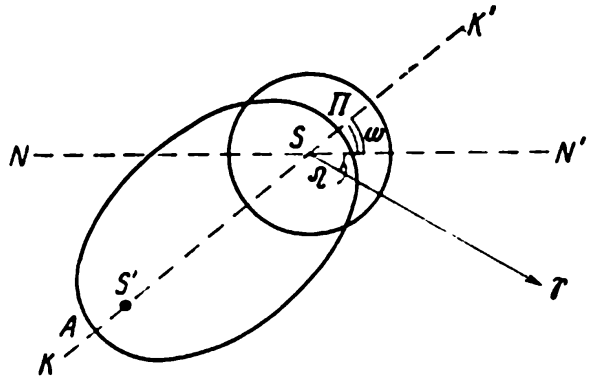


Fig. 51

438. Près de 1',5 par jour. 439. $\frac{P}{2\tau} - 1$, où 2τ est la durée du mouvement rétrograde.

440. $\psi = 10°,6$. 441. $\omega = 2\pi\alpha^{-\frac{3}{2}}$. 442. $v = 2\pi : \sqrt{a}$.

443. 33",2. 444. En désignant par x la distance périhélique inconnue de la comète (en millions de kilomètres) on a $\frac{2^2}{1^2} = \frac{(x + 820)^3}{2^3 \cdot 15^3}$, d'où l'on tire $x = -343$, c'est-à-dire une réponse impossible. Les données sur la comète imaginées par Jules Verne ne s'accordent pas entre elles. 445. De $3T\frac{\Delta a}{2a}$, ce qui s'obtient en différentiant l'expression de la troisième loi de Kepler. 446. 10 et 190 u.a. 447. $222 \cdot 10^6$ et $102 \cdot 10^6$ km. 448. *Solution.* Choisissons tout d'abord l'unité d'échelle. Adoptons que la distance entre le Soleil et la Terre est égale à 5 cm. Une circonférence de 5 cm de rayon (fig. 51) représentera l'orbite de la Terre, car à cette échelle l'excentricité de son orbite est nécessairement négligée. Du point S représentatif du Soleil menons arbitrairement la direction vers le point vernal ♈. A partir de la direction S♈ comptons dans le sens direct (opposé de celui des aiguilles d'une montre) l'angle $\Omega = 30°$ et traçons en pointillé la ligne des nœuds NN'. Admettons, pour fixer les idées, que SN' est la direction vers le nœud ascendant. A partir de cette direction comptons dans le sens direct (puisque $i < 90°$, c'est-à-dire que le mouvement du corps est direct) l'angle $\omega = 45°$ et traçons en pointillé la ligne des apsides KK'. Le périhélie est distant du Soleil de $a(1 - e) = 2 \cdot (1 - 0,8) = 0,4$ u.a. A partir de S dans la direction de K', portons la distance $5 \cdot 0,4 = 2$ cm; ce sera précisément le périhélie Π. L'aphélie est distant du Soleil de $a(1 + e)$ ou, à notre échelle, de 18 cm. Il sera en A. S' matérialisera le deuxième foyer de l'ellipse. Piquons aux points S et S' des épingles. Mettons sur ces épingles un fil lié par ses bouts d'une longueur de $2a = 20$ cm. Plaçons la pointe du crayon de façon qu'il assure tout le temps la tension du fil et traçons toute l'ellipse qui représente notre orbite.

454. $E = 200°10',2$. 456. $E = 99°33'$. 457. $E = 5°40',3$. 458. D'après la troisième loi de Kepler, la période $P = 4^{3/2} = 8$. C'est pourquoi un an après le passage au périhélie, l'anomalie moyenne M sera de 45° et, pour cet instant, l'équation de Kepler s'écrira comme $45° = E - 0,66144 \sin E$. Puisque les tables donnent le sinus exprimé en radians (ou son logarithme), il faut convertir ce terme en degrés, et à cet effet le multiplier par le nombre de degrés contenus en un radian, c'est-à-dire par 57°,2958; alors le logarithme du coefficient affecté à $\sin E$ sera 1,57861.

Ainsi, $45° = E - [1,57861]° \sin E$. Puisque l'excentricité est grande, la valeur approchée de E se trouve d'après la figure 19: $E_1 = 82°30'$, et nous

essayons de la porter dans la formule:

log sin 82°30′	9,99627
log du coeff.	1,57861
log E	1,57488
E	37°,573
E_1	82°,500
Différence	44°,927

au lieu de 45° nécessaires. Il est clair que E doit être un peu augmentée. Adoptons, par exemple, $E_2 = 82°,58 = 82°34',8$, ce qui après sa substitution dans l'équation de Kepler vérifie bien cette dernière (dans la limite de précision de nos calculs, c'est-à-dire des logarithmes à cinq décimales). Si la deuxième approximation ne donne pas de valeur correcte de E, il faudrait la modifier encore une ou deux fois, tant que sa substitution dans l'équation ne satisfait la condition: $E - e \sin E = 45°,000$. v s'obtient de la formule qui donne $\operatorname{tg}(v/2)$:

$\log(1+e)$	0,22049
$\log(1-e)$	9,52962
$\log[(1+e):(1-e)]$	0,69087
$\log\sqrt{(1+e):(1-e)}$	0,34543
$\log \operatorname{tg}(E/2)$	9,94360
$\log \operatorname{tg}(v/2)$	0,28903

$v/2 = 62°47',8$, d'où $v = 125°35',6$;

r se trouve d'après la formule

$$r = a(1 - e\cos E).$$

$\log a$	0,60206
$\log e$	9,82049
$\log \cos 82°34',8$	9,11106
$\log ae \cos E$	9,53361

$$ae \cos E = 0,3417$$
$$a = 4,0000$$
$$r = 3,6483$$

459. $E = 122°06',2$; $v = 151°57',7$; $r = 5,4061$. 460. $E = 152°30',0$; $v = 167°33',6$; $r = 6,3468$. 461. $v = 62°54',7$; $\log r = 0,4504$. 462. D'après l'abaque, une valeur approchée de E est de 324°,25. Après la réalisation des approximations, $E = 324°16',5$; $v = 315°1',4$; $r = 2,112$. 463. $\log M = 1,7354$; $v = 61°16',0$; $\log r = 0,1747$. 464. $v = -109°15',9$; $\log r = 9,9940$.

465.

Septembre	$\log r$	$\log \rho$	α	δ
1,5	0,3270	0,0492	$23^h15^m46^s$	−4°44′4
5,5	0,3292	0,0521	23 13 29	−5 33,5
9,5	0,3314	0,0564	32 11 11	−6 21,9

466.

Juin	$\log \rho$	α	δ
23,5	9,4802	$5^h34^m48^s$	+45°3′,1
24,5	9,4948	5 38 33	+49 21,0
25,5	9,5115	5 42 44	+53 18,6

Chapitre XIII. PARALLAXE ET ABERRATION

I

467. 8^m18^s. **468.** 2″,38. **469.** 23″,2. **470.** 46″,4. **471.** 0″,29. La notion de parallaxe annuelle est inapplicable aux planètes. **472.** 1″,47. **473.** 71 800 km. **474.** 12 600 km. **475.** Distance: 60,3; rayon: 0,272; surface: 0,0740; volume: 0,0201. **476.** A 0,11 % près ou à 164 445 km près. **477.** De 109 fois; 1 391 000 km. **478.** 0″,75; on la verrait. **479.** Pratiquement ne changera pas du tout. **480.** La première question n'a pas de sens; la distance en parsecs est égale à 1 : 206 265. **481.** $57' \sin z = 46',7$. **482.** 49°17′,4. **483.** 65°13′20″. **484.** A 1/300 de parallaxe dans les deux cas. **485.** $\varphi > 16°$, ce qui s'obtient à partir de la condition $\sin \varphi > \frac{16}{57}$. **486.** Oui, puisque plus la Lune est proche de nous, plus sa parallaxe et par suite son diamètre angulaire sont grands. **487.** $\frac{\sin \rho'}{\sin \rho} = \frac{\sin p'}{\sin p}$, d'où $\rho' = 15'45''$. **489.** Près de 0″,005. **490.** C'est possible, mais la précision du résultat sera inversement proportionnelle à la distance planète-Soleil. **491.** 149,6 mln de km. **492.** La parallaxe est égale environ à 8″,8. **493.** La plus grande différence entre les vitesses radiales des étoiles observées aux moments séparés par des intervalles de temps de six mois (sous la condition que les observations soient poursuivies pendant toute l'année) donne, évidemment, une vitesse orbitale double de la Terre. **494.** Si T est le nombre de secondes en un an, alors $R = 30 \frac{T}{2\pi}$ km. **495.** Une carte montre que la différence entre les longitudes de deux points est égale presque à 180° et la différence de leurs latitudes, presque à 90°, c'est-à-dire qu'on peut considérer que la base est égale au diamètre de la Terre. D'après la longueur des cordes parcourues par Vénus, on obtient $D = 46''$, d'où $p = 8'',8$.

496. Les observations du passage de Mercure devant le disque du Soleil donneraient pour déterminer la parallaxe la formule $p = D \frac{92}{58} \frac{r}{d}$. C'est pourquoi lors du calcul de la parallaxe du Soleil l'erreur dans la mesure de D, résultant du traitement des observations de Mercure, augmente de $\frac{92}{58}$ fois, et dans le cas du traitement des observations de Vénus, diminue de $\frac{72}{28}$ fois. **497.** En dérivant les deux membres de la formule, on voit que si l'erreur $\frac{dM}{M} = 0{,}01$, alors $\frac{dD}{D} = 0{,}003$ ou 0,3 %. **498.** $ESM = \frac{FEM - MEN}{2} = 360° \frac{0{,}6}{2 \cdot 29{,}5 \cdot 24} \approx 0°,15$; $SE = ME$; $\sin 9' \approx 386\, ME$. Aristarque a trouvé $SE = 19\, ME$. **499.** *Solution.* Introduisons la notation: $\frac{KD}{MK} = n$. Alors, d'après la figure 22 (p. 90) $\frac{AD - GK}{GK - QM} = n$; d'autre part, si ρ est le rayon de la Lune, alors $AD = n\rho$. Par conséquent, $(n\rho - GK) : (GK - QM) = n$. D'où $\rho + QM = GK \left(1 + \frac{1}{n}\right)$, c'est-à-dire (*rayon de la Lune*) + (*rayon de l'ombre*) $= \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ (*rayon de la Terre*). D'après l'énoncé du problème (*rayon de l'ombre*) $= \frac{15'}{40'}$ (*rayon de la Lune*); par conséquent, (*rayon de la Lune*) $= \frac{3}{11}\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ (*rayon de la Terre*). Mais comme le rayon angulaire de la Lune est égal à 15′, sa distance est 220 fois plus grande que son rayon. Par conséquent, en rayons de la Terre, (*distance*

de la Lune) $= 60\left(1+\frac{1}{n}\right)$, ou, puisque par condition $\frac{1}{n}=\frac{1}{390}$, (*distance de la Lune*) $= 60\left(1+\frac{1}{390}\right)$. Ce même problème peut être résolu d'une autre façon Le rayon de l'« ombre » terrestre β égal à 40′ est aussi égal à $P+p-S$, où p et P sont les parallaxes du Soleil et de la Lune, et S le diamètre angulaire de la Lune et du Soleil. D'après la condition, $\frac{P}{p}=n=390$. D'où $P=\frac{(\beta+S)\,390}{391}$ ce qui donne la parallaxe de la Lune.

500. 1) D'après le retard des éclipses des satellites de Jupiter; 2) d'après les vitesses radiales des étoiles; 3) d'après la constante d'aberration annuelle.

II

501. Aux points où la Terre se déplace directement vers l'étoile ou à partir de l'étoile. **502.** $PR : RQ$ est égal au rapport des vitesses de la Terre au périhélie et à l'aphélie, ce rapport (cf. problème 713) étant $(1+e):(1-e)$. **503.** Non. **504.** 0′,32. Au pôle, l'aberration diurne est nulle. **506.** Le rapport de la vitesse maximale de la rotation de la Terre à la vitesse de la lumière donne 0″,32, *constante de l'aberration diurne*. Pour la latitude φ on a évidemment, l'aberration diurne 0″,32 cos φ. L'influence maximale de l'aberration diurne dont la totalité agit sur l'ascension droite à l'instant du passage supérieur augmente celle-ci de $\Delta\alpha = 0'',32 \cos\varphi \sec\delta$, où δ est la déclinaison de l'étoile.

Chapitre XIV. LA TERRE

II

507. Près de 30 km/s. **508.** La longueur de l'orbite augmenterait de $6\frac{1}{4}$ m et l'année, de 1/5000 de seconde, c'est-à-dire d'une façon parfaitement insensible. **510.** Ils seraient de la même durée. **511.** Alors, les distances de la Terre au Soleil au périhélie et à l'aphélie se rapporteraient comme 1 : 3 et, en général, ceci l'emporterait sur l'effet de l'inclinaison de l'orbite terrestre. Les hivers dans l'hémisphère Nord deviendraient très courts et chauds, les étés longs, mais plus froids. La succession des jours et des nuits en été et en hiver ne changerait pas. **512.** Toujours et partout le jour serait égal à la nuit et il n'y aurait plus de succession de saisons. **513.** Avec une inclinaison de 45°. **514.** Dans 10 400 ans. **515.** $\frac{2\pi R\cos\varphi}{24\cdot 60\cdot 60} = 232$ m/s. **516.** a) 464 m/s; b) 308 m/s. **517.** 1) Sous la latitude φ, où $\cos\varphi = \frac{\cos 56^\circ}{2}$, c'est-à-dire que $\varphi = 73^\circ,7$. 2) Sous la latitude $\varphi = 44^\circ,2$. **518.** Plus vite. **519.** Sa distance de l'axe est égale à $R\cos\varphi = 2$ années-lumière. Par jour elle parcourerait une circonférence de $2\pi\cdot 2 = 13$ années-lumière, ou par heure une distance que la lumière couvre en 1/2 an. Sa vitesse serait 4320 fois plus grande que celle de la lumière. **520.** A l'équateur. **521.** 22 mm. **522.** 7°,5; 13°; 10°,6; 14°,5; 15°; 15°; 0°. **523.** Les vitesses des navires se rapportent comme les rayons des parallèles qu'ils suivent; par conséquent, la vitesse du navire $x = 15\frac{\cos 48^\circ}{\cos 15^\circ} = 10,4$ nœuds. **524.** Non, parce qu'à partir de l'Elbrouz le rayon de l'horizon est de 285 km. **525.** 357 km. **526.** 38 km. **527.** 564 km. Près de 5 km. **528.** 57′. **529.** De 12 minutes. **531.** Un mille marin est égal à 1,85 km. **532.** $R = 6341$ km. **533.** 6336 km; 6374 km; 6414 km. **534.** Les erreurs s'accumulent. Non. **535.** A quelques centimètres près. **536.** Le diamètre polaire sera de 1 cm plus court. **537.** Les mesures des longueurs de un degré sous les différentes latitudes et la détermination de la pesanteur. **538.** Le train qui se déplace vers l'Ouest, parce que son poids est

moins allégé par la force centrifuge produite par la rotation de la Terre autour de son axe (il se déplace dans le sens contraire à cette rotation). 539. $a = R\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0{,}03391$ m/s². 540. $g = \pi^2 l = 9{,}781$ m/s². 541. $g = 9{,}809$ m/s², $l = g : \pi^2 = 993{,}85$ mm. 543. Le jour, l'échauffement serait plus fort. Les variations de la température seraient plus grandes pendant le jour et la nuit, en été et en hiver. 544. Même réponse qu'au problème précédent. 545. 1 : 0,9171 : : 0,3987. 546. $\frac{\cos\left(\varphi - 23\frac{1}{2}^\circ\right)}{\cos\left(\varphi + 23\frac{1}{2}^\circ\right)} = \frac{0{,}882}{0{,}259} = 3{,}4$. 547. 28,6; 2,5; 1,5; 1,0. 548. L'influence de l'inclinaison des rayons est plus grande que celle du rapport des distances au Soleil de $\frac{\cos(\varphi - \varepsilon)}{\cos(\varphi + \varepsilon)} : \frac{(1+e)^2}{(1-e)^2} = 4{,}42 : 1{,}03 = 4{,}29$ fois. 549. 0^h. 550. L'aberration annuelle. 551. Les diamètres apparents du Soleil étant inversement proportionnels aux distances au Soleil, on a $e = \frac{p-q}{p+q} = 0{,}0168$. 552. Par le fait que grâce à l'ellipticité de l'orbite terrestre et l'irrégularité du mouvement de la Terre pendant les premiers six mois de l'année, l'augmentation du rayon vecteur de la Terre en 1/4 de jour, auquel change la distance au Soleil par suite de la rotation diurne de la Terre est plus grande que le rayon terrestre. Pendant les six mois suivants de l'année, la Terre, en se déplaçant de l'aphélie vers le périhélie, s'approche du Soleil et donne lieu au phénomène inverse de celui décrit ci-dessus. 553. sin 23 1/2°: (sin 66 1/2° — — sin 23 1/2°) : (1 — sin 66 1/2°) = 0,40 : 0,52 : 0,08. 554. Oui, il influe. 555. Une année anomalistique est égale à 365,2596 jours moyens. La période de révolution de la ligne des apsides est de 108 000 ans. 556. Le rayon de la sphère $r = \sqrt[3]{3m : 4\pi\delta} = 0{,}09267$ m. Si m est la masse de la sphère; M, son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation ; l, la longueur réduite du pendule, alors

$$M = \frac{2}{3} mr^2 + mK^2; \quad l = M : Km = \left(\frac{2}{5} r^2 : K\right) + K;$$

d'où l'on voit que le centre d'oscillations est au-dessous du centre de la pesanteur de $2/5\ r^2 : K = 0{,}0648$ m. 557. La longueur d'arc d'un parallèle $AB = (R \cos 60^\circ) \cdot 2\pi \frac{60}{360} = 3330$ km. A l'arc du grand cercle AB correspond l'angle au centre $AOB = 2\,(AOD)$. L'angle AOD est donné par la relation $\sin AOD = AD : AO = 1/2\ AB : AO = \frac{R}{4} : R = 0{,}25$, d'où on trouve d'après les tables $AOD = 14^\circ 28',5$ et $AOB = 28^\circ 57'$. Par conséquent, l'arc $AB = \frac{28^\circ 57'}{360^\circ} \cdot 2\pi R = 3210$ km, c'est-à-dire il est de 120 km plus court que l'arc d'un parallèle mené entre les mêmes points. 558. L'arc du grand cercle $AB = 83^\circ 48',8$ ou 9320 km. 559. A $\lambda = 23^\circ 54'$ sous un angle de $72^\circ 24',7$. Il lui reste à faire 4559 km qu'il couvrira en 8,5 jours. 562. 1 : 295,9. 563. A la latitude φ l'accélération centrifuge est égale à $a = a_0 \cos\varphi$, où a_0 est l'accélération centrifuge à l'équateur. 565. L'accélération de la gravitation terrestre à l'équateur est 289,4 fois plus grande que l'accélération centrifuge; c'est pourquoi la Terre devrait tourner $\sqrt{289{,}4} = 17{,}01$ fois plus vite. 566. Environ $x = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$. 567. A $1/2 \cdot 10^{-7}$ de l'accélération elle-même près. 569. En valeur absolue, la latitude astronomique est toujours plus grande que la latitude géocentrique, à l'exception des pôles et de l'équateur, où elles coïncident. 570. La variation n'est pas la même : les degrés géocentriques sont plus longs près de l'équateur. 571. *Solution*: Traçons le triangle formé par le poids M, l'extrémité du vecteur MP repré-

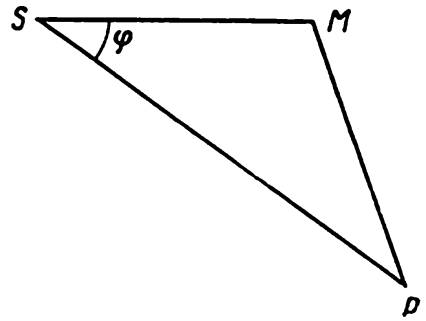


Fig. 52

sentant la force de la pesanteur terrestre et l'extrémité du vecteur MS, représentant la force centrifuge $m\omega^2 r$.

La figure 52 montre que

$$\frac{\sin MPS}{\sin \varphi} = \frac{MS}{MP} = \frac{\omega^2 R \cos \varphi}{g_0 \left(1 + \frac{\omega^2 R}{g_0} \sin^2 \varphi\right)},$$

puisque

$$MP = g_\varphi = g_0 \left(1 + \frac{\omega^2 R}{g_0} \sin^2 \varphi\right),$$

où $g_0 = 978$ cm/s² est l'accélération de la pesanteur à l'équateur; φ, la latitude. En négligeant le deuxième terme du dénominateur et en remplaçant $\sin MPS$ par un arc désigné par P, on a $P = \frac{\omega^2 R \cos \varphi \sin \varphi}{g_0} = \frac{\omega^2 R \sin 2\varphi}{2g_0}$. Il est clair que P atteint le maximum avec $\varphi = 45°$. En portant dans la formule les nombres, on obtient le maximum de P qui est égal à 0,00173 ou à 6′.

572. $\angle OKC = \frac{180° - \alpha}{2}$. Du triangle KOC on tire

$$\sin OKC = \frac{R}{R+h}$$

ou

$$h = R \frac{1 - \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}},$$

d'où, en sachant que $R = 6371$ km, on trouve $h = 80$ km. Cette couche de l'atmosphère est encore remarquable sous bien d'autres rapports. 573. La hauteur de la couche est de 10 km, c'est à peu près la frontière entre la troposphère et la stratosphère.

574. *Solution.* Compte tenu de l'énergie reflétée, 1 cm² de la section de la Terre est frappé par $E' = 0{,}63 \cdot 1{,}94 \cdot q : 60$ egr/s, et toute l'hémisphère éclairée de la Terre, par $E'\pi R^2$ erg/s. Cette énergie est envoyée par toute la surface de la Terre dans l'espace, c'est-à-dire que chaque centimètre carré émet par seconde $E'\pi R^2 : 4\pi R^2 = 0{,}25\, E'$. D'autre part, cette énergie est égale à σT^4. En égalant les deux quantités et en substituant aux symboles les nombres, on trouve $T = 247$ K $= -26$ °C. La différence obtenue s'explique par l'imperfection du pouvoir rayonnant de la Terre et par le fait que l'atmosphère retient les rayons que la Terre émet (de préférence, les rayons thermiques).

Chapitre XV. MOUVEMENTS ET PHASES DE LA LUNE

I

575. $5\frac{1}{2}$ jours. 578. Ne peut pas du fait qu'entre les parties éclairées par le Soleil des cornes de la Lune se trouvent ses parties non éclairées. 579. Par la direction opposée au Soleil. 580. Parce que la ligne droite qui dans l'espace relie le croissant de la Lune et le Soleil dans la projection sur la sphère céleste est un arc de grand cercle. 581. On le peut dans les pays tropicaux. 582. Pleine Terre; Nouvelle Terre; les phases de la Terre et de la Lune sont opposées. 583. La phase entre la Pleine Lune et le Dernier Quartier. 585. 49°37′; 62°50′; 77°15′. 587. De 241°25′ à 298°35′. 588. Parce qu'à ce moment la Lune se trouve là sur l'écliptique où le Soleil parvient en été. 589. La réponse est analogue à celle du problème 588. 590. Près de 6^h du soir. 591. Près de 6^h du soir. 592. Premier Quartier; Pleine Lune. 593. A minuit en hiver; à 6^h du soir au printemps; à 6^h du matin en automne; au printemps. 594. En hiver; en été. 595. Entre le pôle et le cercle polaire; en hiver. 596. Elle est invisible. 597. Au mois de juin dans les régions voisines du pôle Nord terrestre; au mois de décembre dans les régions voisines du pôle Sud terrestre. 598. Non, parce que le jour lunaire est plus long que le jour solaire. 599. $24^h20^m,34$. 601. $\frac{360°}{13°10'12''} = 27,3216$ jours. 602. 71,7932 jours. 603. En chaque point de la Terre, la Lune occuperait une position invariable au-dessus de l'horizon et elle serait toujours invisible pour un hémisphère de la Terre. Dans le deuxième cas la Lune se lèverait à l'Ouest et se coucherait à l'Est. 604. $\frac{1}{P} = \frac{1}{S} + \frac{1}{T}$, où S est le mois sidéral, et T l'année. Un mois synodique serait de 25,42 jours.

II

605. Si la Lune L se présente à la vue sous la forme d'un croissant, l'angle α, à la Terre, entre les directions vers la Lune et vers le Soleil est inférieur à 90°. Après avoir tracé le dessin (fig. 53), on voit que la quantité recherchée $x = 1/2 - 1/2 \cos \alpha = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2}$, si le diamètre de la Lune est pris comme unité. 606. La Lune étant une sphère, son terminateur vrai est toujours une circonférence. Comme on le sait, pour un observateur, la projection d'une circonférence devient ellipse. 607. a) De 175° à 180°; b) de 0° à 5°; c) exactement 90°. 608. L'ellipticité de l'orbite lunaire et l'irrégularité du mouvement de la Lune sur son orbite. Cet effet atteint son maximum lorsque le Soleil se trouve sur la ligne qui passe par la Lune perpendiculairement au demi-grand axe de l'orbite lunaire. 609. A 21^h37^m. Si la déclinaison de la Lune augmente, le lever aura lieu plus tôt. 610. La Lune doit se trouver en même temps au point vernal, au nœud ascendant de son orbite et à l'apogée. Dans ces conditions, son déplacement quotidien sur la sphère céleste vers l'Est sera minimal et, par conséquent, l'écart entre ses deux levers consécutifs sera minimal lui aussi. 612. $90° - (23°27' + 5°8') = 61°25'$. 613. A la latitude distante de près de 5° des cercles polaires. Lorsque le plan de l'orbite lunaire incliné à 5° à l'écliptique coïncide avec l'horizon, le temps sidéral du lever aux jours consécutifs est le même. 615. Cela aura lieu dans 9 ans par suite du mouvement des nœuds de l'orbite lunaire. 616. Cette inclinaison fait que la latitude du bord supérieur de la Lune au périgée change dans les limites $\pm (5°20'6'' + 16'45'')$, où le deuxième terme est le rayon maximal de la Lune. La parallaxe horizontale maximale augmente encore cette distance de 61′18″. Le mouvement constant des nœuds de l'orbite lunaire fait que la longitude de la Lune en cette position peut être arbitraire, et, par conséquent, à l'intérieur de la bande indiquée, la Lune peut couvrir toute étoile. 617. Désignons la période de rotation du périgée par R et le mois

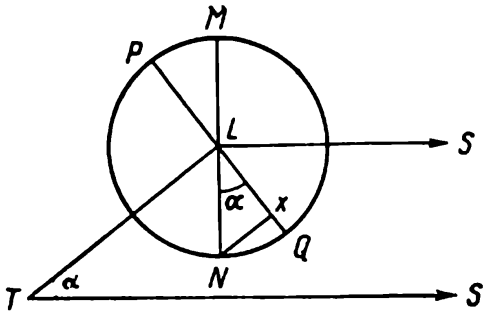


Fig. 53

sidéral par S. Alors, $1/P = 1/S - 1/R$, d'où $P = 27{,}55$ jours. **618.** 57′ pour chaque côté de la Lune. **619.** $1/D = 1/S + 1/R$, où R est la période de révolution des nœuds de l'orbite lunaire. $D = 27{,}21$ jours. Le mois draconitique est plus court qu'un mois sidéral parce que les nœuds de l'orbite lunaire se déplacent vers l'Ouest, à l'encontre du mouvement de la Lune, et le mois anomalistique est plus long qu'un mois sidéral, parce que la ligne des apsides se déplace à l'Est et la Lune doit la rattraper.

Chapitre XVI. ÉCLIPSES

I

623. Une courbure plus faible de la partie inférieure du croissant, la rapidité du changement de la phase, la durée de l'observation et la couleur brunâtre de la partie éclipsée de la Lune. **624.** Peut être observée entre les pôles et $\varphi = \pm 61°$. **625.** Ceci s'explique par la réfraction dans l'atmosphère terrestre. **626.** C'est possible. **627.** $2^h13^m{,}6$ du matin. **628.** C'est possible. C'est impossible parce que l'intervalle de temps entre les époques des éclipses est presque égal à six mois. **629.** Lorsque la Lune est à l'apogée. Il est vrai qu'alors le diamètre du cône de l'ombre terrestre par lequel passe la Lune est plus petit, mais d'après les lois de Kepler elle se déplace plus lentement et c'est cela qui est décisif. **630.** C'est possible. C'est impossible. **632.** C'est possible dans les régions polaires. **633.** Parce que les taches de lumière dans l'ombre du feuillage, c'est l'image du Soleil produite par les petites fentes entre les feuilles, tout comme dans une chambre obscure. **634.** Occidental. **635.** C'est impossible. C'est possible. **636.** 5,4 fois. **638.** Les éclipses auraient lieu les mêmes jours de l'année, mais pas chaque année, et de loin. **639.** Les éclipses sont visibles plus souvent entre les tropiques. **641.** En 1959. En 1923. **643.** C'était possible le soir près de l'équateur. **644.** Oui, au Nord du cercle polaire, lorsqu'une éclipse a lieu près de minuit pendant le jour polaire. **645.** Parce que si la première éclipse d'un certain cycle a lieu le 1er janvier, alors, bien que le mois de décembre de cette année comptera 20 jours du troisième cycle d'éclipses possibles, pendant ces jours seulement une Nouvelle Lune (ou une Pleine Lune) est possible, également nécessaire pour la réalisation de l'éclipse, alors que la Nouvelle Lune (ou Pleine Lune) suivante tombera le 1er ou le 2 janvier $\left(12\frac{1}{2}\right.$ mois synodiques font quand même plus qu'une année bissextile). **646.** $l = \Delta \frac{r}{R-r} = \frac{1}{108{,}5}\Delta = \frac{r}{\sin(s-p)}$. **647.** a) $x = Lr : (R - r) = 219r$, où x est la longueur du cône de l'ombre terrestre ; b) $y = (x - l)\, r : \sqrt{x^2 - r^2} = 0{,}726r$. **648.** Le diamètre $x = \frac{bR - al}{R - r} \approx$ ≈ 140 km. L'aire de la tache d'ombre $\frac{\pi x^2}{3} = 15\,400$ km². **649.** $x < 0$ (mêmes

notations que dans le problème 648). C'est impossible. L'éclipse sera annulaire. **650.** Non, parce qu'alors le diamètre apparent maximal de la Lune, égal maintenant à 33'32", deviendra de 10 % plus petit, c'est-à-dire sera de 30'11" et ne couvrira plus le diamètre apparent minimal du Soleil (31'32"). Ce même résultat peut s'obtenir en calculant la longueur du cône de l'ombre lunaire et en la comparant avec le rayon de l'orbite lunaire. **651.** $M'ES = P - p$. **652.** $\sin \beta = \operatorname{tg} MEC \operatorname{cotg} i$. Près de 17 1/2°. **653.** $MEN = P + p - S = 41'9''$, c'est-à-dire que cet angle est sensiblement plus petit qu'un angle analogue de l'éclipse solaire; par conséquent, les conditions d'une éclipse lunaire sont plus « rigoureuses » et les éclipses lunaires sont plus rares que les éclipses solaires. **654.** Le triangle sphérique formé par l'écliptique, la projection de l'orbite lunaire sur la sphère céleste et le cercle de latitude qui passe par la Lune, permet d'obtenir

$$\sin A = \frac{\sin (MEN + r)}{\sin i} \approx 10^1/_2{}^\circ.$$

Chapitre XVII. GRAVITATION

I

655. L'accélération communiquée par la Terre à la Lune est de 151 000 fois plus grande. **656.** Sur la ligne des centres à la distance de 4664 km du centre de la Terre. **657.** Le point cherché se trouve à la distance de B égale à $r(\sqrt{mm'} - m') : (m - m')$. A la distance de six rayons terrestres du centre de la Lune. **658.** Le mouvement de cette comète peut être comparé au mouvement d'un corps donné, ce qui nous autorise d'écrire d'après la troisième loi de Kepler $\left(\frac{T}{2t}\right)^2 = \left(\frac{a}{a:2}\right)^2$, où T est la période de révolution du corps donné en jours. On en tire $t = \frac{T}{4\sqrt{2}} = \frac{T}{5,65}$. **659.** 641,6. **660.** 4,8 jours. **661.** En 44 ans. **662.** 17,1 masses de la Terre. **663.** 14,7 masses de la Terre. **664.** 0,10 masse de la Terre. **665.** $\frac{1}{3\,050\,000}$ masse du Soleil. **666.** 317 masses de la Terre. **667.** $m_1 = 0,0009$ masse du Soleil, c'est-à-dire $\frac{1}{1100}$ (valeur exacte: $\frac{1}{1047}$). **668.** $\frac{M}{m} = \left(\frac{149\,500\,000}{384\,400}\right)^3 \left(\frac{27,3217}{365,256}\right)^2$, d'où $\log \frac{M}{m} = 5,51740$ ou $M = 329\,000$ t. **669.** L'égalité de l'accélération centrifuge et de l'accélération de la pesanteur donne $\omega^2 R = f\frac{M}{R^2}$, d'où $M = 1,9 \cdot 10^{33}$ g. **670.** Conduit à la diminution du demi-grand axe.

II

671. D'après la troisième loi de Kepler $\frac{M' + m}{M + m} = \frac{(2r)^3}{T^2} : \frac{r^3}{T^2}$, où r est la distance de la Lune à la Terre; T, la période de révolution de la Lune; m, la masse de la Lune; M, la masse vraie de la Terre et M', la masse de la Terre recherchée. D'où, si on néglige la masse de la Lune, $M' = 8M$. **672.** Devenir 186,6 fois plus grande que sa masse vraie. **673.** Quelle que soit la diminution dépassant 50 %, ce qu'on obtient à partir de la formule de la vitesse parabolique en l'égalant à la vitesse observée de la Lune, considérée comme vitesse circulaire. **674.** Elle augmenterait de 10 fois, c'est-à-dire jusqu'à 420,9 km/s. **675.** Non, puisqu'on trouve par calcul que, dans ce cas, à la distance Terre-Soleil, la vitesse parabolique diminuerait justement jusqu'à la vitesse orbitale actuelle de la Terre. **676.** Non, **677.** 7,91 km. **678.** $1^h24^m,7$. **679.** 2,4 km/s. **680.** 617 km/s. **681.** 435,8 km/s. **682.** $2^h47^m,4$. **683.** Quatre fois plus grande que la distance

à la Lune. 684. 17 000 km. 685. 4,8 km/s. 686. $g_1 = pqg$. 687. 0,01. 688. 10 secondes. 689. L'accélération de la pesanteur à la surface de la Lune $g' = \frac{g \cdot 6370^2}{81 \cdot 1740^2} = 1{,}6231$ m/s², $l' = g' : \pi^2 = 0{,}1645$ m ; $t' = \sqrt{g : g'} = 2{,}458$ secondes. 690. A la même vitesse, parce que la masse de l'obus sur la Lune ne changerait pas (il n'y a que son poids qui changerait). 691. 364 cm/s². 692. Environ 267 m/s². 693. Deviendra deux fois plus grande. 694. $\frac{1}{1657}$ de l'accélération de la pesanteur sur la Terre. 695. $g = g_0 \frac{m}{r^2} = 2{,}62\, g_0$ ou 26 m/s². 696. $g = nR \cdot \left(\frac{2\pi n}{t}\right)^2 = 24{,}8$ m/s². 697. La première se rapporte à la deuxième comme 46 000 : 1. 698. 50 000 km ; $65 \cdot 10^{12}$ km³ ; 1,6 g/cm³ ; 11,0 m/s². 699. 981 cm/s² $= f \cdot 4r^3\pi \cdot \delta : 3r^2$, d'où $f = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ cm³g⁻¹s⁻². 700. $k = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{P\sqrt{M+m}} = 0{,}01720210$. 701. Toutes les planètes s'enfuiraient du fait que la vitesse réelle de chacune d'entre elles est égale justement à celle qui, avec la diminution de la masse du Soleil, deviendrait à la distance correspondante vitesse parabolique. 702. Elle se transformerait instantanément en une éllipse allongée, avec l'aphélie près du point de l'espace où la Terre serait à l'instant du changement de masse imaginaire du Soleil. 703. $x^2 : t^2 \frac{1049}{1048} = a^3 : a^3 = 1$. On en tire

$$x = t\left(\frac{1049}{1048}\right)^{\frac{1}{2}} = t\left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1048} + \dots\right); \quad x \approx t\left(1 + \frac{1}{2096}\right).$$

Etant donné que $t = 4332{,}6$, on a $(x - t) \approx \frac{4332{,}6}{2096} \approx 2{,}067$ jours. 704. De $\frac{1}{660\,000}$ d'année, c'est-à-dire de 47,8 secondes. 705. La durée du jour augmentera de $\frac{5}{3} \cdot \frac{m}{M} \cdot T = 0{,}0004$ seconde. 706. v sera égale à la vitesse parabolique à la distance moyenne Terre-Soleil, c'est-à-dire à $v_0\sqrt{2} = 42$ km/s. 707. $v = 606$ km/s. 708. Une ligne droite. 709. A la distance donnée, la vitesse parabolique est égale à 49,7 km/s. Il est évident que l'orbite est une ellipse et que, dans le problème, il s'agit de Vénus. 710. La vitesse de la comète est égale à la vitesse parabolique à la même distance du Soleil ; c'est pourquoi son orbite est une parabole et son excentricité est égale à 1. 711. $e = 0{,}99$; $a = 0{,}5025$; $T = 0{,}36$ année ; $q = 0{,}005025$; 714. Au périhélie, la vitesse linéaire est trois fois plus grande et la vitesse angulaire est dix fois plus grande qu'à l'aphélie. 715. Au périhélie, la vitesse linéaire est deux fois plus grande et la vitesse angulaire quatre fois plus grande qu'à l'aphélie. Au périhélie, la vitesse linéaire est sept fois plus grande et la vitesse angulaire 49 fois plus grande qu'à l'aphélie. 716. 0,6. 717. La vitesse aux extrémités du petit axe est égale à la vitesse moyenne. 718. Près de l'extrémité du demi-petit axe, parce que sa distance du foyer de l'ellipse (du Soleil) est égale au demi-grand axe ou à la distance moyenne, alors que la vitesse linéaire dépend de la distance au Soleil. 719. D'après la loi des aires, la vitesse angulaire est proportionnelle à r^{-2}. A l'extrémité du petit axe, $r = a$, mais a^{-2} n'est pas égal à la moyenne de tous les r^{-2}.

720. *Solution.* Au périhélie, la vitesse de la comète est égale à $\sqrt{2} \times$ *la vitesse de la Terre sur l'orbite.* Le rapport entre leurs vitesses sectoriales est le même. La vitesse sectoriale de la Terre, c'est-à-dire l'aire balayée par son rayon vecteur, est égale à π *unités anstronomiques carrées* par an. Pour une comète, la vitesse sectoriale est égale alors à $\pi\sqrt{2}$. D'après la propriété de la parabole, $SQ = 2PS$ et l'aire du secteur SPQ est égale à 2/3 de l'aire du rectangle $PRQS$,

c'est-à-dire à 4/3 d'unité astronomique carrée. D'où, le temps cherché est égal à $4:(3\pi\sqrt{2})$ ans, ou environ à 3/10 d'année (109,61 jours).

722. $M_1M_2 = \frac{R_1}{R_2}\,d$. 723. 384 000 km. 724. 7,9 km/s.

725. $$v_0^2 = \frac{2gR\,(d-R)}{d}\cdot\frac{\sqrt{M/m}\,(d-R)-R}{\sqrt{M/m}\,(d-R)+R} = 2gR\left(-1-\frac{1}{60}\right)\frac{1-a}{1+a},$$

où

$$a = \frac{1}{59\sqrt{80}}; \quad v_0 = 10{,}8 \text{ km/s}.$$

726. En adoptant $R = 150\,000\,000$ km et $S = 330\,000\,E$, on obtient $\frac{R\sqrt{Mm}}{M-m} = 262\,000$ km, $\frac{mR}{M-m} = 454$ km. 727. $\frac{D_S}{A_S} = \frac{r^2(R+\rho)}{R^2} = 0{,}005$, $\frac{D_S}{A_E} = \frac{Mr^3}{m}\frac{(R+\rho)}{R^2\rho^2} = 0{,}011$.

728. $\frac{D_S}{D_E} = \frac{M}{m}\,\frac{r^2}{\rho^2}\,\frac{R^2-\rho^2}{R^2-r^2} = \frac{M}{m}\,\frac{r^3}{\rho^3}\,\frac{R+\rho}{R+r} = 0{,}0114$.

730. $\frac{P_{\text{pol}}}{P_{\text{équat}}} = 1 + \left(\frac{2\pi}{3600}\right)^2\frac{R^3}{fM} + \left(\frac{2\pi}{3600}\right)^4\frac{R^6}{f^2M^2} + \ldots$ 731. De 37%.

732. 2 1/2 fois. 733. Elle est maximale au périgée, en janvier. En juillet, lorsque la Terre se trouve à l'aphélie, elle est la plus petite. Le rapport entre ces forces est égal à 1,11.

Chapitre XVIII. INSTRUMENTS ET MÉTHODES ASTRONOMIQUES

II

734. L'image de la Lune deviendrait quelque peu moins brillante, mais sa forme ne changerait pas. 735. Ne verra pas, parce qu'à cette distance il est, en général, impossible d'obtenir dans le foyer d'un objectif l'image d'un doigt. 736. 1″,5; magnitude 12. 737. 0″,19. 738. 0″,15; magnitude 16,9. 739. Près de 45 fois. 740. 1500 fois. 741. 250 fois. 742. 65 mm; 19,5 mm; 6,5 mm. 743. $x = 2F\,\text{tg}\,\frac{\beta}{2} = 3{,}72$ mm. 744. 23 mm. 745. 166,35 cm. 746. $2^1/_4$ mm. 747. 0,76 mm. 748. De 100 fois. 749. De 100 millions de fois. 750. De 630 fois. 751. De magnitude 11,0. 752. 2,50. 753. Elle deviendra de 1,11 magnitude plus brillante. Elle deviendra de 0,73 magnitude plus faible. 754. De 387 fois. 755. L'amplitude de la variation de l'éclat correspond à la variation de la surface, c'est-à-dire à la variation du carré du rayon, puisque l'étoile est une sphère. Par conséquent, l'éclat change de 4 fois et l'amplitude est égale à $2{,}5\log 4 = 1{,}5$ magnitude. 756. 100. 757. 35. 758. 7. 759. De 1,8 fois. 760. L'étoile s'approche de nous à la vitesse de 50 km/s suivant le rayon visuel. 761. $n = 7\cdot10^{14}$ oscillations par seconde. 762. 3,16 Å. 763. $\lambda_2 = 665$ $m\mu$; $\lambda_1 = 383$ $m\mu$. 764. 700 km/s. 766. 0,29 mm; 2,4 μ. 771. En secondes d'arc $d = 15\,t\cos\delta$. 772. $(3^m4^s)\cdot\cos 86°36',6 = 10^s,9 = 163'',5$. 773. Ne dépend pas. 774. 16″,0. 775. 5 secondes. 776. L'image de la Lune ne deviendra que deux fois moins brillante. Les disques de diffraction des étoiles et les anneaux autour d'elles deviendront demi-cercles. 777. $d + 2b\,\text{tg}\,\frac{1}{2}\alpha = 4{,}3$ cm. 778. $\beta = 5°20'$, la longueur est égale à 168 cm. 779. a) A la distance de 45,07 cm du miroir concave; b) L'image dans un miroir concave fait 0,0012 de l'objet;

c) Une loupe grossit cette image de 9 fois. 780. $F = \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2}$. 781. Celle du milieu. 782. 13 × 18 cm². 783. Le premier pour 1), 3), 6). Le deuxième pour 2), 4), 5). 784. Il est égal à un, puisque l'éclat superficiel ne dépend pas de la distance. 785. 13,2 en magnitudes visuelles et 4,5 en magnitudes photographiques. 786. 2,20. 787. 1,85. 788. 1,70. 789. A la distance de 27 km. 790. +0,8; —14,2. 791. 9,68; 9,50; en moyenne 9,59. 793. Elle raccourcit. 794. —20,7 km/s. 795. Près de 4 microns. 796. —30 km/s. 797. L'aile rouge à droite. La lumière de l'étoile supérieure est plus blanche. 798. C'est la série de Balmer d'hydrogène. 802. $\delta = 1°41'$. Sur la photographie du spectre, cela couvrira près de 17 mm. 803. Le décalage des rayons rouges $\delta_r = 38°29'$; des rayons violets $\delta_v = 41°46'$. 804. $\delta_v = 35°39'$, la dispersion : 1°20'. 805. $\gamma = 32°$; $\delta_{vert} = 8°,512$; $\delta_r = 8°,492$.

Chapitre XIX. LA LUNE

I

806. Environ $12^1/_2$ tours. 807. 27,32 jours sont égaux à un mois sidéral. La nuit et le jour sont égaux à la moitié d'un mois synodique ou à 14,76 jours solaires moyens terrestres. 808. Pour un observateur sur la Lune, la Terre ne se lève ni ne se couche pas. 809. Dans cette région, la Terre est visible au zénith, oscillant légèrement autour de cette position sous l'effet des librations. 810. La Terre tantôt se lève, tantôt se couche très lentement en décrivant près de l'horizon des courbes complexes sur l'étendue de plusieurs degrés le long de l'horizon et perpendiculairement à cette ligne. 812. C'est possible, parce que, dans les cas courants, se trouvant à cet instant plus bas ou plus haut que le Soleil, la Terre se présenterait théoriquement comme un croissant effilé tourné par sa convexité au Soleil et sera pratiquement visible dans le ciel noir de la Lune. Le Soleil s'approcherait de la Terre et la dépasserait, alors que pendant ce temps le croissant de la Terre se déplacerait progressivement d'un côté à l'autre. 813. De 80 fois plus fort que l'éclairement lunaire sur la Terre. 814. De 480 mille fois plus faible. 815. L'existence des ombres projetées par les accidents du sol lunaire sous l'éclairement oblique du Soleil. 816. Non. De la Lune on voit l'atmosphère qui entoure le Soleil et qui n'est visible de la Terre que pendant les éclipses solaires totales. 817. Non. 818. C'est impossible parce que les aurores polaires, c'est une luminescence électrique de l'atmosphère qui n'existe pas sur la Lune. 819. Sur la Lune, la pesanteur est égale à 0,16 de la pesanteur terrestre. 820. A 3 m. 821. 9,6 kg; 60 kg, si les poids étaient faits sur la Terre. 822. 75 km.

II

823. 750 m. 824. Si l'on mesure la longueur de l'ombre avec une règle, elle sera égale à $l = 24'',8 = 46,3$ km $\left(\text{compte tenu de la réduction de la perspective égale à } \frac{12}{15}\right)$; $H = l \operatorname{tg} h = 0,578$ km. 825. En connaissant l'échelle de la photographie on obtient AK en secondes d'arc, puis en km. Si O est le centre de la Lune, $OK = R + h$, où R est le rayon de la Lune et h, la hauteur de la montagne. Le triangle AKO permet d'écrire : $(R + h)^2 = R^2 + (AK)^2$. D'où $h = 0'',7$ ou 1,3 km. 826. Dans les conditions données, on trouve que la vitesse quadratique moyenne des molécules d'hydrogène est de 2,2 km/s, c'est-à-dire leur grande majorité se déplacent à une vitesse plus grande que la vitesse parabolique et, de ce fait, les molécules quitteront la Lune.

Chapitre XX. PLANÈTES

I

828. 4″,2. 829. 34″,6; 59″,5; 62″,8; 17″,0. 831. $\frac{17,75}{8,80} \cdot 5,431 = 10,95$. 832. 6800 km. 833. 42 000 000 km. 834. A 41°; à 2°. 835. 54 km. 839. De 90 fois. 840. 6,25 : 2,04 : 1 : 0,44 : 0,037. 841. 1′; de 900 fois. 842. 0,84 cal/cm² par minute. 843. De 1/5000 de son éclat ou de la même partie d'une magnitude. 844. De magnitude —19,3, c'est-à-dire le Soleil semble $12 \cdot 10^6$ fois plus brillant que Sirius. 845. De 58 fois. 846. Environ de $2^2 \times \left(\frac{9,2}{4,2}\right)^2$, c'est-à-dire de 19 fois. 847. Parce que Vénus possède une phase; toutefois, en conjonction supérieure Vénus est plus brillante pour la Terre que la Terre pour Vénus, parce que Vénus se trouve plus près du Soleil que la Terre. 848. L'éclat apparent de Jupiter est plus fort. 849. Deviendrait autant de fois plus forte que la surface reflétant la lumière du Soleil deviendrait plus grande.

II

850. Cf. la réponse au problème 606. 851. Aux quadratures, lorsque l'aspect de la Terre correspond à celui de la Lune dans le Premier ou le Dernier Quartier. 852. Du triangle STP on tire $\sin P = \frac{ST}{SP} \cdot \sin T$. La plus grande valeur de P a lieu avec $T = 90°$, en quadrature. Pour Mars, $P = 41°1'$; pour Jupiter, $P = 11°5'$; pour Saturne $P = 6°1'$. 853. 108 540 km. 854. $\frac{1}{15,6}$. 855. R^2, parce que la surface de la partie du ciel occupée par le Soleil, si on l'examine à partir d'un certain point, change à peu près proportionnellement à $R^{-1/2}$ 856. +172 °C. Cette grandeur se trouve en égalant l'énergie émise par une telle sphère, $4\pi a^2 \sigma T^4$, à l'énergie qu'une telle sphère absorbe et qui est émise par le Soleil, $b\pi a^2$, où a est le rayon de la sphère et b, la constante solaire de Mercure. 858. Le fait est que la position du centre apparent de la planète change par suite de la parallaxe diurne, de cette grandeur, c'est-à-dire, dans la plupart des cas, de quelques fractions de seconde d'arc, alors que les coordonnées planétocentriques des éléments de la planète se déterminent, en général, à moins de 1° près. Il en résulte que cette influence est pratiquement imperceptible. 860. De $0^s,92$. 861. De 387 km/h. 862. A la distance de 110 m. 863. —1,16. 864. $m = m_0 - 5 \log (a^2 - a) + 5 \log (\rho r)$. 865. 14,4. 866. La période de révolution synodique est de $5^1/_2$ jours terrestres. 867. De 82 fois ($42^1/_2$°). 868. De 23 fois. L'éclat varie de $2^1/_2$ fois ou de magnitude 1. 869. En jours martiens, la période de révolution de Phobos est égale à $7^h39^m \frac{24}{24,6} = 7^h,5$. Le mouvement diurne de Phobos parmi les étoiles

$$\frac{360°}{7,5 : 24} = 1151 .$$

L'intervalle entre les passages supérieurs x est donné alors par la proportion

$$\frac{360° - 1151°}{360} = \frac{24^h}{x};$$

$x = 10^h55^m$. 870. Par le bord oriental. 871. Les ombres suivent les satellites. 872. Le satellite se déplace lentement par rapport à l'horizon mais rapidement parmi les étoiles. 873. Les satellites I et III sont en éclipse; le satellite II passe devant le disque ou c'est l'inverse. 874. La vitesse angulaire de la rotation ω est constante et $v = \omega r$. C'est pourquoi le décalage vers le rouge est proportionnel à la distance du centre du disque.

Chapitre XXI. COMÈTES

I

875. D'après son déplacement par rapport aux étoiles, perceptible en quelques heures, voire en quelques dizaines de minutes. 876. L'observation qui établit qu'elles participent à la rotation diurne de la sphère céleste et la mesure de leur parallaxe. 877. La détermination exacte est impossible parce que la queue d'une comète s'amenuise progressivement. 879. Elle ne le peut pas, parce que, la comète s'approchant du Soleil, le gaz dégagé de son noyau par échauffement, tarit progressivement. 880. 18,5 mln d'années. 881. 0,34 et 4,10 u.a. 882. Soit par le fait que pour une cause quelconque la luminescence de la comète est devenue plus faible, soit par celui que la surface de la comète reflétant la lumière solaire a diminué, soit encore par l'action commune de ces deux facteurs. 883. C'étaient les apparitions de la comète de Neujmin. Sa période de révolution est de 5 ans 5 mois.

II

884. Non, par suite des perturbations causées par les planètes. 885. Dans le cas des excentricités proches de 1, les ellipses qui coïncident presque, près du foyer, ont des demi-grands axes très différents. 886. 19,6 unités astronomiques. 887. $a = 84$ unités astronomiques; $e = 0{,}999907$. Au périhélie, la vitesse est de 476 km/s et, à l'aphélie, 22 m/s. 888. La période est de 13,7 ans; $a = 5{,}72$ u.a. C'est la comète périodique de Tuttle. 889. C'est possible seulement pour celle dont la distance périhélique est inférieure à 1 u.a. 890. Elle dépend de la grandeur vraie de la queue qui, elle, dépend de la distance entre la comète et le Soleil, de l'angle entre le plan de l'orbite de la comète et le rayon visuel de l'observateur, et de la distance entre la comète et la Terre. 891. L'équation du demi-grand axe entraîne

$$a = \frac{r}{2}\left(\frac{u^2}{u^2-v^2}\right),$$

où u est la vitesse parabolique à la distance r; v, la vitesse réelle. Il est clair que pour v voisin de u, la variation la plus faible de v provoque une forte variation de a. 892. Près de 0,13 km/s. 893. Pour cette composante, $a = (769)^{2/3} = 83{,}9$ u.a., d'après l'équation des forces vives (équation de la vitesse orbitale)

$$v^2 = (29{,}76)^2 \cdot \left(\frac{2}{0{,}00775} - \frac{1}{83{,}9}\right).$$

d'où l'on obtient $v = 29{,}76\sqrt{257{,}99} = 477$ km/s. Pour cette composante $a = (875)^{2/3} = 91{,}4$. Si l'on désigne par v_1 et v_2 les vitesses de la première et de la deuxième composantes, alors

$$v_2^2 - v_1^2 = (29{,}76)^2 \cdot \left(\frac{1}{83{,}9} - \frac{1}{91{,}4}\right) = 0{,}86$$

ou

$$(v_1 + v_2)(v_2 - v_1) = 0{,}86; \quad v_1 + v_2 = 954;$$
$$v_2 - v_1 = 0{,}0009 \text{ km/s} = 90 \text{ cm/s}.$$

895. De l'aphélie au périhélie la distance entre les particules augmentera, et inversement. 896. La distance au Soleil devenant plus grande, les dimensions de la comète augmenteraient elles aussi. 897. Elle peut être aussi longue. 898. Une ligne droite. Le mouvement par inertie. 899. Une hyperbole tournée par sa convexité vers le Soleil qui se situe en son foyer extérieur. 900. Une ligne presque droite dirigée suivant le rayon-vecteur de la comète à partir du Soleil. 901. Une orbite d'excentricité légèrement plus grande que celle de l'orbite

de la comète elle-même. 902. Pour l'un des points de projection du rayon-vecteur (ils doivent être tous alignés): $\alpha = 21^h50^m$; $\delta = 9°41'$. La queue supérieure est du type I; la queue du milieu, du type II; et la queue inférieure, du type III. 903. De 64 fois, c'est-à-dire de 4,5 magnitudes. 905. Magnitude 7,7. 906. Aucune, puisque cette variation de l'éclat apparente trahit la loi de proportionnalité inverse du carré de la distance au Soleil, loi qui justement régit la lumière réfléchie. 907. Parce que leur éclat dépend de leur distance au Soleil. 908. La masse du bloc

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3\delta \approx 1{,}35\cdot 10^{12}\ \text{g}.$$

Sa vitesse parabolique

$$v_0 = \sqrt{\frac{fm^2}{r}} - 4{,}2\ \text{cm/s}.$$

La vitesse quadratique moyenne des molécules dans les conditions données

$$v = 111{,}4\sqrt{\frac{T}{D}},$$

où $T = 273° + 200°$; D (poids moléculaire de cyane) est égal à $12 + 14 = 26$; $v = 475$ m/s, c'est-à-dire de nombreuses fois supérieure à la vitesse parabolique, et les molécules quitteront aussitôt le noyau de la comète. 909. Sous l'action de la marée solaire l'amas des blocs météoriques commencera à se désagréger. 910. 46,8 km/s.

Chapitre XXII. MÉTÉORES ET MÉTÉORITES

I

912. De la Lune il ne le verra pas du tout. 913. A l'aube. 914. 10,34 u.a. 915. Sa largeur n'est pas plus petite que la longueur du trajet parcouru pendant ce temps par la Terre, c'est-à-dire $30\cdot 60\cdot 60\cdot 24\cdot 37$ km $\approx 9{,}6\cdot 10^7$ km. 917. Ce fait témoigne d'un parallélisme imparfait de leurs trajectoires dans l'atmosphère. 919. 2,2 m. 920. Par le fait que le long de cette ligne la densité de la population est plus élevée. 921. Le météore qui se déplace en suivant la Terre tombera sur elle comme un corps privé de support, alors que celui qui se déplace à la rencontre de la Terre passera outre. 922. $1{,}8\cdot 10^5$ kilogrammètres. 923. 11 m/s et 355 m/s. 924. Près de 9 cm et 85 cm.

II

925. 34°. 927. Il ne restera pas compact par suite de l'action de marée du Soleil. Après chaque approche du Soleil l'essaim deviendra de plus en plus dispersé. 928. Un anneau. 929. 12,3 km/s et 71,9 km/s. 930. Par le fait que sur le côté matinal du globe terrestre tombent aussi bien les météoroïdes qui se déplacent à la rencontre de la Terre, que ceux qu'elle rattrape. Quant au côté nocturne de la Terre, là ne tombent que ceux des météoroïdes qui la rattrapent. 931. Parce que deux rencontres par an ne peuvent avoir que des essaims qui se déplacent presque exactement dans le plan de l'écliptique; or, de tels essaims exceptionnels n'existent guère. La réalisation d'une autre condition assurant deux rencontres est également très rare: la distance entre le périhélie et le nœud doit être de 90°. 932. Sur la figure 54, O est l'observateur; OA, la direction vers le radiant parallèle à la vitesse du météore $v = ML$. Le triangle OLM permet d'écrire $\frac{v}{\sin\omega} = \frac{r}{\sin\psi}$. Lorsque ω est petite, $v = \frac{r}{\sin\psi}\omega$. 933. 8300. 934. Près de 1 300 000. 935. Près de 110 km. 936. Près de 250. 937. 78 700 000. 938. 100 km. 939. $a = 259°$; $b = 150$ km; $H = 105$ km

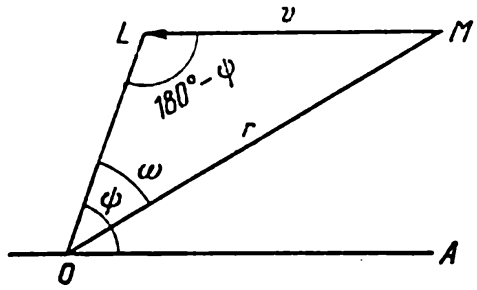


Fig. 54

(moyenne). 941. De la constellation du Dragon, près de l'étoile ϑ. 942. Près de 10^{-16}. 943. $\frac{10^9}{1{,}8\cdot 10^{12}}$ ou $\frac{1}{1800}$. Le reste est dépensé à échauffer l'air, l'ioniser, le dissocier, former des ondes d'air, etc. 944. La moyenne des hauteurs données par la formule $H = d \operatorname{tg} h$ est égale à 8,6 km.

Chapitre XXIII. LE SOLEIL

I

945. Le rayon est égal à 109 rayons terrestres; la surface à 11 900 surfaces terrestres; le volume, à 1 300 000 volumes terrestres. 946. 0,625 an. 947. Beaucoup en 1950, peu en 1954. 949. A 17",6, c'est-à-dire à la double parallaxe du Soleil. 950. De 7 fois plus grand que le diamètre de la Terre. 951. 500 km. 953. Parce que depuis 1933 le nombre de taches solaires, qui provoquent des aurores polaires, ne cessait de croître. 955. Un éloignement à la vitesse de 137 km/s. 956. De 2,22 Å. 957. Comme une étoile de magnitude +0,6. 958. 38 g. 959. 13,6 kg. 960. 25 t, environ.

II

961. $\beta = 82°49',5$; $\lambda = 343°47'$. 962. 30,43 jours. 966. 9 m/s environ. 967. A l'équateur 25,05 jours; à 30° de latitude, 26,34 jours; à 45° de latitude, 27,75 jours. 968. 510 jours, c'est-à-dire beaucoup plus que la « durée de vie » d'une tache solaire. 969. $bc = ac \operatorname{cotg} AOa' = 8900$ km. 971. $(r+h)^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + (SE)^2$, où $(SE) = (LE) - (LS)$; $(LS) = R - r$; $(LE)^2 = R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2$. 972. $3{,}02\cdot 10^{27}$; 50 000 bougies. 973. $3{,}79\cdot 10^{28}$ lumens; 624 000 lamberts. 974. 13,5 lamberts. 975. 100 lumens ou 8 bougies par watt. 976. $5{,}18 \times 10^{23}$. 977. 15,8 mm. 978. Une minute, environ. 979. Vingt millions de roubles, environ. 980. 6130 °C. 981. En prenant le rapport d'énergie dans deux secteurs du spectre et en cherchant le logarithme on trouve T d'après la formule

$$T = \frac{c^2\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\log e}{\log E_1 - \log E_2 + 5(\log \lambda_1 - \log \lambda_2)} = 6760\ °\mathrm{C}.$$

982. $cV\,dT = Ip\,dt - jP\,(t_1 - t_2)\,dt$. 983. *Solution.* Le rayonnement total du Soleil est égal à $\frac{4\pi R^2 ac}{60}$ erg/s. Par conséquent le rayonnement d'une unité de surface solaire par seconde $\frac{4\pi R^2 ac}{60\cdot 4\pi\cdot r^2} = \sigma T^4$, d'où $T = 5750°$. 984. *Solution.* En cherchant la dérivée logarithmique de l'expression donnée par la loi de Ste-

fan-Boltzmann on a $\frac{dT}{T} = \frac{1}{4} \cdot \frac{dE}{E}$, d'où la grandeur cherchée $dT = 1/4$ % de 6000° ou 15°. 985. L'une des raisons est celle que le spectre du Soleil ne coïncide pas parfaitement avec le spectre d'un corps noir. Une autre cause est celle qu'en toute rigueur, les diverses méthodes donnent la température de différentes parties de l'atmosphère solaire. 986. $\frac{5750°}{\sqrt[4]{2}} = 4835\ K$. 987. Dans 2000 ans. 988. Pour une sphère de masse M et de rayon R cette énergie $W = \frac{3}{5} k^2 \frac{M^2}{R^2} = 2{,}27 \cdot 10^{48}$ ergs. 989. $5 \cdot 10^{24}$ g. 990. $1{,}3 \cdot 10^{20}$ g $= 1{,}3 \cdot 10^{14}$ t. 991. $3 \cdot 10^{10}$ d'années.

Chapitre XXIV. MOUVEMENTS ET NATURE DES ÉTOILES

992. Près de 46 mln d'années. 993. Près de 9800 ans. 994. 8,8 années-lumière. 995. 2,7 parsecs = 8,8 années-lumière = 558 000 unités astronomiques = $8{,}3 \cdot 10^{13}$ km ; 50 parsecs = 163 années-lumière. 996. 5 parsecs = 16,3 années-lumière = $1{,}03 \cdot 10^6$ unités astronomiques = $15{,}4 \cdot 10^{13}$ km ; 8,3 parsecs = 27,2 années-lumière = $1{,}7 \cdot 10^6$ u.a. = $2{,}56 \cdot 10^{14}$ km. 997. La parallaxe est comprise entre 0",306 et 0",318 et par suite, la distance, entre 3,26 et 3,14 parsecs, c'est-à-dire elle est connue à quelques pour cent près. 998. Compte tenu de l'erreur possible dans la détermination de la parallaxe on peut dire que cette dernière est comprise entre 0",012 et 0", c'est-à-dire la distance à l'étoile est comprise entre 83 parsecs et l'infini ; le moins que l'on puisse dire c'est que la distance à l'étoile n'est pas inférieure à 80 parsecs. 999. Sirius est 10 200 fois plus brillant que son compagnon. 1000. +1,27. 1001. —4,0. 1002. 10 500 fois. 1003. S Poisson d'Or est 500 000 fois plus brillante. 104. 14 000 fois plus brillant. 1005. 11,6 et 13,4. 1006. 0,0020 et 0,00038. 1007. La magnitude apparente de Véga deviendrait égale à 15,1. 1008. 613 360 000 km ou 4,1 u.a. 1009. Augmentent dans la région des constellations de la Lyre et d'Hercule et diminuent dans la partie opposée du ciel. 1012. $y = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \frac{a \cdot c}{V_r}$ ans. 1013. 8000 ans environ. 1014. Dans 97 000 ans. 1015. Dans l'un et l'autre cas (six mois plus tard) les vitesses de la Terre seraient opposées par rapport à l'étoile. La différence entre les vitesses radiales observées de l'étoile sera égale à la double projection de la vitesse de la Terre sur le rayon visuel dirigé vers l'étoile à l'un des instants considérés ; par conséquent, cette différence peut varier de 0 à ±60 km/s, en fonction de la longitude de l'étoile. 1016. Cette correction est toujours nulle, car à tout instant, la vitesse de la Terre sur l'orbite est perpendiculaire à la vitesse radiale de l'étoile (au rayon visuel qui relie l'étoile à l'observateur). 1017. Soient, sur la figure 55, S, le Soleil ; S', l'étoile ; T, la Terre ; TA, la vitesse de la Terre et $T'A'$, sa projection sur le rayon visuel. La correction due à la vitesse de la Terre $T'A'$ est égale à $TA \sin \alpha$, où $\alpha = \frac{360°}{365\frac{1}{4}} t$, alors que t est l'intervalle de temps entre l'instant de l'équinoxe de printemps et l'instant d'observation exprimé en jours. Puisque pour $\alpha < 90°$ la vitesse de la Terre est dirigée vers l'étoile, ce qui rend la vitesse observée de l'étoile par rapport au Soleil plus grande dans le cas de l'approche de l'étoile, on met la correction sous la forme $\Delta V = 29{,}8 \sin \frac{360°}{365{,}25} t$. 1018. Oui, en observant systématiquement la variation de leur parallaxe. 1019. 1",01 ; 142°. 1020. 0",55 ; 74°. 1021. —1",20. 1022. +1",25, —0",07. 1023. 90 km/s. 1024. 17 km/s. 1025. 19 km/s. 1026. 57 km/s. 1027. 18 km/s. 114°. 1028. 46°. 1029. 25 km/s sous un angle de 31°. 1030. 16 km/s. 1031. +18 et 14 km/s. 1032. 0",44.

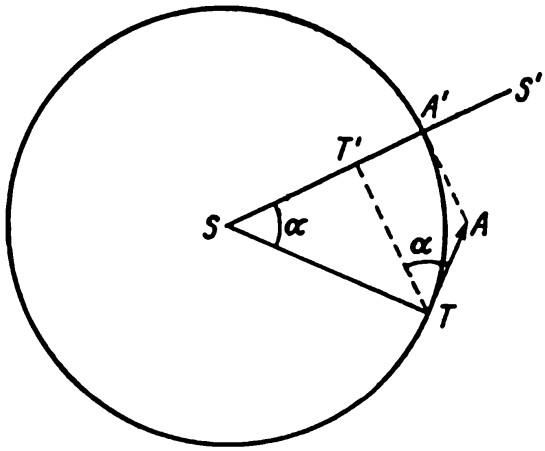


Fig. 55

1033. *Solution.* $OM = OS \sin \vartheta = \frac{206\,265}{\pi'}$ u.a., $OS = \frac{206\,265}{\pi}$ u.a. Par conséquent, $\pi' = \frac{\pi}{\sin \vartheta}$. Si M est la magnitude absolue de l'étoile, alors $M = m + 5 + 5 \log \pi$ et $M = m' + 5 + 5 \log \pi'$, et on obtient $m' = m + 5 \log \pi - 5 \log \pi' = m + 5 \log \sin \vartheta$. En M, $V'_r = 0$, $V'_t = V = \frac{4{,}74\mu'}{\pi}$, d'où l'on tire $\mu' = \frac{V\pi'}{4{,}74} = \left(\frac{1}{4{,}74}\right) \cdot \left(\frac{V_t}{\sin \vartheta}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{\sin \vartheta}\right) = \frac{\mu}{\sin^2 \vartheta}$. La vitesse le long de MS est égale à V : 4,74 unités astronomiques par an. Donc, le temps t nécessaire pour parcourir la voie MS $t = \frac{4{,}74MS}{V} = \frac{4{,}74 \cdot 206\,265 \cos \vartheta}{\pi V}$; et puisque $V = V_t : \sin \vartheta = 4{,}74\mu : \pi \sin \vartheta$, on a

$$t = \frac{206\,265}{\mu} \sin \vartheta \cos \vartheta = \frac{206\,265}{\mu} \frac{V_r V_t}{V_r^2 + V_t^2}.$$

Si V_r est négative, t est négatif lui aussi, ce qui signifie que l'étoile s'approchera le plus du Soleil dans l'avenir. **1034.** En l'an 30 050, $\pi = 1'',05$; $\mu = 7'',11$; $m = -0{,}69$. **1035.** $\theta = 142°,4$; $\pi = 0'',80$; $\mu = 22'',5$; $m = 8{,}9$; $t = -9800$; date : 11 700 de notre ère. **1036.** $\mu = 11'',56$; $\pi = 0'',574$. **1037.** *Solution.* Des deux dernières colonnes on voit que le Soleil s'approche du pôle céleste Nord à la vitesse de 8,2 km/s et s'éloigne du pôle céleste Sud à la vitesse de 9,3 km/s, en moyenne il s'approche à la vitesse de 8,7 km/s du pôle céleste Nord. On trouve également que le Soleil s'approche du point reposant à l'équateur de $\alpha = 18^h$ à la vitesse de 19,4 km/s (et à la vitesse de 1,8 km/s du point de coordonnées $\alpha = 12^h$; $\delta = 0°$). Cherchant suivant le mode usuel le vecteur résultant de ces trois composantes du mouvement, on obtient le mouvement à la vitesse de 21,3 km/s vers l'apex de coordonnées $\alpha = 17^h40^m$; $\delta = +24°$. **1038.** Oui, du fait que dans le cas d'un tel mouvement curviligne les vitesses radiales des étoiles doivent subir une variation systématique lente, différente pour diverses étoiles qui se trouvent dans des directions différentes, car la direction du vecteur de la vitesse du Soleil tourne par rapport aux étoiles, et leur vitesse apparente observée par rapport au Soleil est la résultante de la vitesse du Soleil et de la vitesse spatiale de l'étoile. **1039.** Faisons un dessin analogue au précédent, marquant pourtant suivant le cercle les degrés de la déclinaison. Trouvons la déclinaison de l'apex près de +35° et de l'antiapex près de −40°, ce qui entraîne que la déclinaison moyenne de l'apex est de +37°. **1040.** Les vitesses radiales changeraient proportionnellement à $\cos \lambda$ et les mouvements propres, à $\sin \lambda$. **1041.** On le peut d'après l'augmentation systématique de l'éclat apparent des étoiles au voisinage de l'apex et sa diminution au voisinage de

l'antiapex. 1042. Dans 26 000 ans. 1043. +53,8 km/s. 1044. +17,6 km/s 1045. $\nu = -0'',0460$; $\tau = -0'',0797$. 1046. $\nu = -0'',022$; $\tau = +0'',0628$. 1047. $\nu' = 0'',010$; $\tau' = 0'',064$. 1048. 0",028. 1049. $\pi = 0'',0023$, $M = +0,3$. 1050. 0",0071. 1051. 0",0015 et $M = -0,4$. 1052. D'après la composante τ, $\bar{\pi} = 0'',00129$; d'après la composante ν, $\bar{\pi} = 0'',00123$; en moyenne, $\bar{\pi} = 0'',00126$, d'où $M = -3,5$. 1053. 0",031. 1054. $V = 44,2$ km/s; $\pi = 0'',25$. 1055. 79 parsecs; 550 parsecs. 1056. Aux basses températures. 1057. —0,64 à $T = \infty$. 1059. La composante plus brillante: 2,28 + 1,12 = 3,40; la composante plus faible: 5,08 — 0,04 = 5,04. 1061. 57 m. 1062. 3m. 1063. Le diamètre de α Scorpion est 3000 fois plus grand. 1064. 10,5 rayons du Soleil. 1065. 480 rayons du Soleil. 1066. 0,034 rayon du Soleil. 1067. 62 rayons du Soleil. 0",033. 1068. D'après le diamètre, 630 fois plus grand que Jupiter ou 63 fois plus grand que le Soleil, c'est-à-dire 35 fois plus grand que Sirius lui-même, ce qui est invraisemblable. De là nous tirons que le compagnon est un corps qui lui-même émet de la lumière. 1069. 23 000°. 11 200°. 6000°. 1070. 4100°. 4600°, 6500°, 23 000°. 1071. De 2300° à 1650°. 1072. 4200°. 1073. 2 calories par an. 1074. 3 mg. 1075. 4350°. 1076. 3100°. 1077. 4000° environ. 1078. 4000°. 1079. 10 masses solaires. 1080. 0,9 masse solaire. 1081. $5 \cdot 10^{-3}$ g/cm³ 1082. 100 kg/cm³, environ. 1083. 10^5 g/cm³. 1084. Les énergies cinétiques se rapportent comme 2,2 : 4,1 : 3,6, c'est-à-dire malgré les différences notables dans la masse et les vitesses, les énergies cinétiques se distinguent très peu et témoignent de la distribution régulière de l'énergie entre les étoiles.

Chapitre XXV. ÉTOILES DOUBLES

1085. 0",16. 1086. 0,64. 1087. 1,6. 1089. 7,5 masses solaires. 1090. 1,5 masse solaire. 1091. De 23,5 fois. 1092. $m_1 + m_2 = 2,1$ masses solaires. 1093. 11,5 unités astronomiques et 6,5 masses solaires. 1094. 5,5 masses solaires. 1095. De 1,7 fois. 1096. 100 u.a.; $p = 707$ ans; $m_1 = m_2 = 13,35$; magnitude totale: 12,6. 1097. $a = 12 \cdot 10^9$ km; magnitudes absolues: 1,4 et 2,2, c'est-à-dire les composantes sont 24 et 11,5 fois plus brillantes que le Soleil; masses: 2,4 et 2,0 masses solaires; vitesse du centre de masse: 13 km/s; rapport entre les rayons des étoiles 1 : 1,45; vitesse orbitale moyenne: 7,8 km/s. 1098. Période: 0,232 jour; vitesse: 20,2 km/s. 1099. 0",76. 1100. 0",49. La différence obtenue s'explique par le fait que la somme des masses de ce couple est sensiblement inférieure à deux masses solaires. 1101. 0",040. 1102. 0",095. 1103. 2",77. 1104. 0",022. 1105. C'est un système binaire visuel à orbite circulaire reposant dans le plan passant par le rayon visuel. 1107. Près de 85°. Retenir que le demi-grand axe de l'orbite vraie passe par l'étoile principale, alors que le centre de l'ellipse apparente coïncide avec le centre de l'ellipse vraie. 1108. $e = 0,46$. Elle est égale au rapport entre la distance apparente de l'étoile principale au centre de l'ellipse apparente et le diamètre de l'ellipse apparente qui passe par l'étoile principale (la projection du demi-grand axe), car la distance du foyer au centre et le demi-grand axe de l'ellipse sont compromis par la projection dans le même rapport. 1109. Les données précises pour ζ Hercule: $a = 12,2$ u.a.; $P = 34,5$ ans; $e = 0,46$; $m_1 + m_2 = 1,6$; pour Sirius: $a = 20,4$ u.a.; $e = 0,60$; $P = 50,0$ ans; $m_1 + m_2 = 3,4$. 1110. $a = 0'',54$; $e = 0,36$; $P = 26$ ans. 1111. 34,6 km/s. 1112. —19 km/s; +19 km/s; +30 km/s. 1114. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{k_2}{k_1} = 1,20$. 1115. 90°; 0°; ω est indéterminée. 1116. 138 u.a. 1117. 26 600 000 km. 1118. 5 020 000 km. 1119. 80 masses solaires, environ. 1120. $8 \cdot 0,315 = 2,5$ masses solaires. 1121. $125 \cdot 0,315 = 39$ masses solaires. Masse de l'étoile brillante: 31,50; de l'étoile sombre: 7,87. 1122. 0,315 masse solaire. 1123. $\pi = 0'',0084$; la luminosité est 15 fois plus grande que celle du Soleil; le diamètre est 3,9 fois plus grand que le diamètre solaire; le demi-grand axe est égal à 5,7 u.a.; les masses sont 2,5 fois plus grandes que la masse solaire. D'après la courbe masse-luminosité on aurait obtenu environ deux masses solaires.

Chapitre XXVI. ETOILES VARIABLES ET NOVAE

1125. 480 fois. **1126.** 15,8 fois. **1127.** Le 30 juin de l'année prochaine; le 9 août de l'année qui la suivra; le 17 septembre de l'année suivante. **1129.** 2 fois. **1130.** Amplitude: de la magnitude $5\frac{1}{2}$ à la magnitude $13\frac{1}{2}$; période: 400 jours environ. **1132.** 3J, 68713. **1133.** Amplitude: de la magnitude 7,27 à la magnitude 7,78; période: 0,567 jour; c'est RR Lyre, une Céphéide à courte période. **1134.** Période: 16,5 jours; amplitude: de la magnitude 6,25 à la magnitude 6,73. C'est une Céphéide à longue période (X Cygne). **1135.** Période: 5,3 jours; amplitude: de la magnitude 3,69 à la magnitude 4,13. C'est une Céphéide (δ Céphée). **1136.** Une étoile à variation de l'éclat irrégulière (CH Cygne).

1137. Les observations spectrales de Céphéides le contredisent. **1138.** 240 parsecs. **1139.** 166 parsecs. **1140.** 17,4. **1141.** $\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$. On en tire $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 6{,}3 \cdot \frac{1}{2{,}7}$ ou $\frac{R_1}{R_2} = 1{,}5$. **1142.** $k = 1 - \frac{r}{R^2}$, d'où l'on tire $\frac{r}{R} = \sqrt{1-k}$. **1143.** $2\alpha = 360° \frac{p}{P} : \frac{R+r}{D} = \sin\alpha$, d'où $\frac{D}{R} = \left(1 + \frac{r}{R}\right)\operatorname{cosec}\alpha$. **1144.** 0,836. **1145.** $\frac{r}{R} = 0{,}965$; le rayon de l'orbite est égal à 7,13 rayons de l'étoile brillante. **1146.** Au milieu, entre les minimums principaux, on observera un petit minimum secondaire. **1147.** 1. Eclipse partielle, compagnon sombre. 2. Eclipses doubles, compagnon clair. 3. Eclipses doubles des étoiles d'éclat différent presque en contact. 4. Eclipse annulaire, compagnon sombre. 5. Tout comme 2, mais avec effet de phase. 6. Eclipses doubles des étoiles presque en contact et presque identiques. **1148.** 0,42 de la densité solaire. **1149.** La période observée est plus longue que la période vraie de 1 : 10 000 période, c'est-à-dire de 26 secondes. **1151.** 100 fois. **1152.** Réponse à la dernière question: de la distance de 1,8 parsec, c'est-à-dire de plus loin que les étoiles les plus proches. **1154.** Dans ce cas, le rapport entre les étoiles doit être égal à $16 \cdot 10^4 (T : T_1)^4$, d'où $T = 200\,000°$, ce qui est invraisemblable.

Chapitre XXVII. STRUCTURE DE L'UNIVERS

1155. 55 000 unités astronomiques. **1156.** 40 000 parsecs. **1157.** 35 parsecs. **1158.** 10 500 parsecs. **1159.** 37 parsecs; magnitude —9,2. **1160.** 240 000 parsecs = 780 000 années-lumière; le diamètre est de 13 500 années-lumière. **1161.** 14 000 parsecs.

1164. Il doit être prroportionnel au carré du rayon de la sphère. **1165.** 15,86 fois, du fait que les nombres correspondants d'étoiles se rapportent comme les volumes des sphères dont les rayons se rapportent comme 2,512 : 1. **1166.** Une étoile faible se trouve plus loin. **1169.** 2400 parsecs. **1171.** Si l'on tient compte de l'absorption de la lumière, les diamètres linéaires des nébuleuses spirales deviennent plus petits qu'ils ne le seraient en négligeant l'effet d'absorption. **1172.** $m = a - 5 \log d$, où a est une constante. **1173.** Le rapport sera traduit graphiquement non pas par une ligne droite $m = a - 5 \log d$, mais par une ligne à inclinaison plus forte à l'axe sur lequel on portera $\log d$. **1174.** Magnitude 0,006. **1175.** 63 mln de parsecs ou environ 200 mln d'années-lumière. **1176.** Spirale logarithmique $r = Ce^{\alpha\varphi}$, où α et C sont des constantes.

Chapitre XXVIII (mixte)

1177. Pour l'U.R.S.S. c'est vrai. **1178.** Un globe stellaire permet de trouver que ceci a lieu depuis avril jusqu'en septembre. **1179.** Près du solstice d'été. **1180.** Au milieu d'août, c'est-à-dire juste à l'époque où mûrit le blé. **1181.** Ce

problème peut être résolu facilement à l'aide d'un globe céleste. Positionnons le globe de façon que le pôle céleste Nord se trouve au-dessus de l'horizon à une hauteur de 50° à 60°, puisque l'observation a eu lieu en Sibérie. Tournons le globe sur son axe du monde de façon que Stojary (Pléiades) se trouvent haut au-dessus de l'horizon à peu près au voisinage du méridien du lieu. Nous savons des paroles du vagabond que c'était déjà minuit passé, c'est-à-dire, astronomiquement parlant, le Soleil était sous l'horizon près de son passage inférieur. De là il est facile de déterminer la position du Soleil sur l'écliptique: il suffit pour cela de voir notre globe positionné suivant l'indication. Il s'avère qu'à l'instant considéré, le Soleil se trouvait dans la constellation du Sagittaire, plus précisément, il *s'engageait* dans la constellation du Sagittaire; or, ceci se produit près de 23 novembre. Ainsi, V. Korolenko s'entretenait avec Boguylaï, *entre le* 20 *et le* 30 *novembre*.

1182. Ce problème peut être résolu à l'aide d'un globe céleste de la façon suivante. En positionnant l'axe du monde sous un angle de 50° à l'horizon, ce qui correspond à la latitude de la zone moyenne de l'U.R.S.S., il faut tourner le globe de façon qu'au zénith se trouvent les étoiles de la Grande Ourse et haut à l'Est Arcturus (α Bouvier). Ensuite, d'après l'énoncé du problème, Vénus brillait bas à l'Occident. Par conséquent, on connaît encore la position de Vénus. Mais comme on sait que Vénus ne peut pas s'écarter à plus de 48° du Soleil, les données permettent d'établier pour cet instant la position du Soleil sur l'écliptique. Ainsi, on obtient que le Soleil à cette époque entrait dans la constellation du Taureau, ce qui a lieu fin avril, c'est-à-dire au printemps. Par conséquent, cette chasse d'Oblonski avec Lévine a eu lieu au printemps *au voisinage du* 20 *avril*.

1183. 1) Non. 2) Puisqu'on sait qu'au « zénith brillait alors la Croix du Sud » on trouve aisément, à l'aide d'un globe céleste, que « Nautilius » se tenait alors non pas au pôle Sud, mais entre 55° et 64° de latitude australe. 3) Non, la Croix du Sud n'est pas une étoile, mais une constellation qui couvre dans le ciel une région de 55° à 64° de déclinaison Sud. Le pôle céleste Sud repose dans la constellation de l'Octant, près de l'étoile σ Octant (de magnitude 5). σ Octant est justement l'étoile polaire Sud.

1184. A l'aide d'un globe céleste qu'il faut positionner à 40° de latitude Nord de façon que les constellations citées dans ces vers se trouvent au-dessus de l'horizon, on trouve qu'à l'instant du lever des Pléiades se couche Bouvier (Voot), alors que la Grande Ourse est en effet une constellation sans coucher, qui « ne se baigne jamais dans les eaux de l'Océan ». Ensuite l'énoncé dit qu'Ulysse ne détachait pas les yeux du « Bouvier qui se couchait tard dans la mer », autrement dit, Bouvier se couchait bien plus tard que le Soleil ou à peu près à minuit. Ainsi, à l'instant du coucher du Bouvier ou du lever des Pléiades, le Soleil se trouvait au passage inférieur. Si maintenant on regarde l'écliptique en cette position du globe céleste, on découvre qu'à cet instant c'est la constellation du Lion qui est au passage inférieur; le Soleil se trouve dans cette constellation au mois de juillet. Par conséquent, Ulysse navigait *en été*, plus précisément, *au mois de juillet*.

1185. 16″,2; 62^s; 30 km. **1188.** Le 14 juillet à 6^{h}48^m, temps local, 2 heures après le lever du Soleil. **1189.** +48°19′03″, si le Soleil se trouvait au Sud. **1190.** 42°50′. **1192.** 9 milles marins à l'Ouest et 2 milles au Nord de la position vraie. **1193.** 1,8 cotg 65° = 0,84 m. **1194.** $x = h\,[\mathrm{cotg}\,\beta - \mathrm{cotg}\,(\beta + \alpha)] = 0{,}18$ m. **1195.** 1) On demande que l'azimut du Soleil soit nul. Des formules (5), (6) du chapitre III, en posant $\delta = 0$ et $A = \theta$, on obtient la formule 2) cherchée; $x = h\,\mathrm{tg}\,z\,\cos\,(90° - \theta)$, mais $z = \varphi - \delta = \varphi - 0 = \varphi$; par conséquent, $x = h\,\mathrm{tg}\,\varphi\,\sin\,\theta$. **1196.** $\cos\,\alpha/2 = (r - 0{,}273r_l)/60r$; $\alpha = 178°36'$. **1197.** La réfraction; l'aberration annuelle et diurne; la précession; la nutation; la parallaxe annuelle. **1198.** Du 1 ou 2 juillet, lors du passage de la ligne de changement de date; du 2 au 1 juillet en s'engageant dans le fuseau II; du 1 au 2 juillet à l'instant de l'atterrissage. **1199.** Cette durée dépend surtout de la parallaxe horizontale; le Soleil sera visible plus longtemps. **1200.** 200 jours environ.

Chapitre XXIX. PROBLÈMES DE L'ASTRONAUTIQUE

1201. Non, elle ne pouvait pas, son horizon étant à une distance insuffisante. Pratiquement, à une grande distance la visibilité est rendue difficile par le léger voile d'air. **1202.** Les satellites de la Terre sont rendus visibles par la réflexion de la lumière solaire. En tournant pendant le vol ils nous présentent les diverses parties de leur surface qui reflètent tantôt plus, tantôt moins de lumière. **1203.** C'est impossible quelle que soit l'altitude, parce que les corps sont soumis alors à l'apesanteur. **1204.** Tous les objets et les parois du vaisseau subissent alors la même accélération et n'exercent pas de pression sur le support. Ils «tombent» sur la Terre de la même façon. **1205.** On peut le faire de trois façons: 1) rejeter le container en arrière et diminuer par là sa vitesse par rapport au vaisseau; 2) jeter le container en bas en le plaçant ainsi sur une orbite de plus petit diamètre; 3) combiner les deux mouvements et jeter le container en bas et en arrière. Energétiquement, le premier mode est le plus avantageux. **1206.** Parce qu'à une plus grande vitesse de lancement horizontal correspond une plus grande orbite suivant laquelle la trajectoire est plus longue, ce qui demande plus de temps pour faire le tour. **1207.** La grande section droite du lanceur fait que celui-ci est freiné plus fort par l'atmosphère, ce qui le fait descendre et tourner sur une orbite plus petite, à une vitesse plus grande. La Lune ne possède pas d'atmosphère susceptible de freiner une fusée porteuse. **1208.** 7,83; 7,76; 7,61; 7,35 km/s, et pour Mars: 3,12; 3,31; 3,42 3,55 km/s. **1209.** 1330 km. **1210.** Au périgée 7,98 km/s et à l'apogée, 6,84 km/s. **1211.** 7,84 km/s sous un angle de 67° à l'équateur. **1212.** Cherchons d'abord la vitesse circulaire du vaisseau V_c, ce qui pour une vitesse initiale nulle et le temps d'accélération t donne une accélération moyenne $V_c : t = 25{,}7$ m/s². La surcharge moyenne en tant que le rapport de l'accélération moyenne du vaisseau au lancement à l'accélération de la pesanteur au niveau de la mer $(g_0 + 25{,}7) : g_0 = 3{,}7$. **1213.** Le jour dure $66^m{,}6$ et la nuit, $34^m{,}6$; le crépuscule dure seulement $0^m{,}9$. **1214.** 36 000 km. **1215.** C'est impossible puisque un tel segment est visible sous un angle de 5″, alors que le pouvoir de séparation d'un œil normal est de 2′. **1216.** L'orbite doit être une demi-ellipse avec l'aphélie sur l'orbite de la Lune. Sous cette condition, le combustible n'est débité que pour que le vaisseau acquiert la vitesse elliptique correspondante, alors que le vol ultérieur se poursuit suivant les lois de Kepler. Cette vitesse est de 11,1 km/s. La durée du vol est de 5 jours. Dans les vols réels, le vaisseau ou la station est d'abord satellisé autour de la Lune, après quoi on le fait descendre en freinant avec les moteurs à réaction. **1217.** La vitesse sur une orbite circumlunaire est de 1,69 km/s, alors que la vitesse parabolique est de 2,38 km/s, c'est-à-dire qu'il faut ajouter 0,69 km/s. **1218.** L'astronaute les verra. (Il faut tenir compte que bien que pour un observateur se tenant au centre du cirque l'éloignement de l'horizon est inférieur au rayon du cirque, le rempart se lève au-dessus du niveau du fond.) **1219.** 1,67 km/s. **1220.** 1,57; 3,31; 7,76 km/s respectivement. **1221.** Sur la Lune 2,3 km; sur Mars 3,3 km. **1222.** Près de 1,3 an. On tient compte que pendant le vol, la Terre et Mars se déplacent et, à l'instant de l'atterrissage, la planète doit se trouver à l'aphélie de l'orbite du vaisseau. Pratiquement, pour les atterrisages, l'orbite (la vitesse) du vaisseau doit être corrigée ne serait-ce que par suite des variations produites dans son mouvement par les perturbations dues à l'attraction par la planète donnée et par d'autres corps. **1223.** Tous les 2,1 ans. (Compte tenu des prescriptions indiquées par la réponse au problème précédent.) **1224.** En appliquant la troisième loi de Kepler, trouvons que le vol doit durer près de 0,7 an, c'est-à-dire 255 jours. **1225.** 8140 km et 91 020 km de la surface de Mars. **1227.** 19,7 m. **1228.** Masse: $1{,}2 \cdot 10^{28}$ g. Densité: 2,7 g/cm³, **1229.** 16,7 km/s. **1230.** Tout corps extérieur à la Terre est attiré par celle-ci comme si toute la masse de la Terre était concentrée en son centre. Sous l'action de l'attraction terrestre tout corps lancé dans l'espace peut se déplacer seulement dans le plan qui passe par son centre et suivant une des coniques, le centre de la Terre formant l'un des foyers de ces dernières. Il en résulte que le mouvement d'un satellite est impossible dans le plan d'un parallèle qui ne coïncide pas avec l'équateur.

1231. $T = \frac{2\pi (R + h)}{v}$,

où $v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R + h}}$;

$T = 89{,}3$ minutes.

1232. 1,6 km/s. 1233. 7,2 km/s. 1234. 3,5 km/s. 1235. La vitesse de chute sera égale à la vitesse parabolique à la surface de Vénus, c'est-à-dire à

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r}},$$

où M est la masse et r le rayon de Vénus ($v = 10{,}2$ km/s).

1236. 1,23 an. 1237. 238 km; 1872 km.

1238. $v_a = v_m \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$; $v_p = v_m \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$. D'où, en portant dans les formules la valeur de e,

$$\frac{v_a}{v_p} = \frac{r_p}{2a - r_p} = 0{,}8.$$

1239. $v_{par} = v_c \sqrt{2} = 7{,}1$ km/s; $v = v_{par} - v_c = 2{,}1$ km/s.

$$M_1 : M_t = 2{,}72^{\frac{v}{v_p}} = 2{,}1,$$

c'est-à-dire le vaisseau débite 52,4 % de sa masse initiale.

1240. $6{,}4 \cdot 10^{-5}$ N. 1241. De 2 fois. 1242. La plus grande en apogée. L'accélération. 1243. 81°18′53″. 1244. 878 km. 1245. 16 900 km. 1246. Il est observable. *Indication.* Sous la latitude géographique donnée φ un satellite est observable si, au moins en culmination, sa distance zénithale ne dépasse pas 90° ($z \leqslant 90°$). Dans notre cas, la culmination a lieu au Sud du zénith et c'est pourquoi $z = \varphi - \delta$, où δ est la déclinaison du satellite. La condition de visibilité se ramène à l'inégalité $\varphi - \delta \leqslant 90°$. Lors du mouvement du satellite sur son orbite sa déclinaison change dans les limites $-i \leqslant \delta \leqslant i$. On vérifie aisément que pour toute cette gamme des déclinaisons, la visibilité satisfait à la condition $\varphi - \delta \leqslant 90°$. 1247. Oui. 1248. $h = (2{,}31)^2 - (1\,398\,600 : 320\,000) > 0$. C'est pourquoi l'orbite est hyperbolique.

1249. $v^2 = v_c^2 \left(2 - \frac{1-e^2}{1 + e \cos v}\right)$.

1250. 1,68. 1251. 0,18.

ANNEXES

Tableau I

Constantes mathématiques et physiques

	Nombre	Logarithme
π	3,1416	0,49715
2π	6,2832	0,79818
4π	12,5664	1,09221
e	2,7183	0,43429
Nombre de degrés dans un radian	57,2958	1,75812
Nombre de minutes dans un radian	3437,75	3,53628
Nombre de secondes dans un radian	206 265	5,31443
1′ en radians	0,000291	$3,46389-10$

1 km $= 10^3$; m $= 10^5$ cm; 1 cm $= 10$ mm $= 10^4$ $\mu = 10^7$ $m\mu = 10^8$ Å

1 joule $= 10^7$ ergs $= 0,101972$ kilogrammètre

	Nombre		Logarithme
Equivalent mécanique de la chaleur (petite calorie)	$4,185 \cdot 10^7$ ergs		7,62170
Vitesse de la lumière dans le vide	$2,998 \cdot 10^{10}$ cm/s		10,47683
Constante de Gauss k	0,017202		$8,23558-10$
Constante de gravitation	$6,673 \cdot 10^{-8}$	en système CGS	$2,82432-10$
Constante de la loi de Stefan σ	$5,72 \cdot 10^{-5}$	en système CGS	$5,75740-10$
Constante de la loi de Wien	0,289	en système CGS	$9,46090-10$

Constantes astronomiques

	Nombre	Logarithme
Nombre de secondes en un jour	86400	4,93651
Rayon équatorial de la Terre	6378,16 km	3,80469
Rayon polaire de la Terre	6356,78 km	3,80324
Rayon d'une sphère de volume égal à celui de la Terre	6371,03 km	3,80423

Durée d'un jour:

sidéral	$23^h56^m4^s,091$ en temps solaire moyen
moyen solaire	$24^h3^m56^s,555$ en temps sidéral

Durée d'une année (en temps moyen):

tropique	$365^j,2422 = 365^j5^h48^m47^s$
sidérale	$365^j,2564 = 365^j6^h9^m10^s$
anomalistique	$365^j,2596 = 365^j6^h13^m53^s$

Durée d'un mois (temps moyen)

synodique	$29^j,5306 = 29^j12^h44^m3^s$
sidéral	$27^j,3217 = 27^j7^h43^m12^s$
draconitique	$27^j,2122 = 27^j5^h5^m36^s$

	Nombre	Logarithme
Masse de la Terre	$5,978 \cdot 10^{27}$ g	27,77627
Masse du Soleil = 331 950 masses de la Terre	$1,990 \cdot 10^{33}$ g	33,29732
Rayon du Soleil	$6,960 \cdot 10^{10}$ cm	10,84217
Magnitude photovisuelle absolue du Soleil	$4^m,96$	
Volume du Soleil = 1 304 000 volumes de la Terre		
Densité moyenne du Soleil	1,41 g/cm³	0,14922
Période de rotation du Soleil à l'équateur	$24^j,65$	
Accélération de la pesanteur à la surface du Soleil = 27,89 accélérations de la pesanteur terrestre	274 m/s²	2,43775
Vitesse parabolique à la surface du Soleil	617,7 km/s	2,79029
Parallaxe du Soleil	$8'',794$	
Unité astronomique	$1,496 \cdot 10^8$ km	8,17464
Année-lumière = $6,33 \cdot 10^4$ u.a.	$9,463 \cdot 10^{12}$ km	12,97603
Parsec = 3,26 années-lumière = 206 265 u.a.	$3,084 \cdot 10^{13}$ km	13,4891

Fig. I. Etoile photographiée à différentes distances du foyer

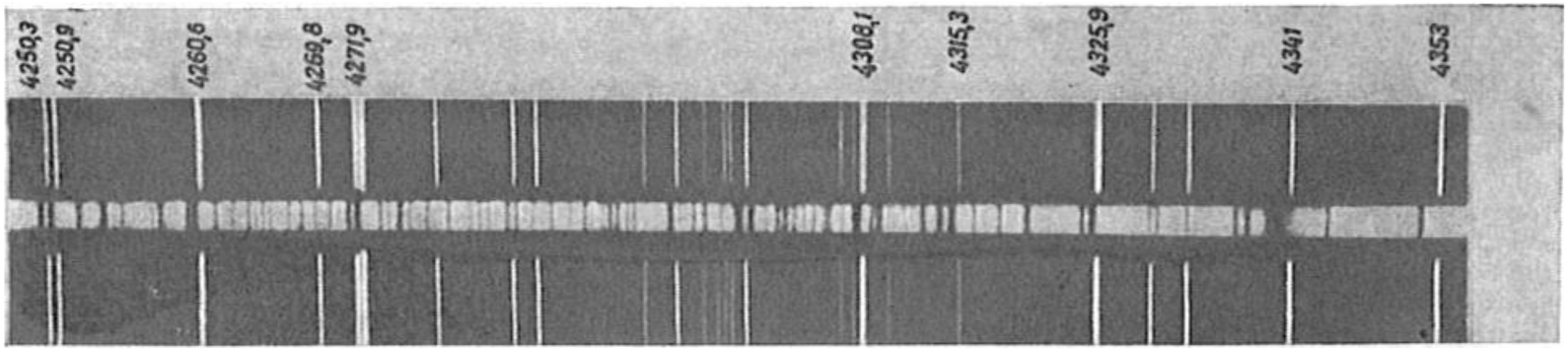


Fig. II. Spectre de Procyon

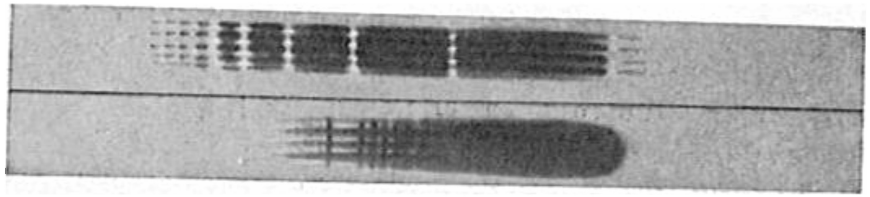


Fig. III. Spectres d'une étoile blanche et d'une étoile rouge

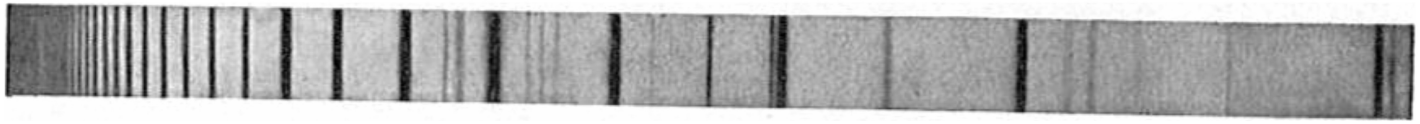


Fig. IV. Spectre de ς Taureau

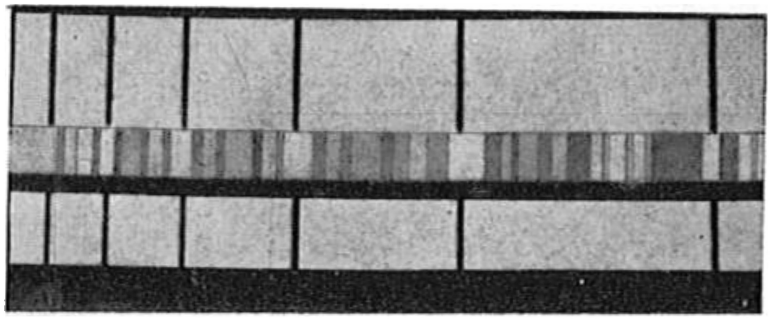


Fig. V. Spectres de Véga et de la nova dans la constellation d'Hercule

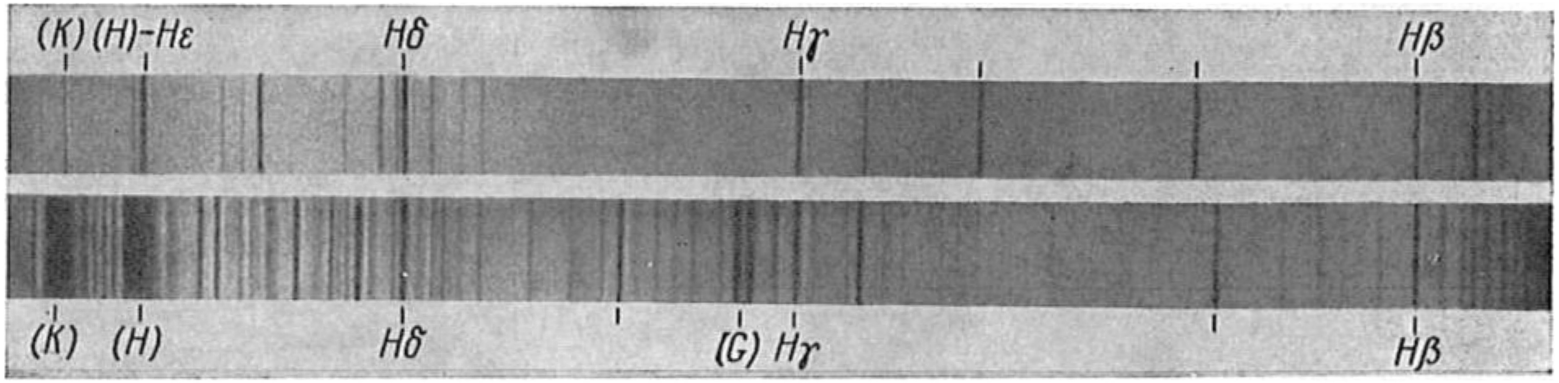


Fig. VI. Spectres de ε Orion (en haut) et de α Cocher (en bas)

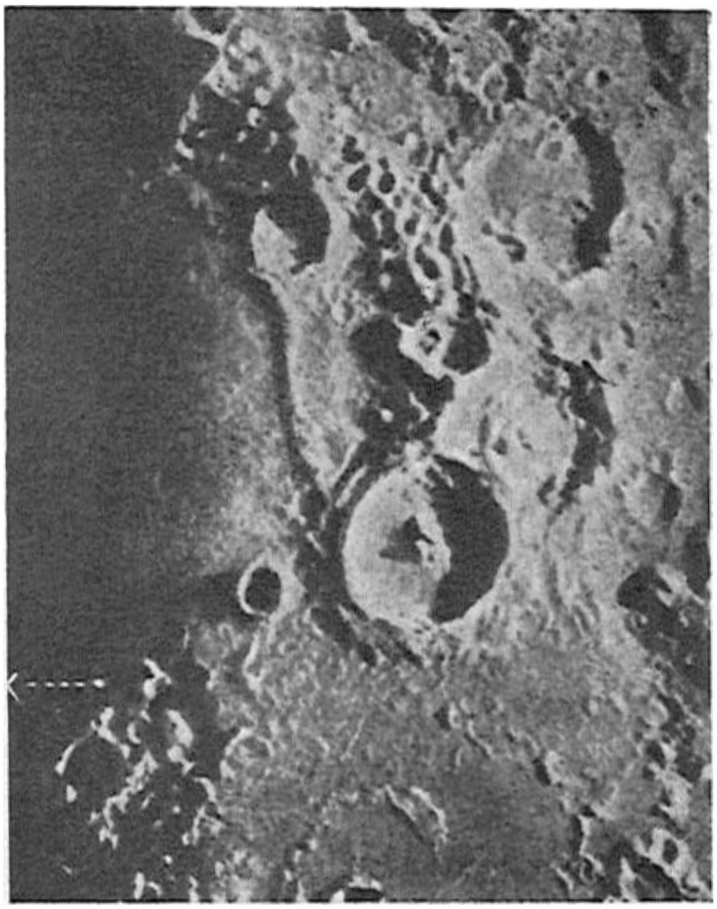


Fig. VII. Photographie d'une partie de la surface lunaire. Cratère Théophile

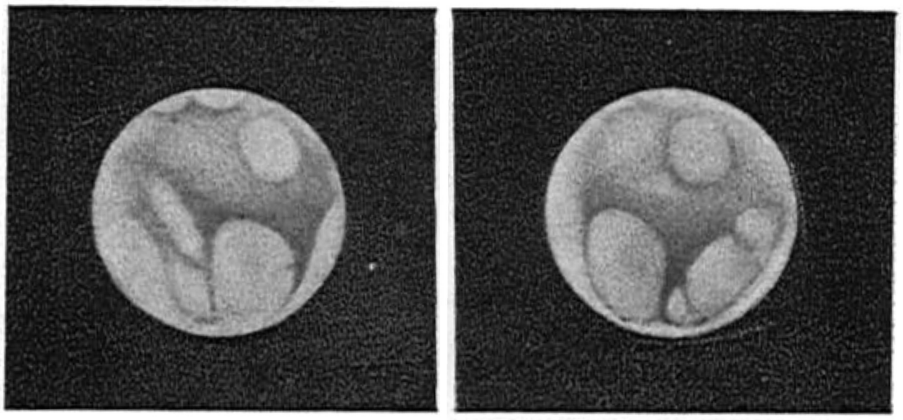


Fig. VIII. Deux dessins de Mars. L'un est fait deux heures après l'autre

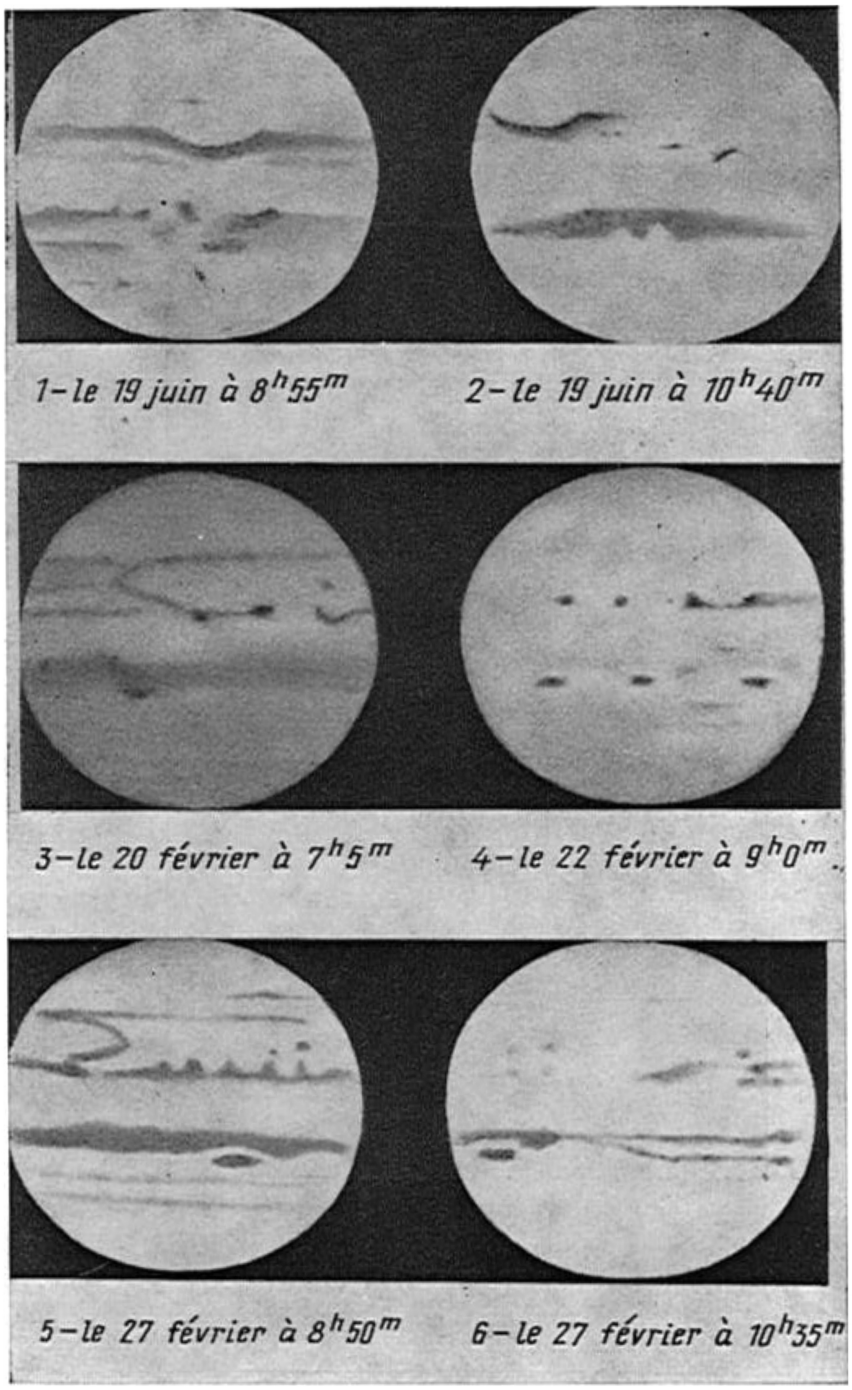


Fig. IX. Dessins de Jupiter

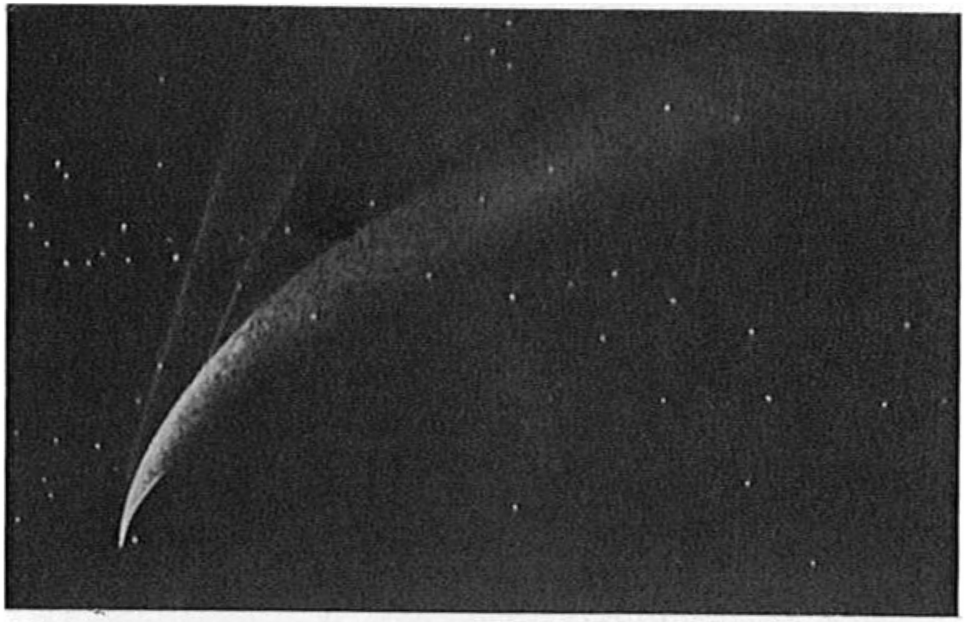


Fig. X. Dessin de la comète Donati 1858

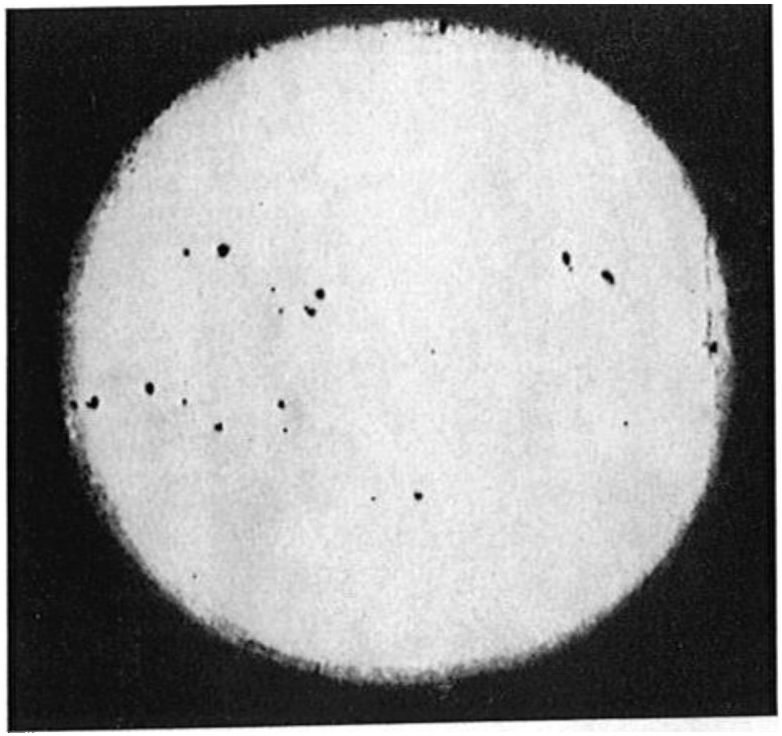


Fig. XI. Le Soleil et ses taches

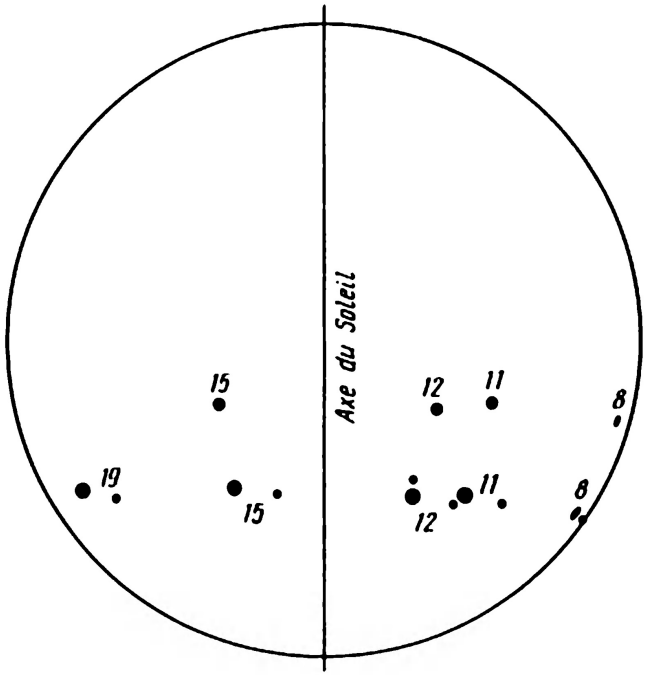


Fig. XII. Positions successives de deux groupes de taches sur le disque solaire : le 8 avril à 9^h00^m ; le 11 avril à 10^h30^m ; le 12 avril à 7^h10^m ; le 15 avril à 12^h30^m ; le 19 avril à 9^h30^m (vers cette date la tache isolée a déjà disparu)

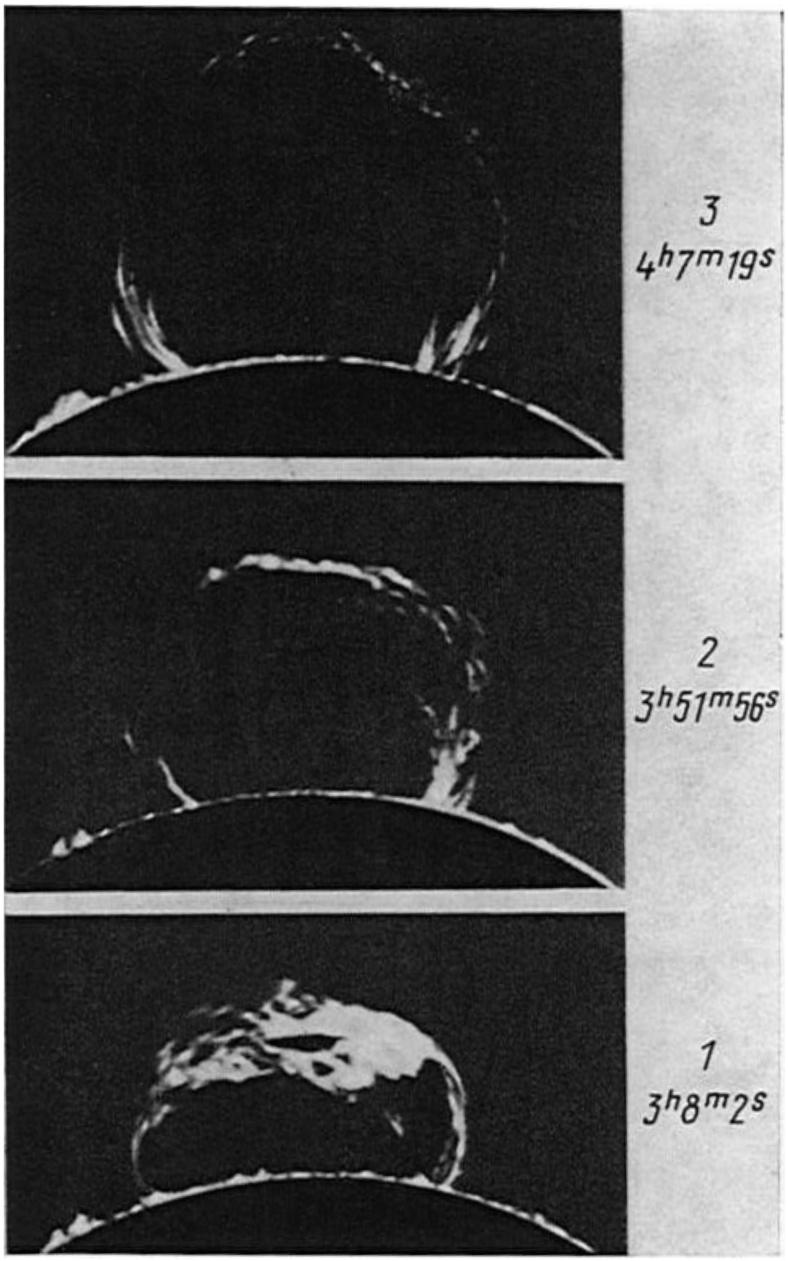


Fig. XIII. Photos successives d'une protubérance

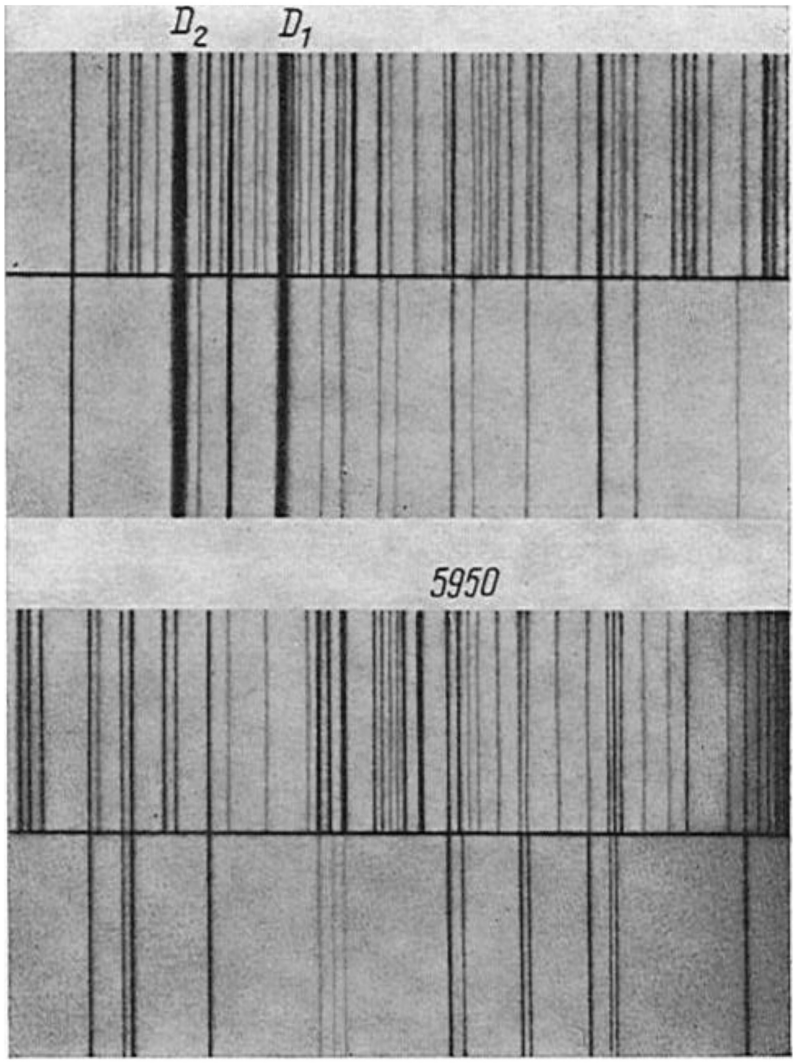
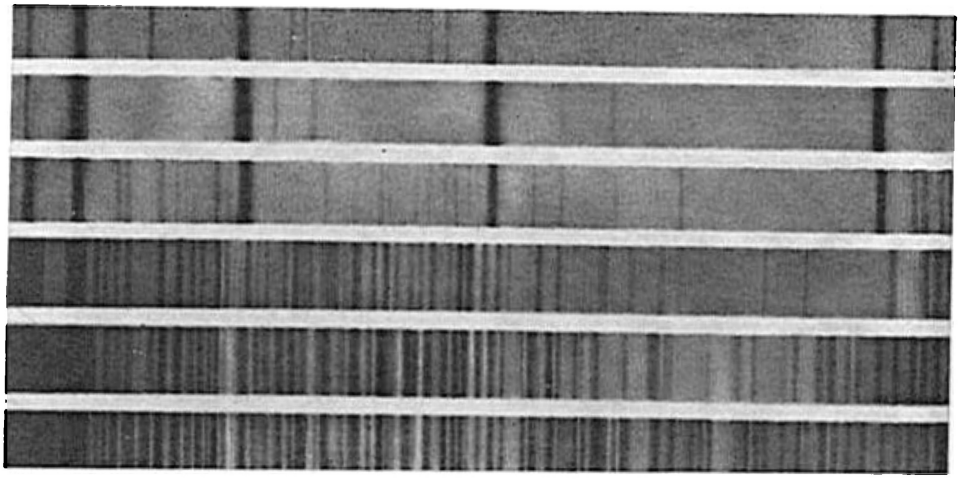


Fig. XIV. Spectre du Soleil



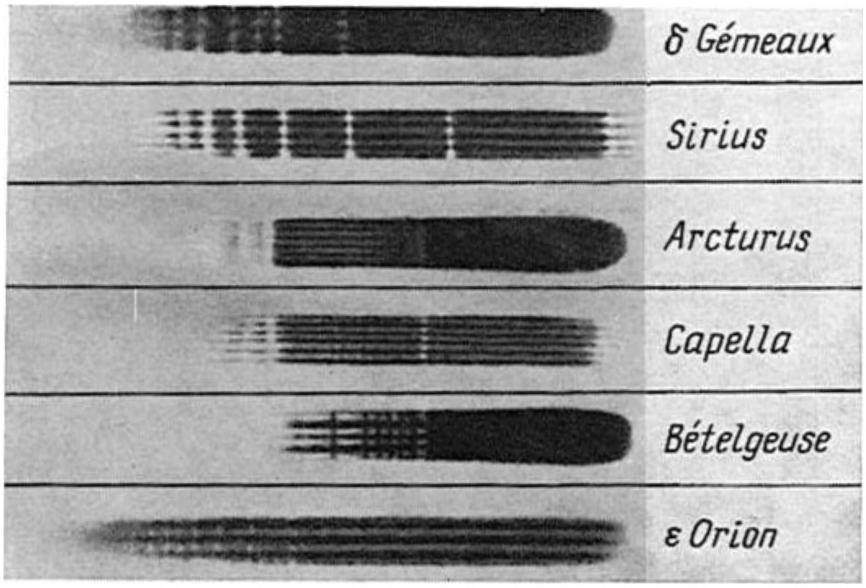


Fig. XV. Spectres stellaires: les six spectres supérieurs (clichés positifs) sont pris avec un spectrographe à fente; les six spectres d'en bas (clichés négatifs), avec une chambre à prisme

Fig. XVI Photographie du ciel stellaire dans la région des constellations du Centaure, de la Croix du Sud et de la Mouche

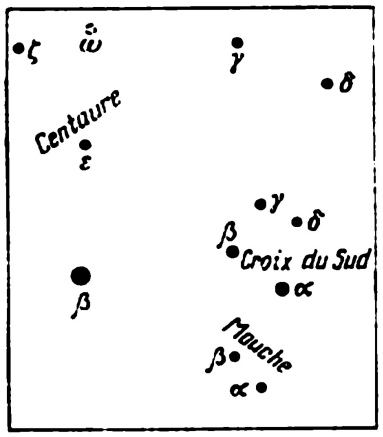


Fig. XVII. Carte de la même région du ciel

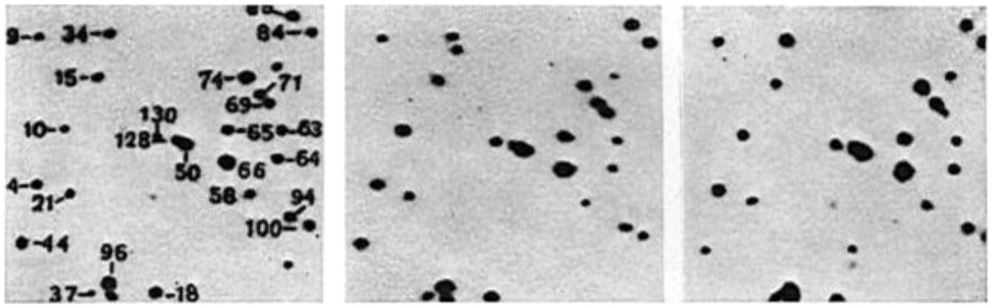


Fig. XVIII. Photographies d'une même région dans la constellation de Persée prises à des moments différents

Fig. XIX. Nébuleuse spirale dans la constellation des Chiens de Chasse

Le Soleil

Date		Jour de semaine	Minuit moyen de Greenwich (0^h de temps universel)						
			Equation du temps: moyenne vraie	Variation horaire	Ascension droite apparente	Déclinaison apparente	Variation horaire	Rayon	Temps sidéral
Juin	13	S	$-0^m25^s,75$	$0^s,514$	$5^h20^m56^s,47$	+23° 8′48″,9	9″,68	946″,39	$17^h21^m22^s,223$
	14	D	0 13 ,31	0 ,522	5 25 5 ,47	23 12 28 ,9	8 ,66	946 ,29	17 25 18 ,782
	15	L	−0 0 ,70	0 ,529	5 29 14 ,64	23 15 44 ,4	7 ,63	946 ,20	17 29 15 ,341
	16	M	+0 12 ,06	0 ,535	5 33 23 ,96	23 18 35 ,3	6 ,60	946 ,11	17 33 11 ,899
	17	M	0 24 ,95	0 ,539	5 37 33 ,40	23 21 1 ,5	5 ,57	946 ,53	17 37 8 ,458
	18	J	0 37 ,93	0 ,542	5 41 42 ,94	23 23 2 ,9	4 ,54	945 ,96	17 41 5 ,017
	19	V	+0 50 ,97	0 ,545	5 45 52 ,55	+23 24 39 ,5	3 ,51	945 ,89	17 45 1 ,576
	20	S	1 4 ,06	0 ,546	5 50 2 ,19	23 25 51 ,3	2 ,47	945 ,83	17 48 58 ,134
	21	D	1 17 ,15	0 ,545	5 54 11 ,84	23 26 38 ,2	1 ,44	945 ,77	17 52 54 ,693
	22	L	1 30 ,23	0 ,544	5 58 21 ,48	23 27 0 ,3	0 ,40	945 ,72	17 56 51 ,252
	23	M	1 43 ,26	0 ,542	6 2 31 ,07	23 26 57 ,5	0 ,63	945 ,67	18 0 47 ,810
	24	M	1 56 ,23	0 ,539	6 6 40 ,60	23 26 30 ,0	1 ,66	945 ,63	18 4 44 ,369
	25	J	+2 9 ,11	0 ,535	6 10 50 ,04	+23 25 37 ,7	2 ,70	945 ,59	18 8 40 ,928
	26	V	2 21 ,88	0 ,530	6 14 59 ,37	23 24 20 ,6	3 ,37	945 ,55	18 12 37 ,486
	27	S	2 34 ,52	0 ,524	6 19 8 ,57	23 22 38 ,9	4 ,75	945 ,52	18 16 34 ,045
	28	D	2 47 ,01	0 ,517	6 23 17 ,61	23 20 32 ,5	5 ,78	945 ,49	18 20 30 ,604
	29	L	2 59 ,33	0 ,510	6 27 26 ,49	23 18 1 ,6	6 ,80	945 ,47	18 24 27 ,162
	30	M	3 11 ,46	0 ,501	6 31 35 ,18	23 15 6 ,2	7 ,82	945 ,45	18 28 23 ,721
Juillet	1	M	+3 23 ,39	0 ,492	6 35 43 ,67	+23 11 46 ,4	8 ,83	945 ,43	18 32 20 ,280
	2	J	3 35 ,10	0 ,483	6 39 51 ,93	23 8 2 ,3	9 ,84	945 ,41	18 36 16 ,838
	3	V	3 46 ,56	0 ,472	6 43 59 ,95	23 3 53 ,9	10 ,85	945 ,40	18 40 13 ,397
	4	S	3 57 ,76	0 ,461	6 48 7 ,72	22 59 21 ,4	11 ,86	945 ,39	18 44 9 ,955
	5	D	4 8 ,69	0 ,449	6 52 15 ,20	22 54 24 ,9	12 ,86	945 ,38	18 48 6 ,513
	6	L	4 19 ,32	0 ,437	6 56 22 ,39	22 49 4 ,4	13 ,85	945 ,38	18 52 3 ,072
	7	M	+4 29 ,64	0 ,423	7 0 29 ,26	+22 43 20 ,1	14 ,84	945 ,38	18 55 59 ,630
	8	M	4 39 ,62	0 ,409	7 4 35 ,20	22 37 12 ,1	15 ,82	945 ,39	18 59 56 ,188
	9	J	4 49 ,25	0 ,394	7 8 41 ,99	22 30 40 ,5	16 ,80	945 ,40	19 3 52 ,747
	10	V	4 58 ,51	0 ,378	7 12 47 ,81	22 23 45 ,6	17 ,77	945 ,42	19 7 49 ,305
	11	S	5 7 ,38	0 ,361	7 16 53 ,24	22 16 27 ,4	18 ,74	945 ,44	19 11 45 ,863
	12	D	5 15 ,84	0 ,344	7 20 58 ,26	22 8 46 ,1	19 ,70	945 ,46	19 15 42 ,422
	13	L	+5 23 ,88	0 ,326	7 25 2 ,86	+22 0 41 ,9	20 ,65	945 ,49	19 19 38 ,980
	14	M	5 31 ,48	0 ,307	7 29 7 ,01	21 52 15 ,0	21 ,59	945 ,53	19 23 35 ,538
	15	M	5 38 ,61	0 ,287	7 33 10 ,70	21 43 25 ,6	22 ,53	945 ,57	19 27 32 ,096
	16	J	5 45 ,25	0 ,267	7 37 13 ,91	21 34 13 ,8	23 ,45	945 ,62	19 31 28 ,654
	17	V	5 51 ,40	0 ,245	7 41 16 ,61	21 24 40 ,0	24 ,37	945 ,67	19 35 25 ,212
	18	S	5 57 ,03	0 ,223	7 45 18 ,79	21 14 44 ,3	25 ,27	945 ,73	19 39 21 ,770

Heures, minutes et secondes en fractions du jour

Heures en fractions du jour		Minutes en fractions du jour				Secondes en fractions du jour	
1	0,041667	1	0,000694	31	0,021528	1	0,000012
2	0,083333	2	0,001389	32	0,022222	2	0,000023
3	0,125000	3	0,002083	33	0,022917	3	0,000035
4	0,166667	4	0,002778	34	0,023611	4	0,000046
5	0,208333	5	0,003472	35	0,024305	5	0,000058
6	0,250000	6	0,004167	36	0,025000	6	0,000069
7	0,291667	7	0,004861	37	0,025694	7	0,000081
8	0,333333	8	0,005556	38	0,026389	8	0,000093
9	0,375000	9	0,006250	39	0,027083	9	0,000104
10	0,416667	10	0,006944	40	0,027778	10	0,000116
11	0,458333	11	0,007639	41	0,028472	11	0,000127
12	0,500000	12	0,008333	42	0,029167	12	0,000139
13	0,541667	13	0,009028	43	0,029861	13	0,000150
14	0,583333	14	0,009722	44	0,030556	14	0,000162
15	0,625000	15	0,010417	45	0,031250	15	0,000174
16	0,666667	16	0,011111	46	0,031944	16	0,000185
17	0,708333	17	0,011805	47	0,032639	17	0,000197
18	0,750000	18	0,012500	48	0,033333	18	0,000208
19	0,791667	19	0,013194	49	0,034028	19	0,000220
20	0,833333	20	0,013889	50	0,034722	20	0,000231
21	0,875000	21	0,014583	51	0,035417	30	0,000347
22	0,916667	22	0,015278	52	0,036111	40	0,000463
23	0,958333	23	0,015972	53	0,036805	50	0,000579
24	1,000000	24	0,016667	54	0,037500	60	0,000694
		25	0,017361	55	0,038194		
		26	0,018055	56	0,038889		
		27	0,018750	57	0,039583		
		28	0,019444	58	0,040278		
		29	0,020139	59	0,040972		
		30	0,020833	60	0,041667		

Conversion des degrés en heures et parties sexagésimales

Degrés en heures, minutes et secondes				Minutes d'arc en minutes et secondes d'heure				Secondes d'arc en minutes et secondes d'heure			
1°	0h 4m	120°	8h 0m	1′	0m 4s	31′	2m 4s	1″	0s,07	31″	2s,07
2	0 8	130	8 40	2	8	32	8	2	0 ,13	32	2 ,13
3	0 12	140	9 20	3	12	33	12	3	0 ,20	33	2 ,20
4	0 16	150	10 0	4	16	34	16	4	0 ,27	34	2 ,27
5	0 20	160	10 40	5	20	35	20	5	0 ,33	35	2 ,33
6	0 24	170	11 20	6	24	36	24	6	0 ,40	36	2 ,40
7	0 28	180	12 0	7	28	37	28	7	0 ,47	37	2 ,47
8	0 32	190	12 40	8	32	38	32	8	0 ,53	38	2 ,53
9	0 36	200	13 20	9	36	39	36	9	0 ,60	39	2 ,60
10	0 40	210	14 0	10	40	40	40	10	0 ,67	40	2 ,67
11	0 44	220	14 40	11	44	41	44	11	0 ,73	41	2 ,73
12	0 48	230	15 20	12	48	42	48	12	0 ,80	42	2 ,80
13	0 52	240	16 0	13	52	43	52	13	0 ,87	43	2 ,87
14	0 56	250	16 40	14	0 56	44	2 56	14	0 ,93	44	2 ,93
15	1 0	260	17 20	15	1 0	45	3 0	15	1 ,00	45	3 ,00
20	1 20	270	18 0	16	4	46	4	16	1 ,07	46	3 ,07
30	2 0	280	18 40	17	8	47	8	17	1 ,13	47	3 ,13
40	2 40	290	19 20	18	12	48	12	18	1 ,20	48	3 ,20
50	3 20	300	20 0	19	16	49	16	19	1 ,27	49	3 ,27
60	4 0	310	20 40	20	20	50	20	20	1 ,33	50	3 ,33
70	4 40	320	21 20	21	24	51	24	21	1 ,40	51	3 ,40
80	5 20	330	22 0	22	28	52	28	22	1 ,47	52	3 ,47
90	6 0	340	22 40	23	32	53	32	23	1 ,53	53	3 ,53
100	6 40	350	23 20	24	36	54	36	24	1 ,60	54	3 ,60
110	7 20	360	24 0	25	40	55	40	25	1 ,67	55	3 ,67
				26	44	56	44	26	1 ,73	56	3 ,73
				27	48	57	48	27	1 ,80	57	3 ,80
				28	52	58	52	28	1 ,87	58	3 ,87
				29	1 56	59	3 56	29	1 ,93	59	3 ,93
				30	2 0	60	4 0	30	2 ,00	60	4 ,00

Conversion des heures et parties sexagésimales en degrés et parties sexagésimales

Heures		Minutes				Secondes			
1h	15°	1m	0°15′	31m	7°45′	1s	0′15″	31s	7′45″
2	30	2	0 30	32	8 0	2	0 30	32	8 0
3	45	3	0 45	33	8 15	3	0 45	33	8 15
4	60	4	1 0	34	8 30	4	1 0	34	8 30
5	75	5	1 15	35	8 45	5	1 15	35	8 45
6	90	6	1 30	36	9 0	6	1 30	36	9 0
7	105	7	1 45	37	9 15	7	1 45	37	9 15
8	120	8	2 0	38	9 30	8	2 0	38	9 30
9	135	9	2 15	39	9 45	9	2 15	39	9 45
10	150	10	2 30	40	10 0	10	2 30	40	10 0
11	165	11	2 45	41	10 15	11	2 45	41	10 15
12	180	12	3 0	42	10 30	12	3 0	42	10 30
13	195	13	3 15	43	10 45	13	3 15	43	10 45
14	210	14	3 30	44	11 0	14	3 30	44	11 0
15	225	15	3 45	45	11 15	15	3 45	45	11 15
16	240	16	4 0	46	11 30	16	4 0	46	11 30
17	255	17	4 15	47	11 45	17	4 15	47	11 45
18	270	18	4 30	48	12 0	18	4 30	48	12 0
19	285	19	4 45	49	12 15	19	4 45	49	12 15
20	300	20	5 0	50	12 30	20	5 0	50	12 30
21	315	21	5 15	51	12 45	21	5 15	51	12 45
22	330	22	5 30	52	13 0	22	5 30	52	13 0
23	345	23	5 45	53	13 15	23	5 45	53	13 15
24	360	24	6 0	54	13 30	24	6 0	54	13 30
		25	6 15	55	13 45	25	6 15	55	13 45
		26	6 30	56	14 0	26	6 30	56	14 0
		27	6 45	57	14 15	27	6 45	57	14 15
		28	7 0	58	14 30	28	7 0	58	14 30
		29	7 15	59	14 45	29	7 15	59	14 45
		30	7 30	60	15 0	30	7 30	60	15 0

Conversion du temps moyen en temps sidéral

Heures		Minutes				Secondes	
moyen	sidéral	moyen	sidéral	moyen	sidéral	moyen	sidéral
1h	1h0m 9s,86	1m	1m0s,16	31m	31m5s,09	1s	1s,00
2	2 0 19 ,71	2	2 0 ,33	32	32 5 ,26	3	3 ,01
3	3 0 29 ,57	3	3 0 ,49	33	33 5 ,42	5	5 ,01
4	4 0 39 ,43	4	4 0 ,66	34	34 5 ,59	7	7 ,02
5	5 0 49 ,28	5	5 0 ,82	35	35 5 ,75	9	9 ,02
6	6 0 59 ,14	6	6 0 ,99	36	36 5 ,91	11	11 ,03
7	7 1 9 ,00	7	7 1 ,15	37	37 6 ,08	13	13 ,04
8	8 1 18 ,85	8	8 1 ,31	38	38 6 ,24	15	15 ,04
9	9 1 28 ,71	9	9 1 ,48	39	39 6 ,41	17	17 ,05
10	10 1 38 ,56	10	10 1 ,64	40	40 6 ,57	19	19 ,05
11	11 1 48 ,42	11	11 1 ,81	41	41 6 ,74	21	21 ,06
12	12 1 58 ,28	12	12 1 ,97	42	42 6 ,90	23	23 ,06
13	13 2 8 ,13	13	13 2 ,14	43	43 7 ,06	25	25 ,07
14	14 2 17 ,99	14	14 2 ,30	44	44 7 ,23	27	27 ,07
15	15 2 27 ,85	15	15 2 ,46	45	45 7 ,39	29	29 ,08
16	16 2 37 ,70	16	16 2 ,63	46	46 7 ,56	31	31 ,08
17	17 2 47 ,56	17	17 2 ,79	47	47 7 ,72	33	33 ,09
18	18 2 57 ,42	18	18 2 ,96	48	48 7 ,89	35	35 ,10
19	19 3 7 ,27	19	19 3 ,12	49	49 8 ,05	37	37 ,10
20	20 3 17 ,13	20	20 3 ,29	50	50 8 ,21	39	39 ,11
21	21 3 26 ,99	21	21 3 ,45	51	51 8 ,38	41	41 ,11
22	22 3 36 ,84	22	22 3 ,61	52	52 8 ,54	43	43 ,12
23	23 3 46 ,70	23	23 3 ,78	53	53 8 ,71	45	45 ,12
24	24 3 56 ,56	24	24 3 ,94	54	54 8 ,87	47	47 ,13
		25	25 4 ,11	55	55 9 ,04	49	49 ,13
		26	26 4 ,27	56	56 9 ,20	51	51 ,14
		27	27 4 ,44	57	57 9 ,36	53	53 ,15
		28	28 4 ,60	58	58 9 ,53	55	55 ,15
		29	29 4 ,76	59	59 9 ,69	57	57 ,16
		30	30 4 ,93	60	60 9 ,86	59	59 ,16

Conversion du temps sidéral en temps moyen

Heures		Minutes				Secondes	
sidéral	moyen	sidéral	moyen	sidéral	moyen	sidéral	moyen
1h	0h59m50s,17	1m	0m59s,84	31m	30m54s,92	1s	1s,00
2	1 59 40 ,34	2	1 59 ,67	32	31 54 ,76	3	2 ,99
3	2 59 30 ,51	3	2 59 ,51	33	32 54 ,59	5	4 ,99
4	3 59 20 ,68	4	3 59 ,34	34	33 54 ,43	7	6 ,98
5	4 59 10 ,85	5	4 59 ,18	35	34 54 ,27	9	8 ,98
6	5 59 1 ,02	6	5 59 ,03	36	35 54 ,10	11	10 ,97
7	6 58 51 ,19	7	6 58 ,85	37	36 53 ,94	13	12 ,96
8	7 58 41 ,36	8	7 58 ,69	38	37 53 ,77	15	14 ,96
9	8 58 31 ,53	9	8 58 ,53	39	38 53 ,61	17	16 ,95
10	9 58 21 ,70	10	9 58 ,36	40	39 53 ,45	19	18 ,95
11	10 58 11 ,87	11	10 58 ,20	41	40 53 ,28	21	20 ,94
12	11 58 2 ,05	12	11 58 ,03	42	41 53 ,12	23	22 ,94
13	12 57 52 ,22	13	12 57 ,87	43	42 52 ,96	25	24 ,93
14	13 57 42 ,39	14	13 57 ,71	44	43 52 ,79	27	26 ,93
15	14 57 32 ,56	15	14 57 ,54	45	44 52 ,63	29	28 ,92
16	15 57 22 ,73	16	15 57 ,38	46	45 52 ,46	31	30 ,92
17	16 57 14 ,90	17	16 57 ,22	47	46 52 ,30	33	32 ,91
18	17 57 3 ,07	18	17 57 ,05	48	47 52 ,14	35	34 ,90
19	18 56 53 ,24	19	18 56 ,89	49	48 51 ,97	37	36 ,90
20	19 56 43 ,41	20	19 56 ,72	50	49 51 ,81	39	38 ,89
21	20 56 33 ,58	21	20 56 ,56	51	50 51 ,64	41	40 ,89
22	21 56 23 ,75	22	21 56 ,40	52	51 51 ,48	43	42, 88
23	22 56 13 ,92	23	22 56 ,23	53	52 51 ,32	45	44 ,88
24	23 56 4 ,09	24	23 56 ,07	54	53 51 ,15	47	46 ,87
		25	24 55 ,90	55	54 50 ,99	49	48 ,87
		26	25 55 ,74	56	55 50 ,83	51	50 ,86
		27	26 55 ,58	57	56 50 ,66	53	52 ,86
		28	27 55 ,41	58	57 50 ,50	55	54 ,85
		29	28 55 ,25	59	58 50 ,33	57	56 ,84
		30	29 55 ,09	60	59 50 ,17	59	58 ,84

Réfraction moyenne d'après Gyldén

z	Réfraction	z	Réfraction	z	Réfraction
0°	0′ 0″,0	50° 0′	1′ 8″,5	72°20′	2′58″,8
1	1 ,0	30	9 ,9	40	3 2 ,4
2	2 ,0	51 0	11 ,0	73 0	6 ,1
3	3 ,0	30	12 ,3	20	10 ,0
4	4 ,0	52 0	13 ,6	40	13 ,9
5	5 ,0	30	14 ,9	74 0	18 ,1
6	6 ,0	53 0	16 ,3	10	20 ,5
7	7 ,1	30	17 ,6	20	22 ,4
8	8 ,1	54 0	19 ,1	30	24 ,6
9	9 ,1	30	20 ,6	40	26 ,9
10	10 ,1	55 0	22 ,1	50	29 ,2
11	11 ,2	30	23 ,6	75 0	31 ,5
12	12 ,2	56 0	25 ,2	10	34 ,0
13	13 ,3	30	26 ,8	20	36 ,5
14	14 ,4	57 0	28 ,4	30	39 ,0
15	15 ,4	30	30 ,1	40	41 ,6
16	16 ,5	58 0	31 ,9	50	44 ,2
17	17 ,6	30	33 ,7	76 0	46 ,9
18	18 ,7	59 0	35 ,5	10	49 ,6
19	19 ,8	30	37 ,4	20	52 ,5
20	20 ,9	60 0	39 ,4	30	55 ,3
21	22 ,1	30	41 ,4	40	58 ,2
22	23 ,3	61 0	43 ,5	50	4 1 ,2
23	24 ,4	30	45 ,6	77 0	4 ,3
24	25 ,6	62 0	47 ,8	10	7 ,5
25	26 ,8	30	50 ,2	20	10 ,7
26	28 ,1	63 0	52 ,6	30	14 ,0
27	29 ,3	30	55 ,0	40	17 ,3
28	30 ,6	64 0	57 ,5	50	20 ,8
29	31 ,9	30	2 0 ,1	78 0	24 ,4
30	33 ,2	65 0	2 ,8	10	28 ,1
31	34 ,6	30	5 ,7	20	31 ,8
32	36 ,0	66 0	8 ,6	30	35 ,7
33	37 ,4	30	11 ,6	40	39 ,7
34	38 ,8	67 0	14 ,8	50	43 ,9
35	40 ,3	30	18 ,1	79 0	47 ,8
36	41 ,8	68 0	21 ,6	10	52 ,1
37	43 ,4	30	25 ,1	20	56 ,6
38	45 ,0	69 0	28 ,9	30	5 1 ,1
39	46 ,6	30	32 ,8	40	5 ,8
40	48 ,3	70 0	36 ,9	50	10 ,6
41	50 ,0	30	41 ,3	80 0	15 ,5
42	51 ,8	71 0	45 ,7		
43	53 ,6	20	48 ,8		
44	55 ,5	40	52 ,0		
45	57 ,5	72 0	55 ,4		
46	59 ,6				
47	1 1 ,7				
48	3 ,8				
49	6 ,2				

Table IX

Précession annuelle

α \ δ	Précession en ascension droite												Précession en déclinaison
	−40°	−30°	−20°	−10°	0°	+10°	+20°	+30°	+40°	+50°	+60°	+70°	
0h	3s,1	3s,1	3s,1	3s,1	3s,1	3s,1	3s,1	3s,1	3s,1	3s,1	3s,1	3s,1	+20"
1	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,7	4,0	+19
2	2,5	2,7	2,8	3,0	3,1	3,2	3,3	3,5	3,6	3,9	4,2	4,9	+17
3	2,3	2,5	2,7	2,9	3,1	3,2	3,4	3,6	3,9	4,2	4,7	5,7	+14
4	2,1	2,4	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5	3,7	4,0	4,4	5,1	6,2	+10
5	2,0	2,3	2,6	2,8	3,1	3,3	3,5	3,8	4,2	4,6	5,3	6,6	+5
6	2,0	2,3	2,6	2,8	3,1	3,3	3,6	3,8	4,2	4,7	5,4	6,7	0
7	2,0	2,3	2,6	2,8	3,1	3,3	3,5	3,8	4,2	4,6	5,3	6,6	−5
8	2,1	2,4	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5	3,7	4,0	4,4	5,1	6,2	−10
9	2,3	2,5	2,7	2,9	3,1	3,2	3,4	3,6	3,9	4,2	4,7	5,7	−14
10	2,5	2,7	2,8	3,0	3,1	3,2	3,3	3,5	3,6	3,9	4,2	4,9	−17
11	2,8	2,9	3,0	3,0	3,1	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,7	4,0	−19
12	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	−20
13	3,4	3,3	3,2	3,1	3,1	3,0	3,0	2,9	2,8	2,7	2,5	2,1	−19
14	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,8	2,7	2,5	2,3	1,9	1,2	−17
15	3,9	3,6	3,4	3,2	3,1	2,9	2,7	2,5	2,3	2,0	1,4	0,5	−14
16	4,0	3,7	3,5	3,3	3,1	2,9	2,7	2,4	2,1	1,7	1,1	0,1	−10
17	4,2	3,8	3,5	3,3	3,1	2,8	2,6	2,3	2,0	1,5	0,8	0,5	−5
18	4,2	3,8	3,6	3,3	3,1	2,8	2,6	2,3	2,0	1,5	0,8	0,6	0
19	4,2	3,8	3,5	3,3	3,1	2,8	2,6	2,3	2,0	1,5	0,8	0,5	+5
20	4,0	3,7	3,5	3,3	3,1	2,9	2,7	2,4	2,1	1,7	1,1	0,1	+10
21	3,9	3,6	3,4	3,2	3,1	2,9	2,7	2,5	2,3	2,0	1,4	0,5	+14
22	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,8	2,7	2,5	2,3	1,9	1,2	+17
23	3,4	3,3	3,2	3,1	3,1	3,0	3,0	2,9	2,8	2,7	2,5	2,1	+19
24	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	+20

Tableau X

Eléments des orbites planétaires

Planètes	Distance moyenne au Soleil, en u.a.	Distance moyenne en mln de km	Période de révolution en années sidérales	Excentricité	Inclinaison de l'orbite à l'écliptique	Longitude du nœud ascendant	Longitude du périhélie
Mercure	0,387090	57,85	0,2408	0,20562	7°00′12″	47°22′50″	76°12′39″
Vénus	0,723331	108,10	0,6152	0,00681	3°23′38″	75°57′35″	130°26′44″
Terre	1,000000	149,45	1,0000	0,01674	0°00′00″	—	101°33′53″
Mars	1,523688	227,72	1,8808	0,09333	1°51′01″	48°56′25″	334°35′12″
Jupiter	5,202803	777,62	11,862	0,04837	1°18′28″	99°38′24″	13°02′01″
Saturne	9,538843	1425,6	29,457	0,05582	2°29′29″	112°57′29″	91°28′50″
Uranus	19,190978	2868,1	84,013	0,04710	0°46′22″	73°35′27″	169°22′07″
Neptune	30,070572	4494,1	164,783	0,00855	1°46′38″	130°53′56″	43°55′50″
Pluton	39,65	5929	248,858	0,24720	17°06′51″	109°13′15″	222°21′15″

Les éléments des orbites se rapportent au début de 1920

Tableau XI

Caractéristiques de grosses planètes

Planète	Diamètre équatorial vrai		Aplatissement aux pôles	Volume		Masse		
	en km	Terre=1		en 10^{12} km³	Terre=1	Soleil=1	Terre=1	en 10^{27} g
Mercure	4 870	0,38	0	0,071	0,066	$\frac{1}{8\,000\,000}$	0,042	0,25
Vénus	12 100	0,95	0	1,050	0,970	$\frac{1}{406\,400}$	0,818	4,89
Terre	12 742	1,000	$\frac{1}{297}$	1,083	1,000	$\frac{1}{332\,300}$	1,000	5,98
Mars	6 790	0,538	$\frac{1}{190}$	0,168	0,155	$\frac{1}{3\,088\,000}$	0,108	0,64
Jupiter	143 600	11,26	$\frac{1}{16,3}$	1 456,9	1 344,8	$\frac{1}{1\,047,5}$	317,18	1 898,3
Saturne	120 600	9,45	$\frac{1}{9,7}$	823,8	760,4	$\frac{1}{3\,496}$	94,98	568,2
Uranus	50 000	3,92	$\frac{1}{18}$	75,4	69,6	$\frac{1}{22\,580}$	14,72	88,1
Neptune	49 700	3,90	$\frac{1}{50}$	63,0	58,1	$\frac{1}{19\,330}$	17,19	102,9
Pluton	< 2 000	< 0,3	?	?	?	?	?	?

Tableau XII

Caractéristiques de grosses planètes (suite)

Planète	Densité moyenne		Accélération de la pesanteur à l'équateur		Vitesse parabolique, km/s	Période sidérale de rotation autour de l'axe	Inclinaison de l'équateur au plan de l'orbite	Magnitude en opposition moyenne ou à l'époque du maximum moyen d'éclat
	Terre=1	en g/cm³	Terre=1	en m/s²				
Mercure	0,99	5,45	0,38	3,7	4,3	58j,6	0°	+0,16
Vénus	0,95	5,25	0,90	8,8	10,15	243j,2 (Rot. rétrograde)	0°	−4,07
Terre	1,000	5,52	1,000	9,78	11,2	23h56m04s	23°27	—
Mars	0,71	3,94	0,392	3,64	5,0	24h37m23s	25 10	−1,85
Jupiter	0,236	1,30	2,66	26,0	60,4	9h50m30s	3 06	−2,23
Saturne	0,125	0,69	1,15	11,3	36,2	10h14m24s	26 45	+0,89 à −0,18
Uranus	0,26	1,41	0,98	9,6	21,8	10h49m	98	+5,74
Neptune	0,296	1,63	1,109	10,85	23,5	15h48m	29	+7,65

Tableau XIII

Eléments des satellites des planètes

Planète	Satellite	Distance moyenne du centre de la planète		Période sidérale de révolution	Inclinaison moyenne de l'orbite à l'orbite de la planète	Excentricité	Diamètre, km
		en rayons équatoriaux de la planète	en milliers de km				
Terre	Lune	60,267	384,40	27j 7h43m11s,51	5° 8′,7	0,0549	3 476
Mars	Phobos	2,76	9,41	0 7 39 13 ,85	25 19 ,6	0,017	15 ?
	Déimos	6,92	23,47	1 6 17 54 ,9	24 14 ,7	0,003	8 ?
Jupiter	V	2,523	181,2	0 11 57 22 ,70	3 6 ,9	0,0028	160 ?
	I	5,869	421,5	1 18 27 33 ,51	3 6 ,7	0,0000	3 850
	II	9,339	670,7	3 13 13 42 ,05	3 5 ,8	0,0003	3 320
	III	14,896	1 069,9	7 3 42 33 ,35	3 2 ,3	0,0015	5 350
	IV	26,201	1 881,7	16 16 32 11 ,21	2 42 ,7	0,0075	5 170
	VI	159,5	11 450	250 16 19	28 45	0,155	130 ?
	VII	163,5	11 740	260 1 26	27 58	0,207	40 ?
	X	163,6	11 750	260 12	28 16	0,132	20 ?
	XI	314	22 550	692 12	16 37	0,207	20 ?
	VIII	328	23 500	738 22	148 4	0,378	25 ?
	IX	334	24 000	745 0	156	0,25	25 ?
	XII	297	21 000	732 ?	147	0,13	25 ?

Planète	Satellite	Distance moyenne du centre de la planète		Période sidérale de révolution	Inclinaison moyenne de l'orbite à l'orbite de la planète	Excentricité	Diamètre, km
		en rayons équatoriaux de la planète	en milliers de km				
Saturne	Mimas	3,08	185,5	0J22h37m 5s,25	26°44′,7	0,0190	650 ?
	Encelade	3,95	238,0	1 8 53 6 ,82	26 44 ,7	0,0001	800 ?
	Téthys	4,88	294,5	1 21 18 26 ,14	26 44 ,7	0,0000	1 300 ?
	Dioné	6,26	377,3	2 17 41 9 ,53	26 44 ,7	0,0020	1 200 ?
	Rhéa	8,74	526,8	4 12 25 12 ,23	26 41 ,9	0,0009	1 750 ?
	Titan	20,26	1 221,5	15 22 41 26 ,82	26 7 ,1	0,0289	4 360 ?
	Hypérion	24,56	1 480,5	21 6 38 24 ,0	26 0 ,0	0,1043	500 ?
	Japet	59,03	3 558,8	79 7 56 24 ,4	16 18 ,1	0,0284	1 800 ?
	Phœbé	214,49	12 932	550 10 34	174 42	0,1659	250 ?
	Janus		158	18	0	0	350
Uranus	Mirande	5,25	130,4	1 9 50 24 ?	?	?	0
	Ariel	7,18	191,7	2 12 29 20 ,8	97 59	0,007	900 ?
	Umbriel	10,00	267,1	4 3 27 36 ,7	97 59	0,008	700 ?
	Titania	16,41	438,2	8 16 56 26 ,7	97 59	0,0023	1 700 ?
	Obéron	21,94	585,9	13 11 7 3 ,5	97 59	0,0010	1 500 ?
Neptune	Triton	14,24	353,7	5 21 2 33 ,1	139 49	0,000	5 000
	Néréide	223,1	5676,3	359 9 36	?	0,76	?

Tableau XIV

Spectres, indices de couleur (*I*) et de température (*T*) des étoiles

Spectre	*I*	*T*	Spectre	*I*	*T*	Spectre	*I*	*T*
B0	−0,33	23 000°	gG0	0,67	5500°	dG0	0,57	6000°
B5	−0,18	15 000	gG5	0,92	4700	dG5	0,65	5600
A0	0,00	11 200	gK0	1,12	4100	dK0	0,78	5100
A5	0,20	8 600	gK5	1,57	3300	dK5	0,98	4400
F0	0,33	7 400	gM0	1,73	3050	dM0	1,45	3400
F5	0,47	6 500	N	2,6	2200			

Note
d devant le symbole du spectre indique que l'étoile est une naine
g devant le symbole du spectre indique que l'étoile est une géante

Tablean XV

Longueurs d'onde de certaines raies spectrales

Longueur d'onde en angströms	Elément	Longueur d'onde en angströms	Elément
4026	He	4640	N^{++}
4102	H (H_δ)	4649	O^+
4200	He^+	4668	Fe
4227	Ca	4686	He^+
4384	Fe	6563	H (H_α)
4472	He		

Tableau XVI

Système d'unités International (SI)

En U.R.S.S., le Système International est homologué comme norme depuis 1961, il va remplacer avec le temps tous les autres systèmes d'unités.

Voici ses unités principales :

Longueur : mètre (m)
Masse : kilogramme (kg)
Temps : seconde de temps des éphémérides (s)
Intensité lumineuse : bougie (b)
Echelle thermodynamique des températures : degré Kelvin (K)
Intensité de courant électrique : ampère (A)

Pour résoudre les problèmes du présent recueil on peut utiliser les unités dérivées suivantes :

Densité : kg/m^3
Force et poids : newton (N), $kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Travail, énergie, quantité de chaleur : joule (J) $N \cdot m$
Puissance : watt (W), $J \cdot s^{-1}$
Pression : N/m^2
Flux lumineux : lumen (lm), b·sr (bougie·stéradian)
Eclairement : lux (lx), $lm \cdot m^{-2}$

Cette table rend possible la conversion des unités exprimées en système CGS en unités du système SI et inversement.

 BeatriceGloria_personal library

Note

La première table de la présente édition est mise en accord avec des valeurs adoptées en 1964 par l'Union Astronomique Internationale. Les changements introduits sont insignifiants et, comparés aux éditions précédentes, ne font que des fractions de pour cent des grandeurs antérieures.

Les tableaux X à XIII relatifs aux membres du Système solaire imposent des explications. Durant ses 50 ans d'activité pédagogique et scientifique, l'auteur a eu à manipuler maintes fois des tables de ce genre sans trouver nulle part de commentaires à leur propos. La rédaction d'un manuel d'enseignement secondaire a révélé que les caractéristiques physiques des planètes et des satellites sont données avec un nombre de chiffres qui dépassent sensiblement la précision réelle avec laquelle ces caractéristiques sont connues. De divers chercheurs déduisent sans cesse par des méthodes différentes de nouvelles valeurs de ces caractéristiques. De plus, les dernières données ne sont pas toujours les plus exactes et les plus proches de la réalité. La préférence de divers auteurs va à des données différentes. Les divergences dans les valeurs de la masse, des rayons et des densités des planètes, adoptées pourtant par les auteurs sérieux d'ouvrages parus ne serait-ce que pendant 1970-1973 sont très grandes et sautent aux yeux. Les densités et les accélérations de la pesanteur à la surface sont données tantôt compte tenu de l'épaisseur hypothétique d'une atmosphère opaque, tantôt, évaluées à partir de la rotation, ce qui d'ailleurs n'est jamais signalé. D'autre part, il est impossible d'unifier les renseignements fournis par divers ouvrages de référence, leur redétermination étant incessante. Dès lors, les données de diverses sources s'accorderaient mieux si les caractéristiques des planètes étaient fournies avec une précision moindre, mais réelle. Dans la présente édition, nous avons cru nécessaire d'apporter des corrections seulement dans les cas où les données nouvelles changent sensiblement les valeurs adoptées auparavant. Ceci concerne surtout les planètes du groupe tellurique. La résolution des problèmes n'imposant pas la connaissance de chiffres exacts, les annexes du recueil n'ont pas pour objectif de remplacer les ouvrages de référence.

TABLE DES MATIÈRES

Préface à la sixième édition russe 7
Introduction 9
I. Interpolation (problèmes 1-10) 13
II. Sphère céleste (problèmes 11-13) 18
III. Systèmes de coordonnées célestes (problèmes 34-100) . . . 22
IV. Passage des astres au méridien. Détermination de la latitude géographique et des coordonnées des astres célestes (problèmes 101-169) 33
V. Réfraction (problèmes 170-188) 40
VI. Mouvement apparent du Soleil (problèmes 189-217) 43
VII. Détermination du temps et de la longitude (problèmes 218-302) 45
VIII. Calendrier (problèmes 303-324) 57
IX. Lever et coucher des astres (problèmes 325-363) 59
X. Précession (problèmes 364-380) 64
XI. Problèmes résolubles à l'aide d'un globe céleste (I-XIV) 67
XII. Mouvement des planètes (problèmes 381-466) 71
XIII. Parallaxe et aberration (problèmes 467-506) 85
XIV. La Terre (problèmes 507-574) 92
XV. Mouvement et phases de la Lune (problèmes 575-619) . . 101
XVI. Éclipses (problèmes 620-654) 105
XVII. Gravitation (problèmes 655-733) 110
XVIII. Appareils et méthodes astronomiques (problèmes 734-805) 119
XIX. La Lune (problèmes 806-826) 128
XX. Planètes (problèmes 827-874) 130
XXI. Comètes (problèmes 875-910) 135
XXII. Météores et météorites (problèmes 911-944) 140
XXIII. Le Soleil (problèmes 945-991) 146
XXIV. Mouvements et nature des étoiles (problèmes 992-1084) . . 153
XXV. Etoiles doubles (problèmes 1085-1123) 166
XXVI. Variables et novae (problèmes 1124-1154) 176
XXVII. Structure de l'Univers (problèmes 1155-1176) 182
XXVIII. Chapitre mixte (problèmes 1177-1200) 187
XXIX. Problèmes de l'astronautique (1201-1229) 191
Réponses et solutions 199
Annexes 231